ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Φυσική ΙΙΙ

Ενότητα 6: Εναλλασσόμενα Ρεύματα

Γεώργιος Βούλγαρης
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

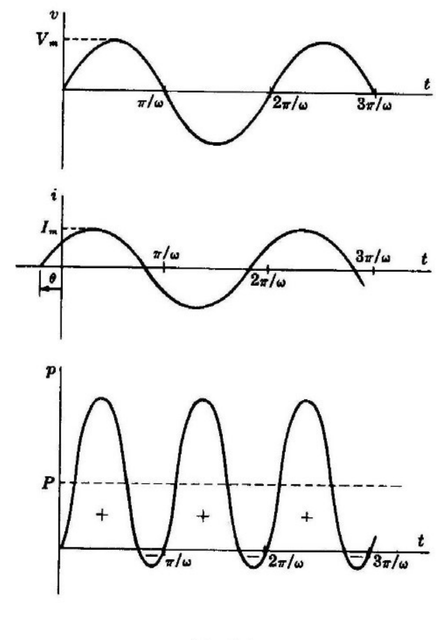
Ισχύς στη γενική περίπτωση

$$v=V_0\sin\omega t \quad i=I_0\sin(\omega t-\theta)$$

$$p=vi=I_0V_0\sin\omega t\sin(\omega t-\theta)$$

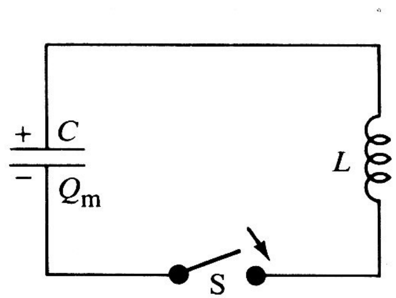
$$p=\tfrac{1}{2}I_0V_0(\cos\theta-\cos(2\omega t-\theta))$$

$$P=-\tfrac{1}{2}I_0V_0\cos\theta$$



$$P=I_{\varepsilon\nu}V_{\varepsilon\nu}\cos\theta$$

Ταλάντωση L, C



$$v_C + v_L = 0$$

$$v_C = \frac{q}{C}$$

$$v_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow$$

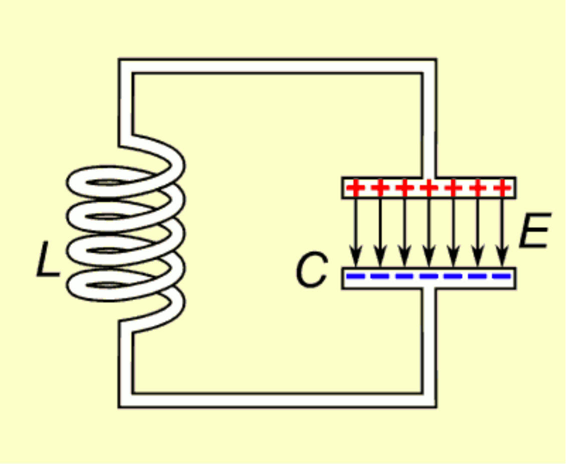
$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{LC}$$

Η εξίσωση είναι εξίσωση ταλάντωσης με συχνότητα ω_0. $\boldsymbol{q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)}$

Το ω_0 ονομάζεται ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος

Ταλάντωση L, C

Θεωρούμε ότι το πηνίο έχει μηδενική και ο πυκνωτής άπειρη αντίσταση.



Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου μετατρέπεται σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου και αντίστροφα.

Ταλάντωση R,L,C σε σειρά.

