



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Φυσική III

Ενότητα 3: Επαγωγή

Γεώργιος Βούλγαρης
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

Induction 2015



Επαγωγή και πηνία

$$V_e = -L \frac{di}{dt}$$

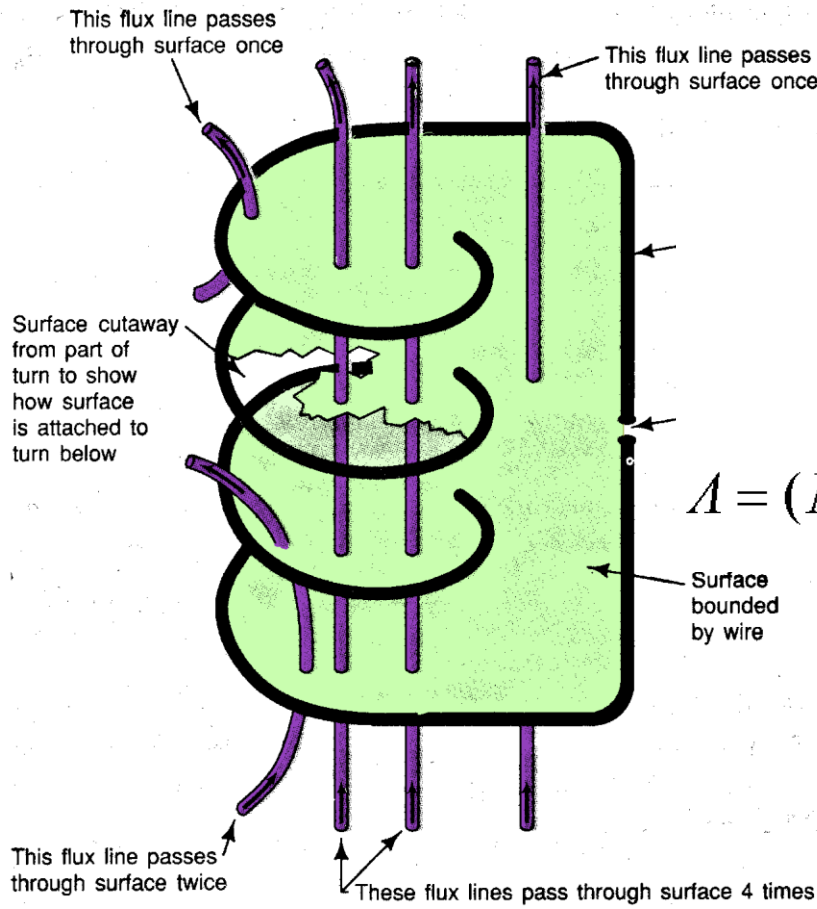
L συντελεστής αυτεπαγωγής

Μονάδα Henry **1H = 1Vs/A**

- Η τάση V_e αντιτίθεται στην μεταβολή της μαγνητικής ροής στο πηνίο, σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz.
- Συνήθως ονομάζεται Αντι-Ηλεκτρεγερτική Δύναμη.
- Η τάση V_e μπορεί να γίνει μεγάλη αν η μεταβολή di/dt είναι μεγάλη



Μαγνητική ροή σε σωληνοειδές



$$\psi_m = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\Lambda = (NS)B = N\Phi \Rightarrow V_e = -\frac{d\Lambda}{dt}$$



Συντελεστής αυτεπαγωγής

Σωληνοειδές

$$\Lambda = N\Phi = nl BA$$

$$B = \mu_0 nI \Rightarrow \Lambda = \mu_0 n^2 lIA$$

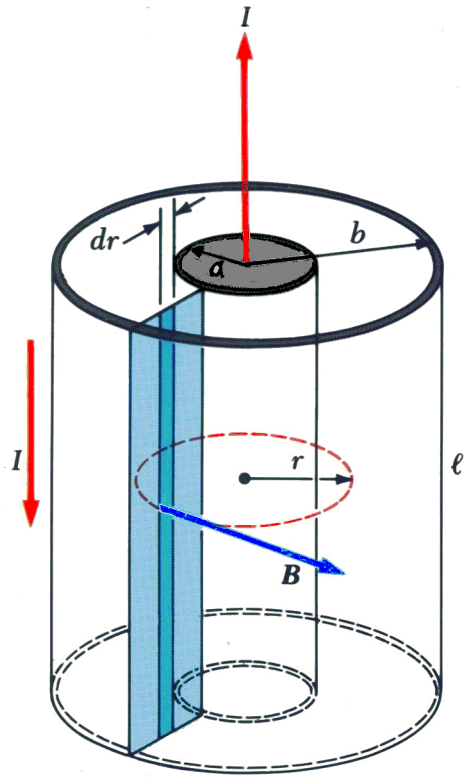
$$L = \frac{\Lambda}{I} = \mu_0 n^2 lA$$

$$L/l = \mu_0 n^2 A$$



Συντελεστής αυτεπαγωγής

Υπολογισμός για Ομοαξονικό αγωγό.



