



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Φυσική III

Ενότητα 6: Εναλλασσόμενα Ρεύματα

Γεώργιος Βούλγαρης
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Φυσικής

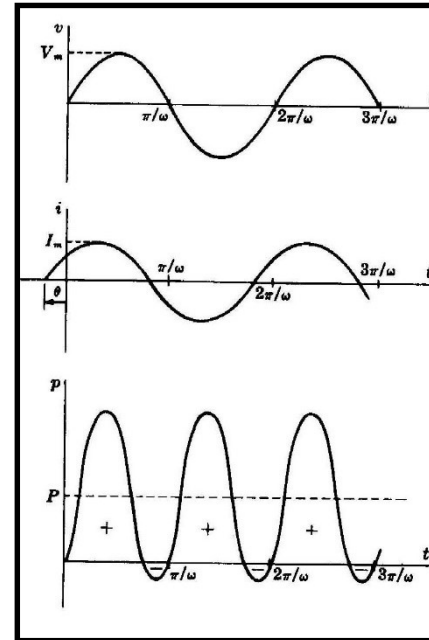
Ισχύς στη γενική περίπτωση

$$v = V_0 \sin \omega t \quad i = I_0 \sin(\omega t - \theta)$$

$$p = vi = I_0 V_0 \sin \omega t \sin(\omega t - \theta)$$

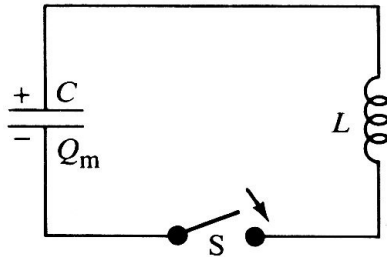
$$p = \frac{1}{2} I_0 V_0 (\cos \theta - \cos(2\omega t - \theta))$$

$$P = -\frac{1}{2} I_0 V_0 \cos \theta$$



$$P = I_{\varepsilon v} V_{\varepsilon v} \cos \theta$$

Ταλάντωση L, C



Η εξίσωση είναι εξίσωση ταλάντωσης με συχνότητα ω_0 .

Το ω_0 ονομάζεται ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος

$$v_C + v_L = 0$$

$$v_C = \frac{q}{C}$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow$$

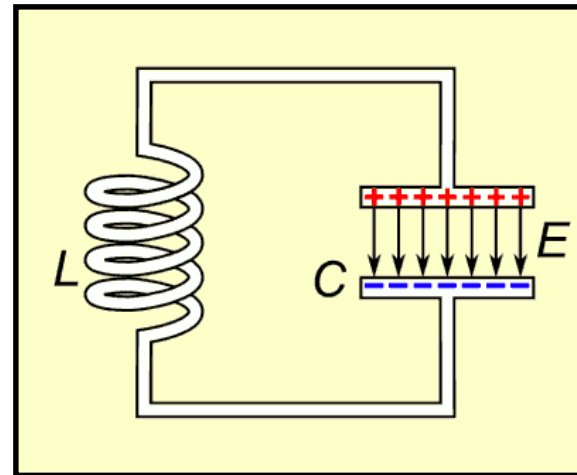
$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{LC}$$

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

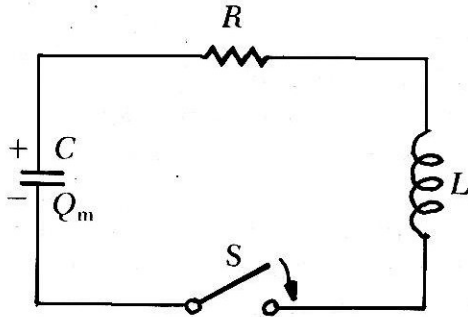
Ταλάντωση L, C

Θεωρούμε ότι το πηνίο έχει μηδενική και ο πυκνωτής άπειρη αντίσταση.

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου μετατρέπεται σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου και αντίστροφα.