$$v_R + v_L + v_C = 0$$

$$v_R = Ri = R\frac{dq}{dt}$$

$$v_C = \frac{q}{C}$$

$$v_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow$$

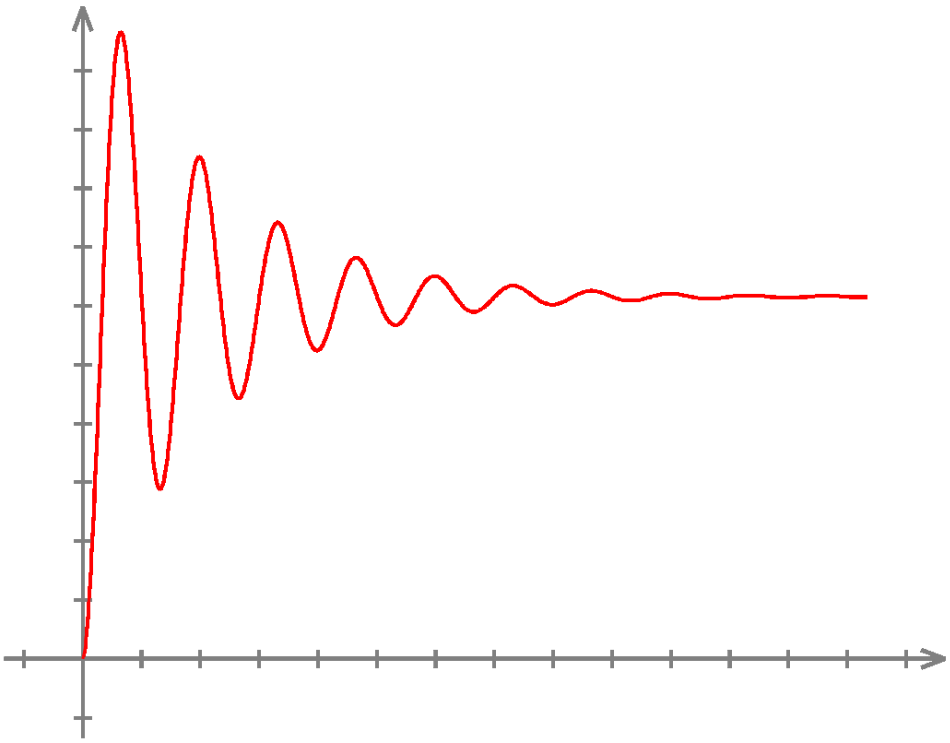
$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{LC}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

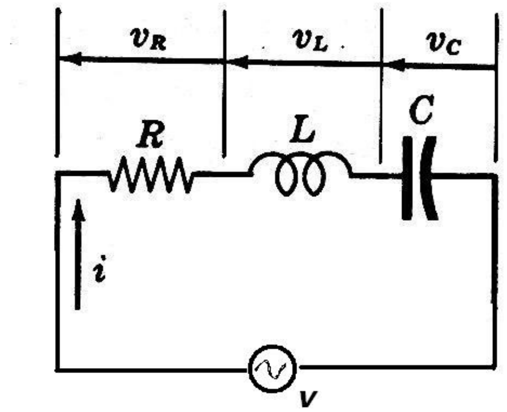
$$\omega = \sqrt{\omega_0 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

$$\boldsymbol{q = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \varphi)}$$

Μεταβατική κατάσταση



Συντονισμός για κύκλωμα R-L-C σε σειρά.



$$v = v_R + v_L + v_C \qquad v = V_0 \sin\omega t$$

$$I_{\varepsilon v} = V_{\varepsilon v} / Z$$

$$I_{\varepsilon v} = \frac{V_{\varepsilon v}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$P = I_{\varepsilon v}^2 R = \frac{V_{\varepsilon v}^2 R}{Z^2} = \frac{V_{\varepsilon v}^2 R}{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Συντονισμός για κύκλωμα R-L-C σε σειρά

Η ισχύς που παράγεται (ενεργός ισχύς) σαν συνάρτηση της συχνότητας.

$$(X_L - X_C)^2 = (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 = \frac{L^2}{\omega^2}(\omega^2 - \omega_0^2)^2$$

$$P = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2 R \omega^2}{R^2\omega^2 + L^2(\omega^2 - \omega_0^2)^2}$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow P = \frac{V_{\varepsilon\nu}^2}{R}$$

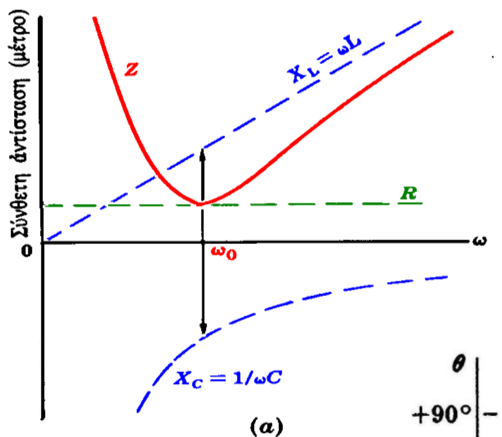
$$\tan\varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

$$\omega = \omega_0 \rightarrow \varphi = 0$$

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος γίνεται μηδέν.

