



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Φυσική III

Ενότητα 4: Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Γεώργιος Βούλγαρης
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Ασκήσεις ΦΙΙΙ

Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Γ. Βούλγαρης



Ασκήσεις κατανομές φορτίου

- 1) Ένα γραμμικό φορτίο με $\lambda=15\text{nC/m}$ βρίσκεται στο επίπεδο (x,y) , στη θέση $y=-1$ $z=0$, ενώ ένα άλλο γραμμικό φορτίο $\lambda=-15\text{nC}$ είναι συμμετρικό στη θέση $y=1$, $z=0$. Βρείτε το E σαν συνάρτηση του z στο $y=0$
- 2) Μία φορτισμένη επιφάνεια με $\sigma=2\text{nC/m}^2$ βρίσκεται στο επίπεδο $x=3$ και είναι κάθετο στον X . Ένα γραμμικό φορτίο, με $\lambda=20\text{nC/m}$ στη θέση $x=1$, $z=4$ και // y . (α) Βρείτε την μέτρο της έντασης του πεδίου στην αρχή των αξόνων. (β) Βρείτε τη διεύθυνση του E στο σημείο $P(4,5,6)$. (γ) Ποια είναι η δύναμη ανά μονάδα μήκους στο γραμμικό φορτίο;
- 3) Η κυκλική περιοχή $\rho<a$, $z=0$, φέρει ομοιόμορφη κατανομή φορτίου σ . Βρείτε το E στο σημείο $P(0,0,h)$.
- 4) Στην ορθογώνια περιοχή $-2<x<2$, $-3<y<3$, η επιφανειακή πυκνότητα δίνεται από την $\sigma=(x^2+y^2+1)^{3/2}$. Υπολογίστε το E στη θέση $P(0,0,1)$.



Ασκήσεις πυκνότητας ρεύματος

Η πυκνότητα ρεύματος σε μία περιοχή, δίνεται από την

$$\vec{J} = 10^5 \vec{\nabla} V \text{ A/m}^2$$

όπου $V = 10e^{-x} \sin y \text{ V}$. (α) Βρείτε το ρεύμα στη διεύθυνση x που διαρρέει την επιφάνεια που βρίσκεται στο $x=1$ και έχει όρια : $x=0, y=1, z=0, z=1$. Βρείτε το ολικό ρεύμα που φεύγει από τον κύβο $0 < x, y, z < 1$ με : (β) Ολοκλήρωση $\vec{J} \cdot d\vec{S}$ πάνω στην επιφάνεια του κύβου. (γ) Χρησιμοποιώντας το θεώρημα της απόκλισης στο κλειστό επιφανειακό ολοκλήρωμα.

Έστω ότι $V = 150x^{4/3} \text{ V}$ για $x > 0$.

- (α) Βρείτε τα $\mathbf{E}, \mathbf{D}, \rho$ σαν συνάρτηση του x .
(β) Αν η ταχύτητα του φορτίου είναι $u = 6 * 10^2/3 \text{ m/s}$, βρείτε το \mathbf{J}_x στη θέση $x=0$.
(β) Επανέλαβε για τη θέση $x=1 \text{ m}$.

Ηλεκτρόνια εκπέμπονται, από κάθοδο στη θέση $z=0$ με μηδενική αρχική ταχύτητα. Η περιοχή $z > 0$ είναι στό κενό και η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι $\mathbf{E} = -2,5 * 10^6 \text{ k V/m}$. Αν $e = 1,602 * 10^{-19} \text{ C}$, και $m = 9,11 * 10^{-31} \text{ kg}$, (α) Βρείτε τη $u(t)$ για ηλεκτρόνιο που φεύγει απο την κάθοδο όταν $t=0$. (b) Βρείτε το $z(t)$. (c) Βρείτε το $u(z)$. (δ) Υποθέτοντας ότι τα ηλεκτρόνια εκπέμπονται συνεχώς σαν δέσμη ακτίνας $0,2 \text{ mm}$ και ολικού ρευματος $100 \mu\text{A}$, βρείτε τα $\mathbf{J}(z)$ και $\rho(z)$.



Ασκήσεις αγωγιμότητας, πυκνότητας ρεύματος

Οι κυλινδρικές επιφάνειες στη θέση $r=2$ και $r=6$ cm, είναι τέλεια αγωγιμες και η περιοχή μεταξύ τους έχει πληρωθεί με αγώγιμο υλικό που έχει ειδική αγωγιμότητα $s=80 \Omega^{-1}\text{m}$. Αν η πυκνότητα ρεύματος είναι $\mathbf{J}=(10/\pi r) \mathbf{r}_1$ A/m² για $2 < r < 6$ cm. Βρείτε το ρεύμα που ρέει από την μία επιφάνεια στην άλλη, (β) Το \mathbf{E} . (γ) Την διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους αγωγούς. (δ) Την ισχύ που καταναλώνεται στο αγώγιμο υλικό ανά μονάδα μήκους.