Ταλάντωση R,L,C σε σειρά.



$$v_R + v_L + v_C = 0$$

$$v_R = Ri = R \frac{dq}{dt}$$

$$v_C = \frac{q}{C}$$

$$v_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \rightarrow$$

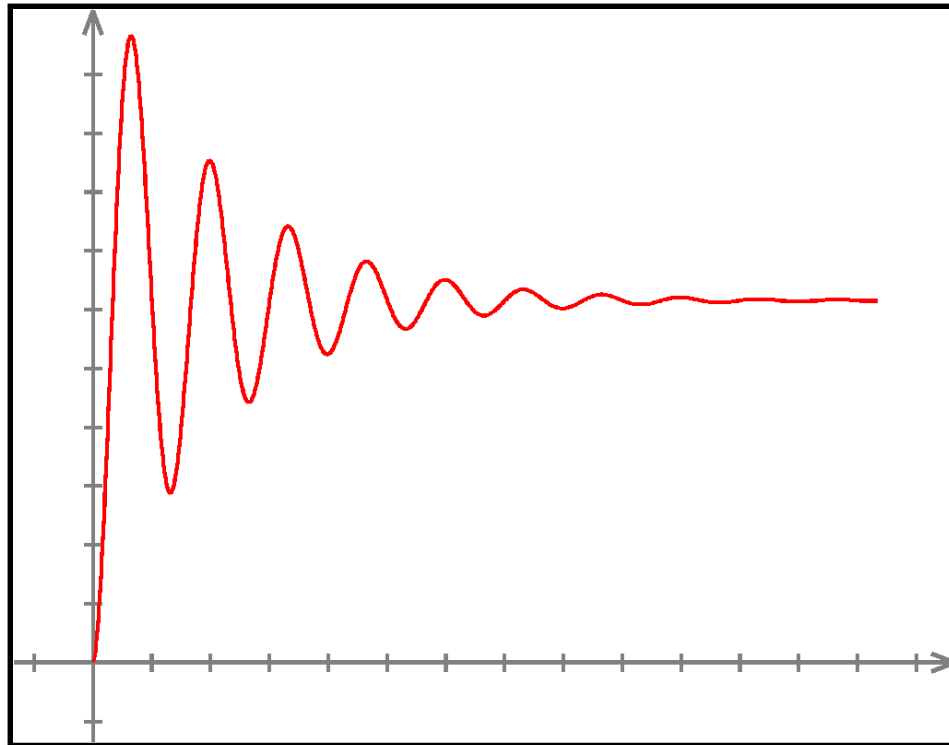
$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{LC} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

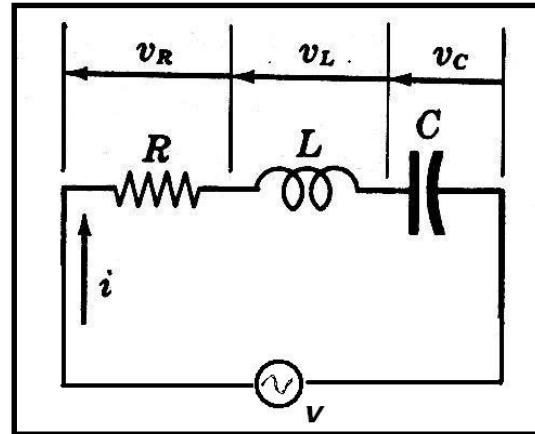
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

$$q = q_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega t + \varphi)$$

Μεταβατική κατάσταση



Συντονισμός για κύκλωμα R-L-C σε σειρά.



$$v = v_R + v_L + v_C \quad v = V_0 \sin \omega t$$

$$I_{\varepsilon v} = V_{\varepsilon v} / Z$$

$$I_{\varepsilon v} = \frac{V_{\varepsilon v}}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$P = I_{\varepsilon v}^2 R = \frac{V_{\varepsilon v}^2 R}{Z^2} = \frac{V_{\varepsilon v}^2 R}{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Συντονισμός για κύκλωμα R-L-C σε σειρά

Η ισχύς που παράγεται (ενεργός ισχύς) σαν συνάρτηση της συχνότητας.