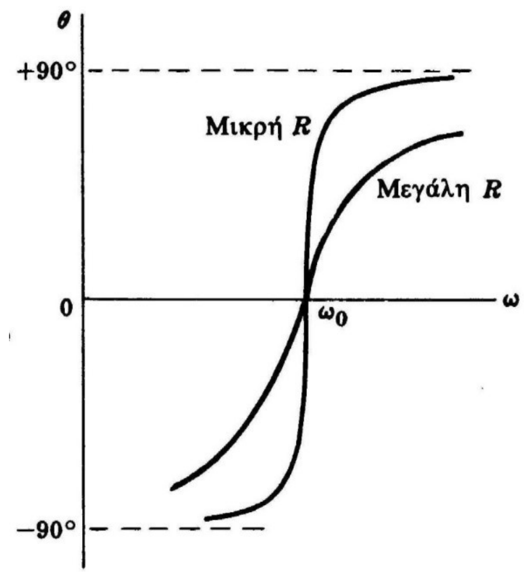
Η παραγόμενη ισχύς γίνεται μέγιστη.

Συντονισμός σε Κύκλωμα RLC σε σειρά.

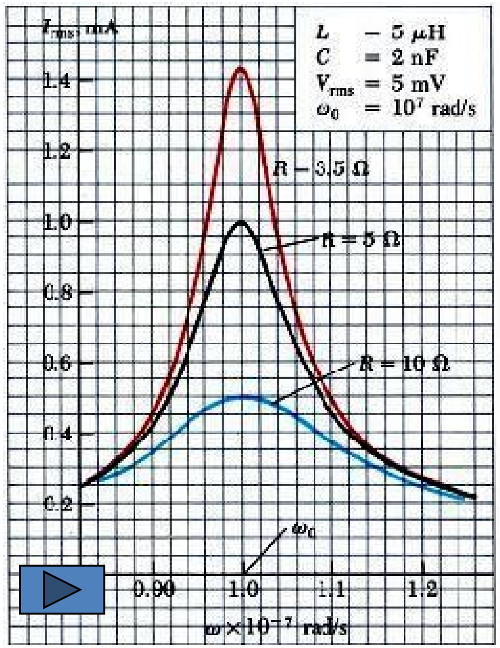


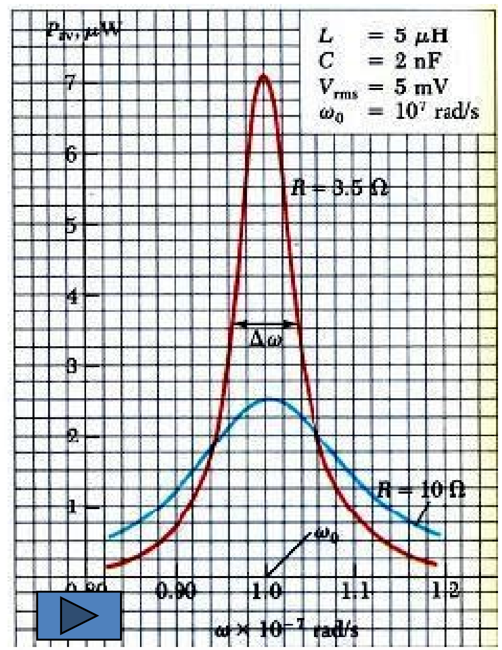
Σύνθετη αντίσταση

Διαφορά φάσης



Καμπύλη συντονισμού, ρεύμα

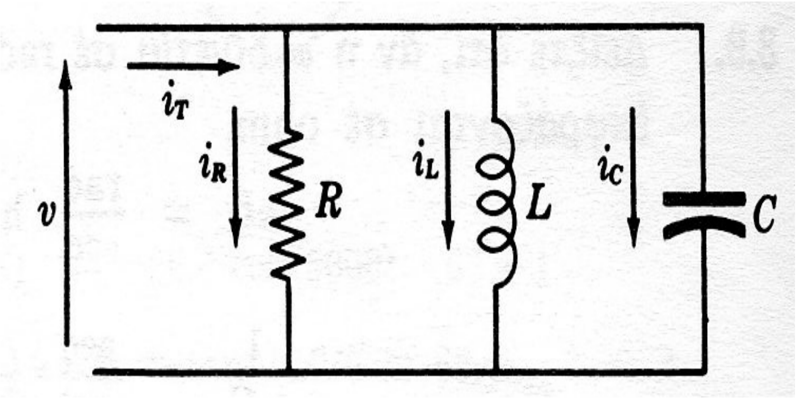




Παράγοντας ποιότητας Q

$$Q = 2\pi \frac{\text{Μέγιστη Αποθηκευμένη Ενέργεια}}{\text{Απώλεια}/T}$$