$$L/l = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln(b/a)$$

Νόμος Ampere : $B = \mu_0 I / 2\pi r$

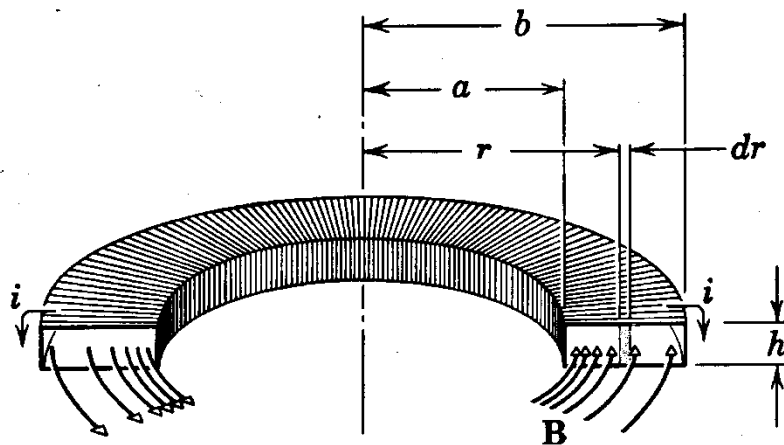
Στοιχειώδης ροή: $d\Phi = \mathbf{B}d\mathbf{A} = B l dr$

Ροή : $\Phi = \int \mathbf{B}d\mathbf{A} = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

Αυτεπαγωγή : $L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

Συντελεστής αυτεπαγωγής

Υπολογισμός για δακτυλιοειδές πηνίο



Νόμος Ampere : $B = \mu_0 IN / 2\pi r$

Στοιχειώδης ροή: $d\Phi = \mathbf{B}d\mathbf{A} = Bh dr$

Ροή : $\Phi = \int \mathbf{B}d\mathbf{A} = \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} Bh dr = \frac{\mu_0 INh}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

Αυτεπαγωγή : $L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

Ενέργεια Μαγνητικού Πεδίου

Απόδειξη

$$V = iR + L \frac{di}{dt}$$

$$Vi = i^2 R + Li \frac{di}{dt}$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{dU_B}{dt} \Rightarrow \frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow dU_B = Li di$$

$$\Rightarrow U_B = \int_0^{U_B} dU_B = \int_{-}^i Li di = \frac{1}{2} Li^2$$

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2$$



Πυκνότητα ενέργειας

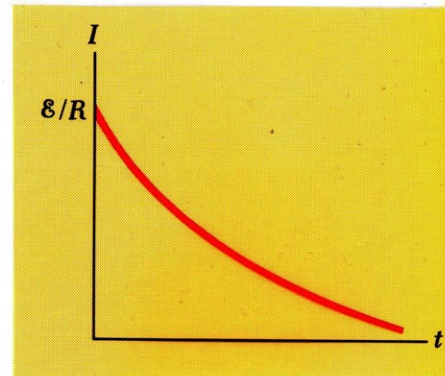
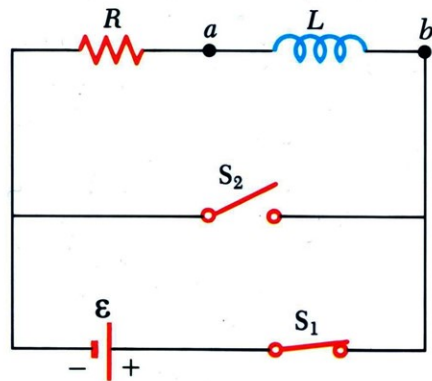
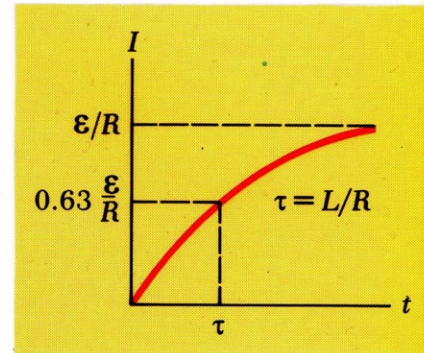
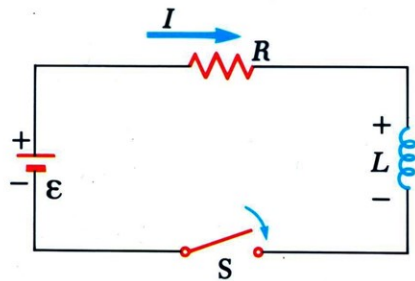
$$u_B = \frac{U_B}{Al} \quad U_B = \frac{1}{2}LI^2 \Rightarrow u_B = \frac{\frac{1}{2}LI^2}{Al}$$