Η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος γίνεται μηδέν.

Η παραγόμενη ισχύς γίνεται μέγιστη.

$$(X_L - X_C)^2 = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = \frac{L^2}{\omega^2} (\omega^2 - \omega_0^2)^2$$

$$P = \frac{V_{\text{ev}}^2 R \omega^2}{R^2 \omega^2 + L^2 (\omega^2 - \omega_0^2)^2}$$

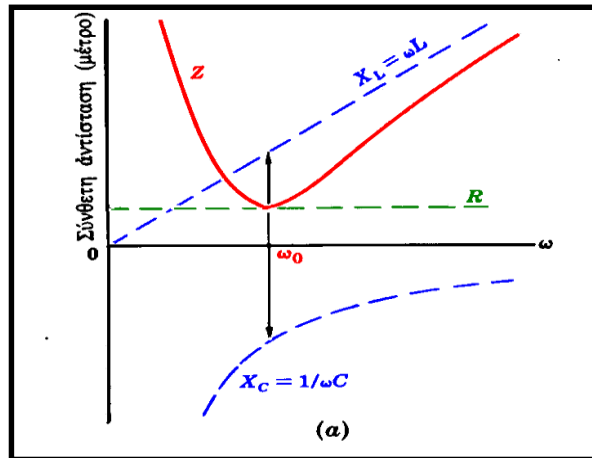
$$\omega = \omega_0 \Rightarrow P = \frac{V_{\text{ev}}^2}{R}$$

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

$$\omega = \omega_0 \rightarrow \varphi = 0$$

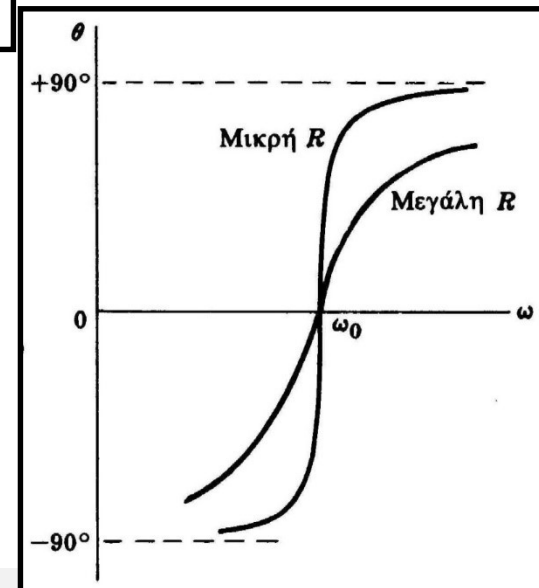


Συντονισμός σε Κύκλωμα RLC σε σειρά.