Συντονισμός σε κύκλωμα RLC Παράλληλα

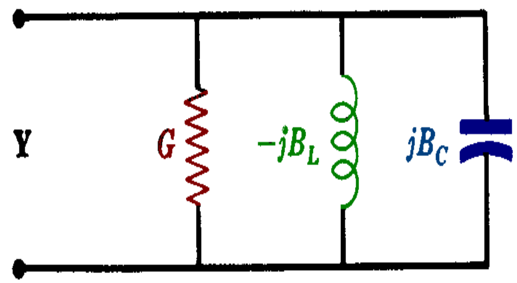


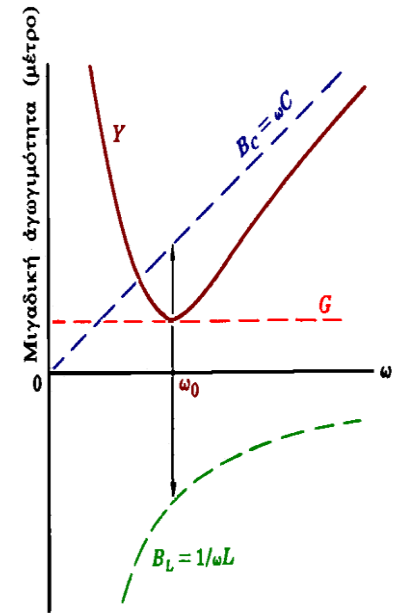
$$i = i_R + i_L + i_C$$

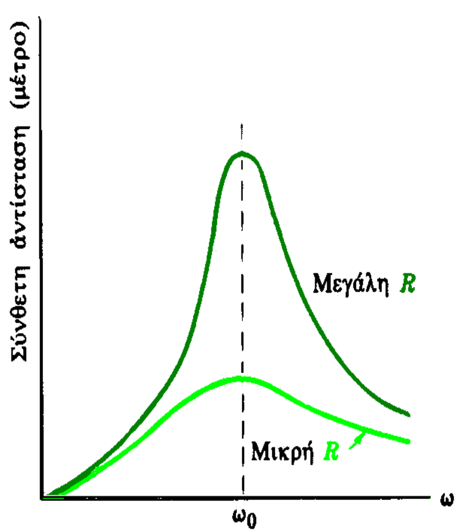
$$\frac{1}{Z}=\sqrt{\frac{1}{R}+\left(\frac{1}{X_C}-\frac{1}{X_L}\right)}=\sqrt{\frac{1}{R}+\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

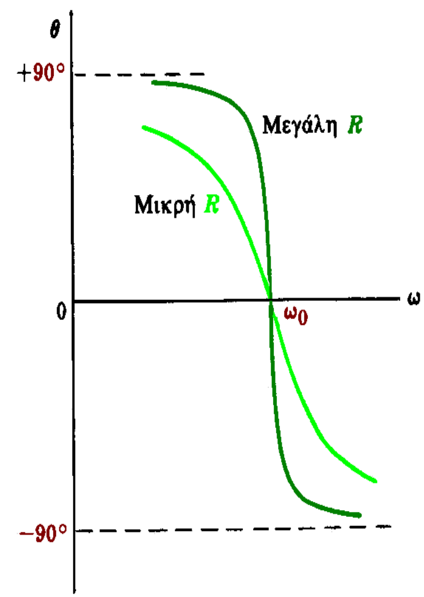
$$\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow Z = R}$$