$$L = \mu_0 n^2 l A \quad , B = \mu_0 n I \quad \Rightarrow$$

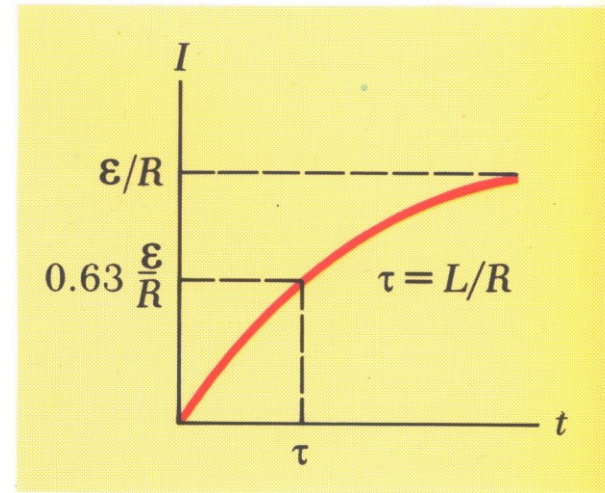
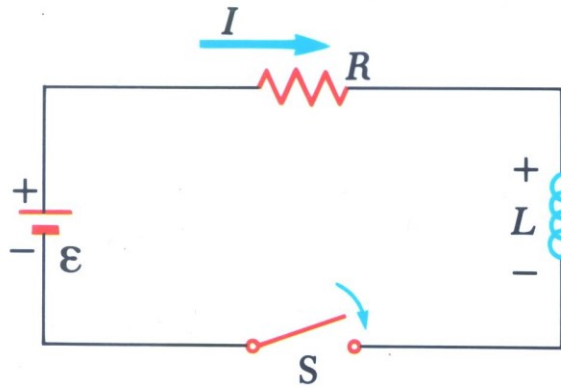
$$u_B = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$



Ρεύμα Πηνίου



Κύκλωμα R-L



$$L \frac{dI}{dt} + IR = V_e$$

$$\frac{dI}{I - \frac{V_E}{R}} = -\frac{R}{L} dt$$

$$I = \frac{V_e}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = \frac{L}{R}$$

$$U_B = \frac{1}{2} LI^2$$

Τάση, Ρεύμα Πηνίου.

Από νόμο Kirkchoff :

$$V_e - V_L = IR$$

$$V_L = L \frac{dI}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{V_e}{L}$$

$$V_L = I_m R e^{-\frac{R}{L}t}$$

Οριακές Συνθήκες :

$$t = 0, \quad I = 0$$

$$t = \infty, \quad I_m = \frac{V_e}{R}$$

Ολοκλήρωση με Χωριζόμενες Μεταβλητές :

$$I = I_m \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

$\tau = \frac{R}{L}$: Χρονική Σταθερά του Κυκλώματος



Παράδειγμα

Όταν ο διακόπτης πάει στη θέση Β η τάση στα άκρα του πηνίου είναι πολλαπλάσια από τη τάση της πηγής

$$i_m = \frac{V_e}{R_1} = \frac{50}{22} = 2,3A$$

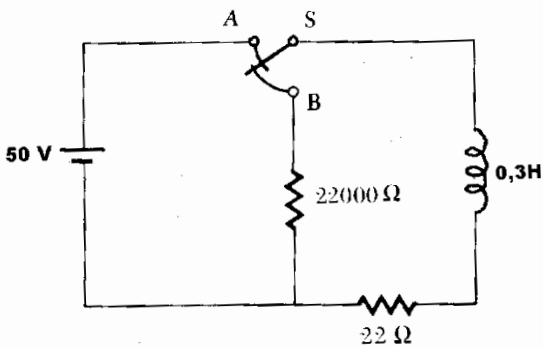
$$V_L = i_m R_2 = 2,3 \times 22 \times 10^3 = 50000V$$

$$\tau_1 = \frac{0,3H}{22\Omega} = 0,0136s$$

$$\tau_2 = \frac{0,3H}{22 \times 10^3 \Omega} = 0,0136 \times 10^{-3} s$$

$$U_L = 0,5 \times 0,3 \times (2,3)^2 = 0,794J$$

Η συνολική ενέργεια είναι η ίδια, αλλά ελευθερώνεται σε πολύ μικρότερο χρόνο.



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Γεώργιος Βούλγαρης, 2015. Γεώργιος Βούλγαρης. «Φυσική ΙΙΙ. Επαγωγή». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<http://opencourses.uoa.gr/courses/PHYS14/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