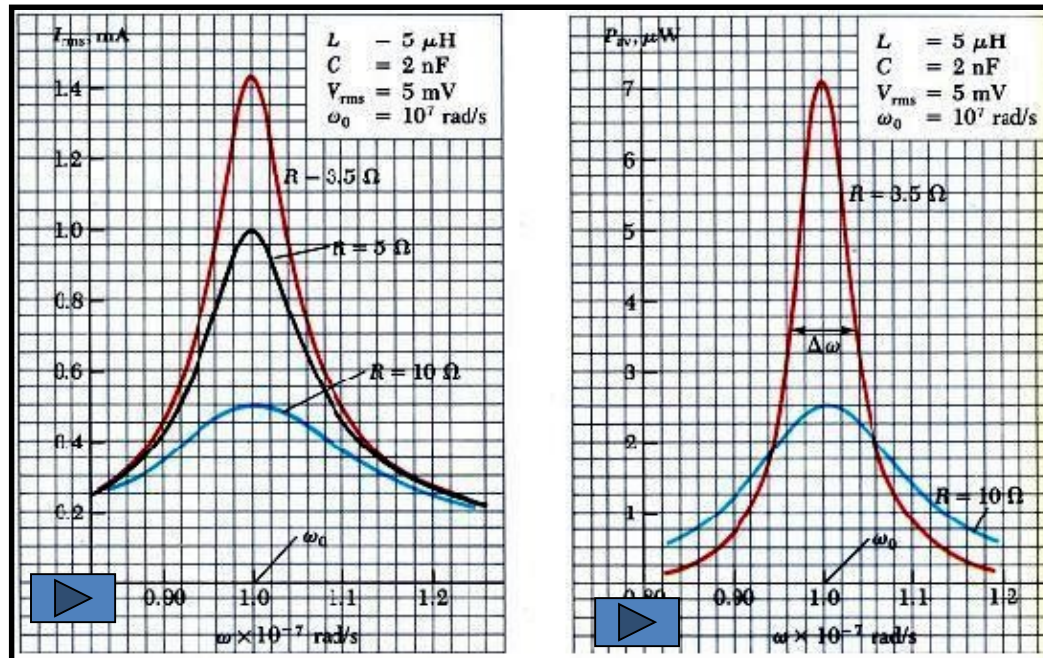


Σύνθετη αντίσταση

Διαφορά φάσης



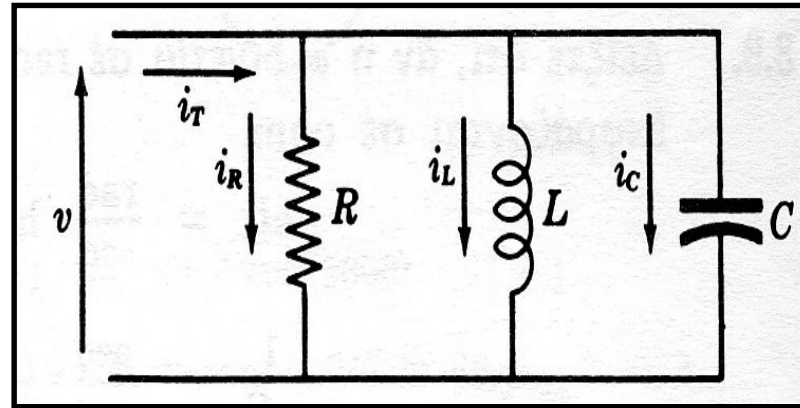
Καμπύλη συντονισμού, ρεύμα



Παράγοντας ποιότητας Q

$$Q = 2\pi \frac{\text{Μέγιστη Αποθηκευμένη Ενέργεια}}{\text{Απώλεια} / T}$$

Συντονισμός σε κύκλωμα RLC Παράλληλα

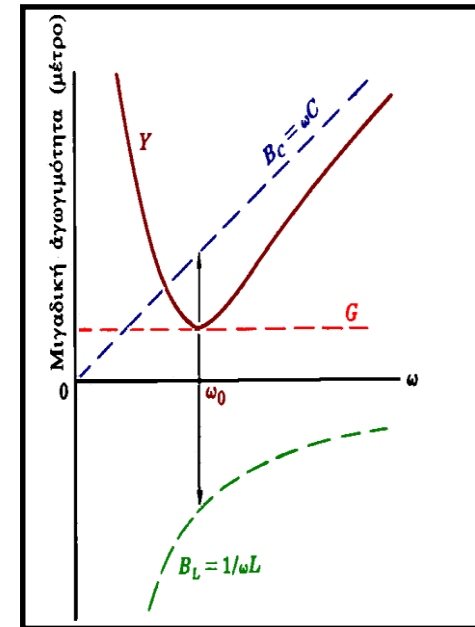
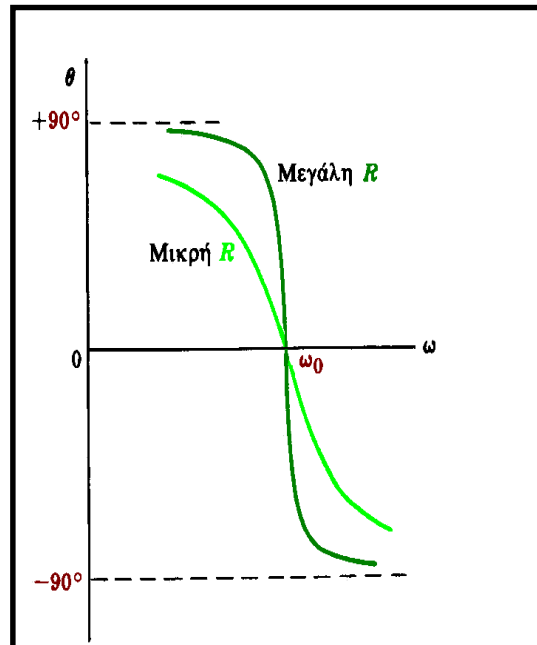
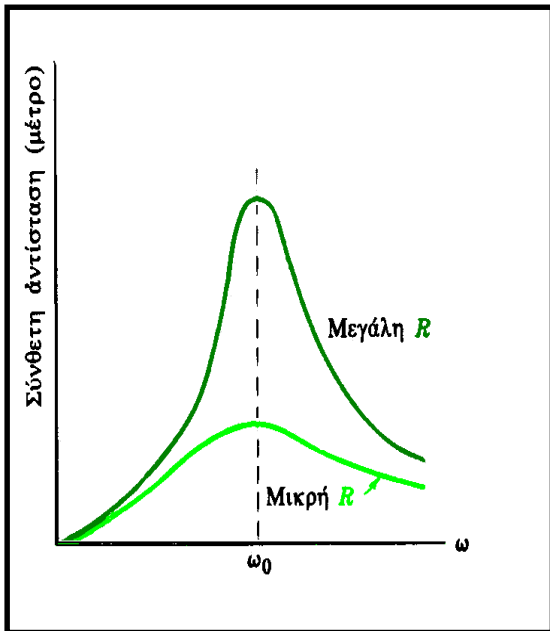
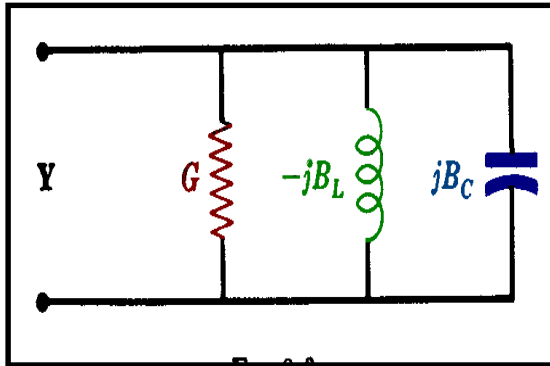


$$i = i_R + i_L + i_C$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{R} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2}$$

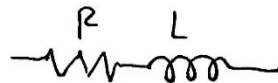
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \rightarrow Z = R$$

Συντονισμός σε κύκλωμα RLC Παράλληλα



Συντελεστή Ποιότητας

$$Q = 2\pi \frac{\text{Μακ. Αποδ. Εξέρχεται}}{\text{Καταναλ. Ενέργεια / Περίοδο}}$$

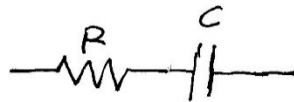


$$L: V_{\max} = \frac{1}{2} L I_0^2$$

$$R: W = \frac{1}{2} R I_0^2 \cdot T$$

$$Q = 2\pi \frac{\frac{1}{2} L I_0^2}{\frac{1}{2} R I_0^2 T} =$$

$$Q = \frac{\omega L}{R}$$



$$V_C = \frac{1}{2} C V_0^2 = \frac{1}{2} \frac{I_0^2}{\omega^2 C}$$

$$V_0 = I_0 \cdot X_C = \frac{I_0}{\omega C}$$

$$Q = \frac{2\pi \frac{1}{2} I_0^2 / \omega^2 C}{\frac{1}{2} R I_0^2 T} = \frac{1}{\omega C R}$$