Συντονισμός σε κύκλωμα RLC Παράλληλα



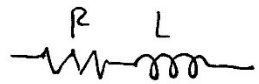






Συντελεστής Ποιότητας

$$Q = 2\pi \frac{\text{Μεγ. Αποθ. Ενέργεια}}{\text{Καταναλ. Ενέργεια/Περίοδο}}$$

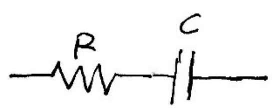


$$L: \quad U_{max} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

$$R: \quad W = \frac{1}{2} R I_0^2 \cdot T$$

$$Q = 2\pi \frac{\frac{1}{2} L I_0^2}{\frac{1}{2} R I_0^2 T} =$$

$$Q = \frac{\omega L}{R}$$



$$U_C = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} \frac{I_0^2}{\omega^2 C}$$

$$V_0 = I_0 \cdot X_C = \frac{I_0}{\omega C}$$

$$Q = \frac{2\pi \frac{1}{2} I_0^2 / \omega^2 C}{\frac{1}{2} R I_0^2 T} = \frac{1}{\omega C R}$$

2

Εύρος Ζώνης (BW)

$f_1, f_2 \rightarrow \frac{1}{2} P_{max}$

$f_2 - f_1 = BW \qquad Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{f_0}{BW}$

Απόδειξη:

$P_{max} = \frac{1}{2} I_0^2 R$

γιατί; $\quad P_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} I_0^2 R\right) \qquad I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$

$P_1 = \frac{1}{2} P_{max}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_0}{R} = \frac{V_0}{Z}$

$\Rightarrow \sqrt{2} R = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$R = X_L - X_C$

① Χωρητική: $\frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L = R \qquad \omega_1 = \frac{-R + \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L}$

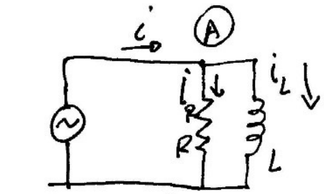
② Επαγωγική: $\omega_2 L - \frac{1}{\omega C} = R \qquad \omega_2 = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4L/C}}{2L}$

$2\pi \cdot BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$

$BW = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$

$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \omega_0 \frac{L}{R}$

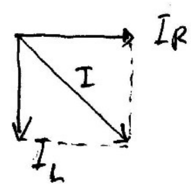
Παράλληλα Στοιχεία



$v = V_0 \cos\omega t$

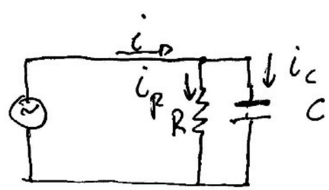
A $\quad i = i_R + i_L$

$$i_R = \frac{V_0}{R}\cos\omega t$$
$$i_L = \frac{V_0}{\omega L}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



$$I_{0R} = \frac{V_0}{R} \qquad I_{0L} = \frac{V_0}{\omega L}$$

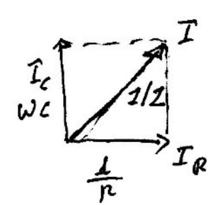
$$I_0 = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$
$$I_0 = V_0\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$
$$\rightarrow \quad \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} \qquad \varphi = \tan^{-1}\frac{R}{\omega L}$$

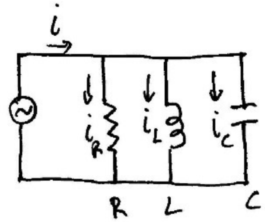


$v = V_0 \cos\omega t$

$$i = i_R + i_C$$
$$i_R = \frac{V_0}{R}\cos\omega t$$
$$i_C = \omega C V_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$
$$\varphi = \tan^{-1}\frac{\omega C}{R}$$





$i = i_R + i_L + i_C$

Πλάτη:

$I_R = \frac{V_0}{R}$

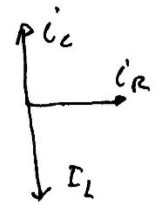
$I_L = \frac{V_0}{\omega L}$ $\quad I_C = \omega C V_0$