Δίνεται το πεδίο με δυναμικό $V=100 e^{-50x} \sin(50y)$ σε κενό χώρο. (α) Δείξτε ότι $\nabla \cdot \mathbf{D}=0$ (β) Αποδείξτε ότι το επίπεδο $y=0$ είναι ισοδυναμική επιφάνεια. (γ) Δείξτε ότι το \mathbf{E} είναι κάθετο στο επίπεδο $y=0$, (δ) Βρείτε το ολικό φορτίο στο επίπεδο $y=0$, $0 < x < \infty$, $0 < z < 1$. Υποθέστε ότι η περιοχή $y < 0$ είναι το εσωτερικό του αγωγού. (ε) Πόση ενέργεια είναι αποθηκευμένη στον κύβο $0 < x, y, z < 1$;



Ασκήσεις - Πυκνωτές I

Ενέργεια πυκνωτή.

Χρησιμοποιώντας μπαταρία, φορτίζουμε επίπεδο πυκνωτή με φορτίο Q_0 . Αποσυνδέουμε την μπαταρία και εισάγουμε ανάμεσα στους οπλισμούς διηλεκτρικό σταθεράς κ . Βρείτε την ενέργεια που έχει αποθηκευτεί στον πυκνωτή πριν και μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού. Η χωρητικότητα χωρίς διηλεκτρικό είναι $8,5 \text{ pF}$, η τάση της μπαταρίας είναι 12 V , η σταθερά του διηλεκτρικού $\epsilon=2,56$.

Στο ίδιο κύκλωμα όπως παραπάνω, εισάγουμε το διηλεκτρικό ενώ διατηρούμε τη σύνδεση με την μπαταρία. (α) Υπολογίστε τον λόγο των ενεργειών πριν και μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού. (β) Εξηγήστε την αύξηση της αποθηκευμένης ενέργειας. (Τι συμβαίνει με το φορτίο του πυκνωτή;

Το υλικό καλύπτει μέρος του διακένου.

Ένας επίπεδος πυκνωτής έχει χωρητικότητα C_0 όταν δεν υπάρχει διηλεκτρικό ανάμεσα στους οπλισμούς. Τοποθετούμε διηλεκτρικό σταθεράς ϵ και πάχους $d/3$ ανάμεσα στους οπλισμούς. Υπολογίστε τη νέα χωρητικότητα.

Μεταλλική πλάκα ανάμεσα στους οπλισμούς.

Επίπεδος πυκνωτής έχει οπλισμούς με επιφάνεια A και απόσταση d . Ανάμεσα στους οπλισμούς τοποθετείται μεταλλική πλάκα πάχους a . Υπολογίστε την χωρητικότητα.



Ασκήσεις - Πυκνωτές II

Δύο διηλεκτρικά.

Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο επίπεδες πλάκες μήκους L , που βρίσκονται σε απόσταση d . Ο μισός πυκνωτής γεμίζεται με πολυστυρόλιο ($\epsilon=2,56$) και το άλλο μισό με καουτσούκ ($\epsilon=6,7$). Υπολογίστε τη χωρητικότητα της διάταξης, αν $L=2\text{ cm}$ και $d=0,75\text{ mm}$.

Επίπεδος Πυκνωτής, Ενέργεια, Δυνατό έργο.

Ένας πυκνωτής αποτελείται από δύο επίπεδες πλάκες μήκους L , που βρίσκονται σε απόσταση d . Ένα διηλεκτρικό πλακίδιο σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς ϵ εισάγεται μεταξύ των οπλισμών σε απόσταση x από το άκρο του πυκνωτή. (α) Υπολογίστε τη χωρητικότητα της διάταξης. (β) Υπολογίστε την ενέργεια που αποθηκεύτηκε αν η τάση είναι V . (γ) Υπολογίστε την κατεύθυνση και το μέτρο της δύναμης αν η τάση είναι σταθερή V . Αγνοήστε την τριβή και την παραμόρφωση του πεδίου στα άκρα του. (δ) Υπολογίστε αριθμητικά τη δύναμη αν $L=5\text{ cm}$, $V=2000\text{ V}$, $d=2\text{ mm}$ και το διηλεκτρικό είναι γυαλί ($\epsilon=4,5$).



Ασκήσεις - Πυκνωτές III

Ένας αγώγιμος κύλινδρος με ακτίνα 1 cm, είναι ομογενώς φορτισμένος με 1 nC σε κάθε μέτρο μήκους του. Ο κύλινδρος καλύπτεται από υλικό με διηλεκτρική σταθερά $\epsilon_1=2$ και πάχος α_1 . Ένα δεύτερο στρώμα με σταθερά ϵ_2 και πάχος α_2 συνεχίζει μέχρι έναν εξωτερικό ομοαξονικό αγωγό, ακτίνας $\beta=4$ cm. Βρείτε το ϵ_2 , α_1 , α_2 , έτσι ώστε διαφορά δυναμικού κατά μήκος των στρωμάτων να είναι ίδια και η χωρητικότητα του ομοαξονικού αγωγού να είναι 75 pF/m.



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Γεώργιος Βούλγαρης, 2015. Γεώργιος Βούλγαρης. «Φυσική ΙΙΙ. Ηλεκτρικά κυκλώματα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/PHYS14/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