Εύρος Ζώνης (BW)

$$f_1, f_2 \rightarrow \frac{1}{2} P_{\max}$$

$$f_2 - f_1 = \text{BW} \quad Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{f_0}{\text{BW}}$$

Απόδειξη:

γιατί;

$$P_{\max} = \frac{1}{2} I_0^2 R$$

$$P_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} I_0^2 R \right)$$

$$P_1 = \frac{1}{2} P_{\max}$$

$$I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{V_0}{R} = \frac{V_0}{Z}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} R = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$R = X_L - X_C$$

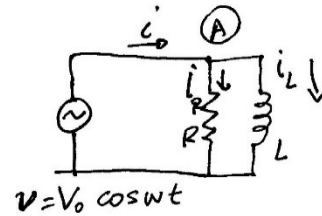
$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \text{ Χωρητική} : \frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L = R \\ \textcircled{2} \text{ Επαγωγική} : \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = R \end{array} \left. \begin{array}{l} \omega_1 = \frac{-R + \sqrt{R^2 + 4LC}}{2L} \\ \omega_2 = \frac{R + \sqrt{R^2 + 4LC}}{2L} \end{array} \right\}$$

$$2\pi \cdot \text{BW} = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L}$$

$$\text{BW} = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$$

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \omega_0 \frac{L}{R}$$

Παράλληλα Στοιχεία

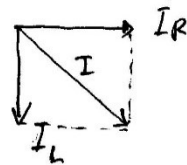


$$(A) \quad i = i_R + i_L$$

$$i_R = \frac{V_0}{R} \cos \omega t$$

$$i_L = \frac{V_0}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

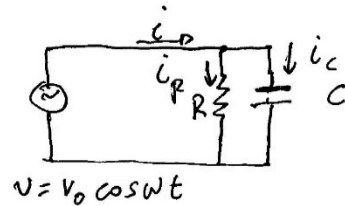
$$I_{0R} = \frac{V_0}{R} \quad I_{0L} = \frac{V_0}{\omega L}$$



$$I_0 = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

$$I_0 = V_0 \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{R}{\omega L}$$



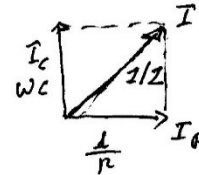
$$i = i_R + i_C$$

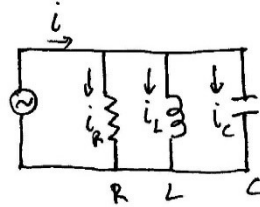
$$i_R = \frac{V_0}{R} \cos \omega t$$

$$i_C = \omega C V_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\omega C}{R}$$





$$i = i_R + i_L + i_C$$

πλδιν:

$$I_R = \frac{V_0}{R}$$

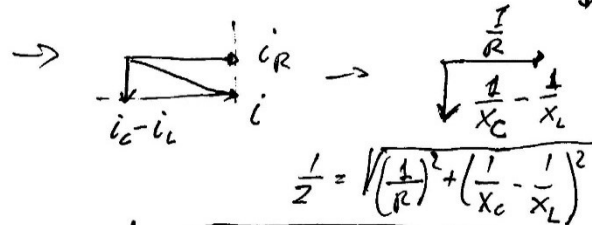
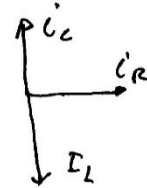
$$I_L = \frac{V_0}{\omega L} \quad I_C = \omega C V_0$$

$$v = V_0 \cos \omega t$$

$$i_R = \frac{V_0}{R} \cos \omega t$$

$$i_L = \frac{V_0}{\omega L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$i_C = \omega C V_0 \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

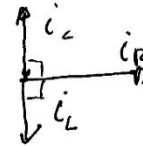


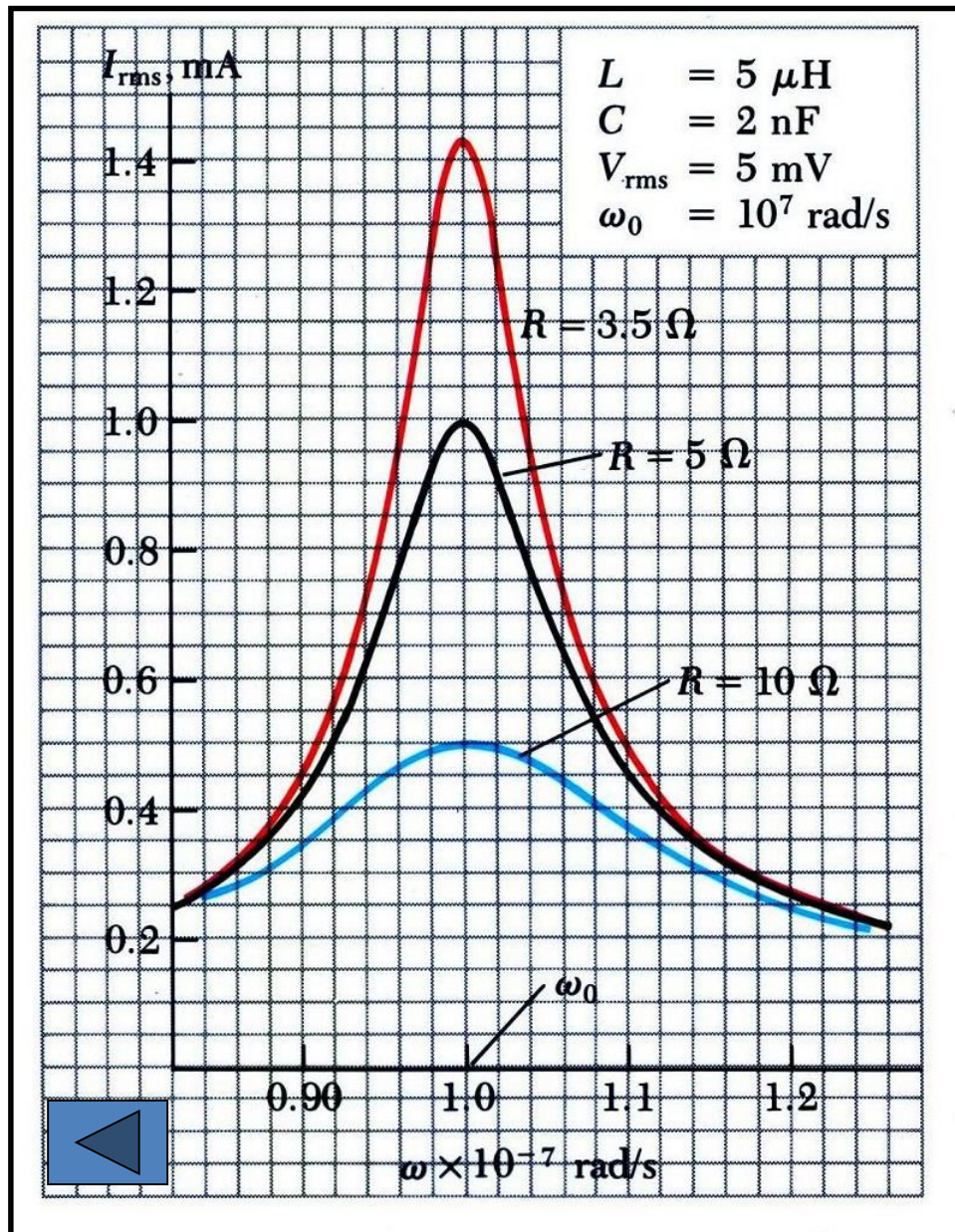
$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}$$

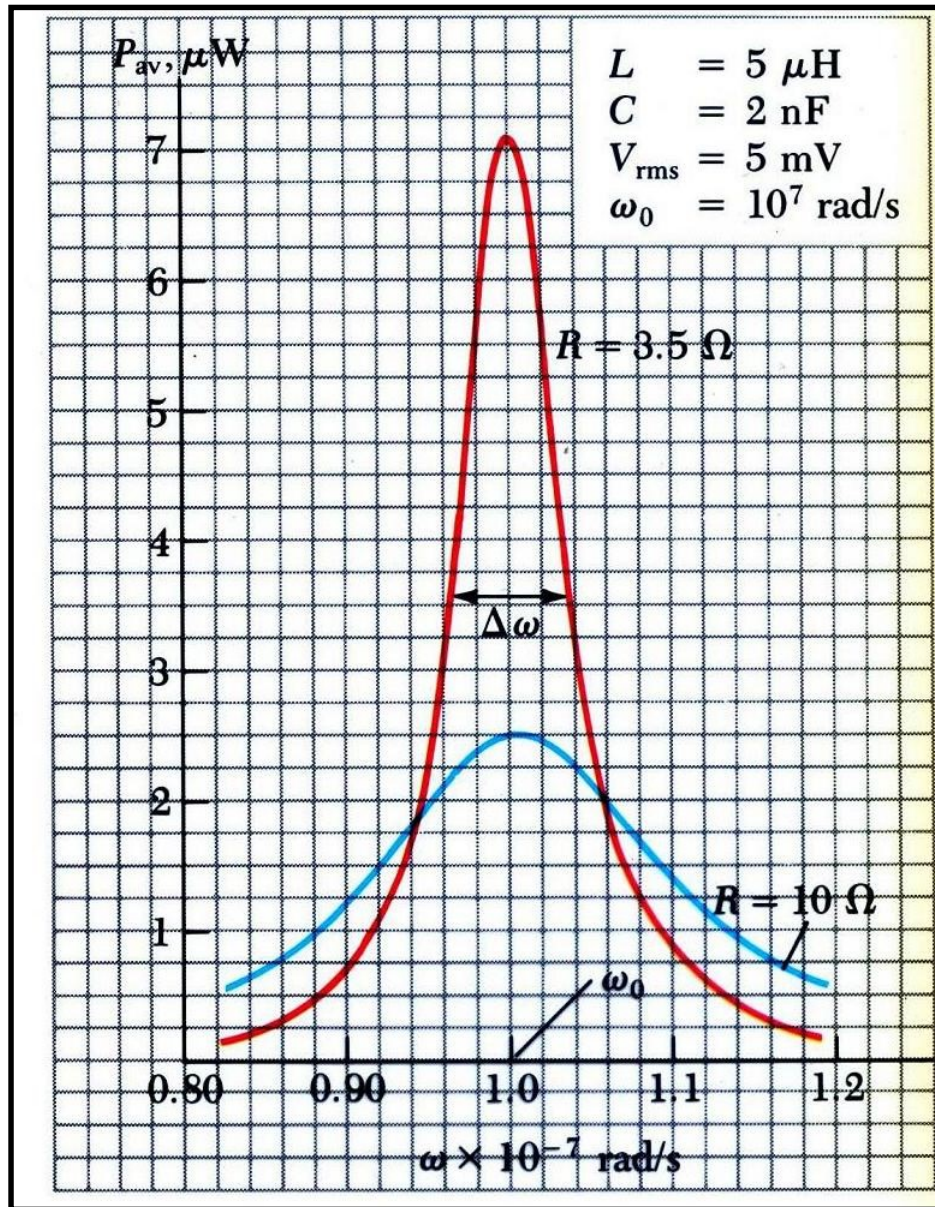
$$\rightarrow \frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$$

$$\tan \phi = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{1/R}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \rightarrow \quad Z = R$$







Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Γεώργιος Βούλγαρης, 2015. Γεώργιος Βούλγαρης. «Φυσική ΙΙΙ. Εναλλασσόμενα Ρεύματα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/PHYS14/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