$v = V_0 \cos\omega t$

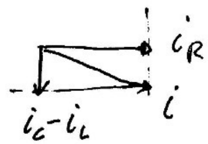
$i_R = \frac{V_0}{R} \cos\omega t$

$i_L = \frac{V_0}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

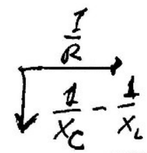
$i_C = \omega C V_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$



$\rightarrow$



$\rightarrow$

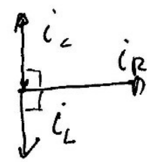


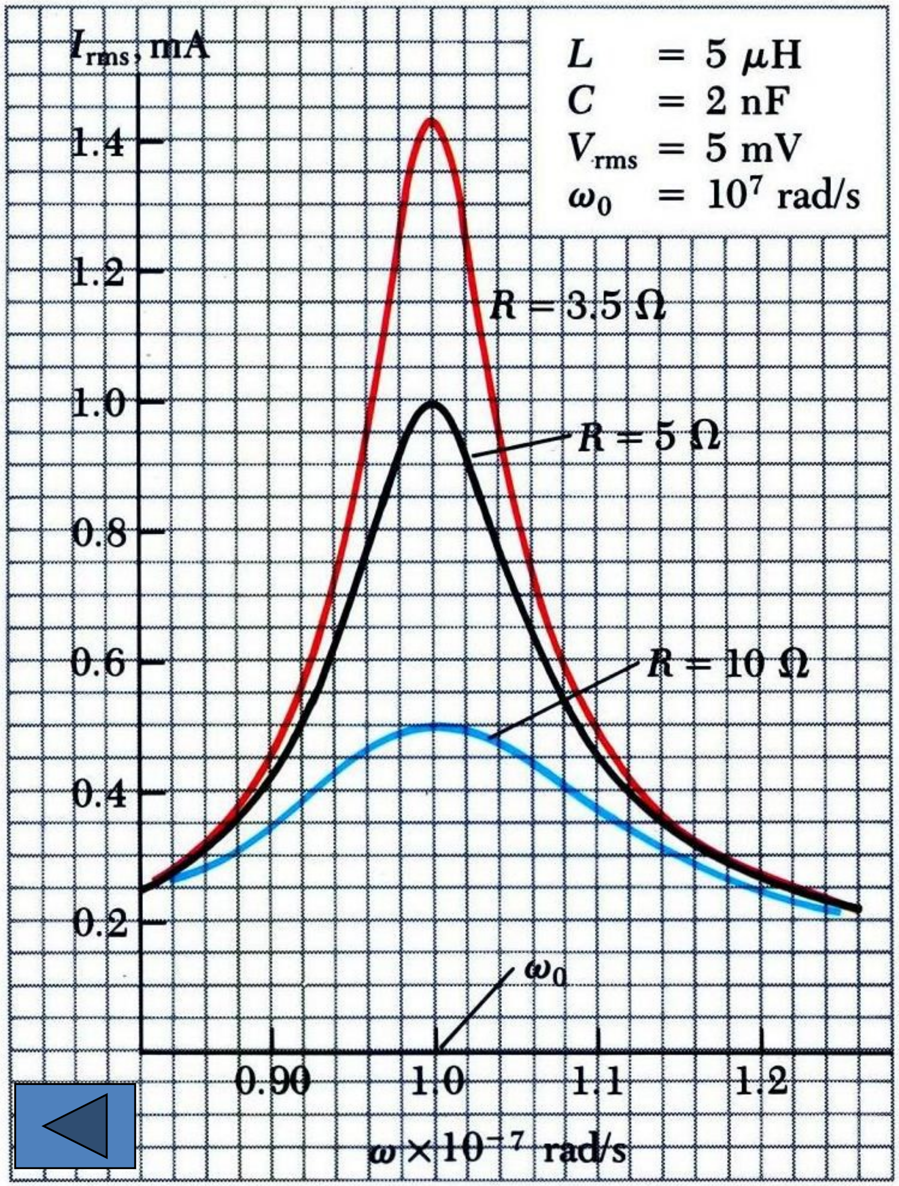
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

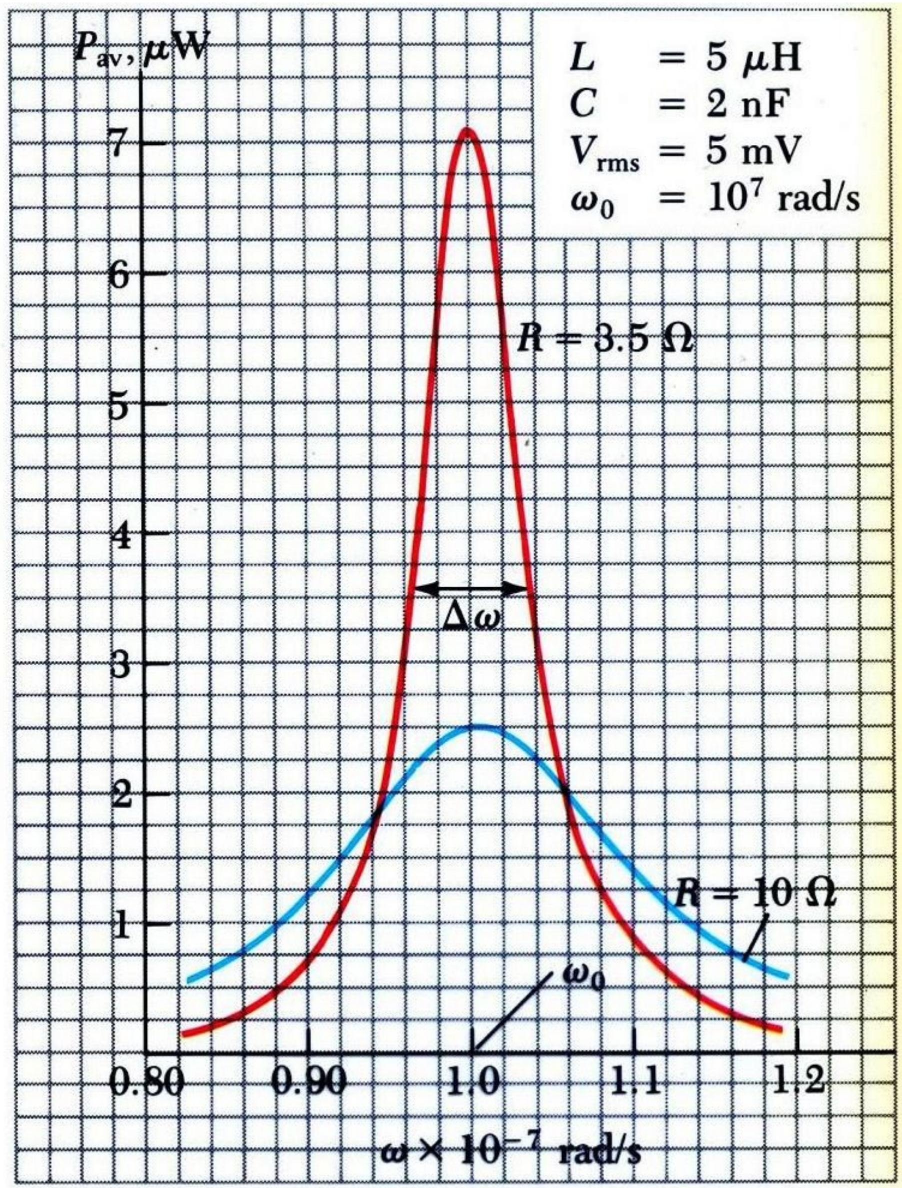
$$\tan\varphi = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{1/R}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow Z = R$$





I_{rms}, mA
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
$L = 5\ \mu H$
$C = 2\ nF$
$V_{rms} = 5\ mV$
$\omega_0 = 10^7$ rad/s
$R = 3.5\ \Omega$
$R = 5\ \Omega$
$R = 10\ \Omega$
ω_0
0.90
1.0
1.1
1.2
$\omega \times 10^{-7}$ rad/s


P_{av}, μW
$L = 5\ \mu H$
$C = 2\ nF$
$V_{rms} = 5\ mV$
$\omega_0 = 10^7$ rad/s
7
6
5
4
3
2
1
$R = 3.5\ \Omega$
$\Delta\omega$
$R = 10\ \Omega$
ω_0
0.80
0.90
1.0
1.1
1.2
$\omega \times 10^{-7}$ rad/s

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης