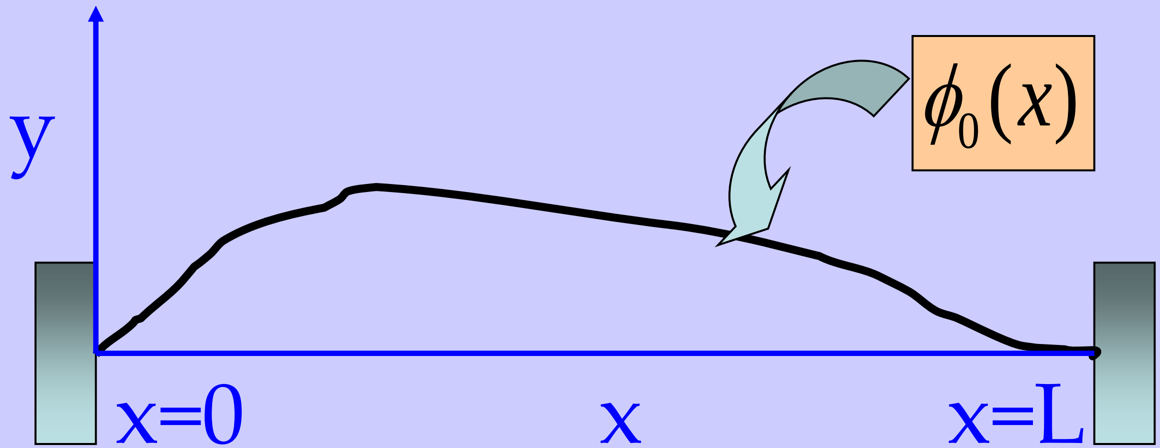
ΜΕΛΕΤΗ ΧΟΡΔΗΣ ΠΑΚΤΩΜΕΝΗΣ ΣΤΑ ΑΚΡΑ ΤΗΣ

ΜΕΡΟΣ II

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΕΥΤΑΞΙΑΣ

Ψαρεύοντας έρχεται η θάλασσα.

Οδυσσέας Ελύτης



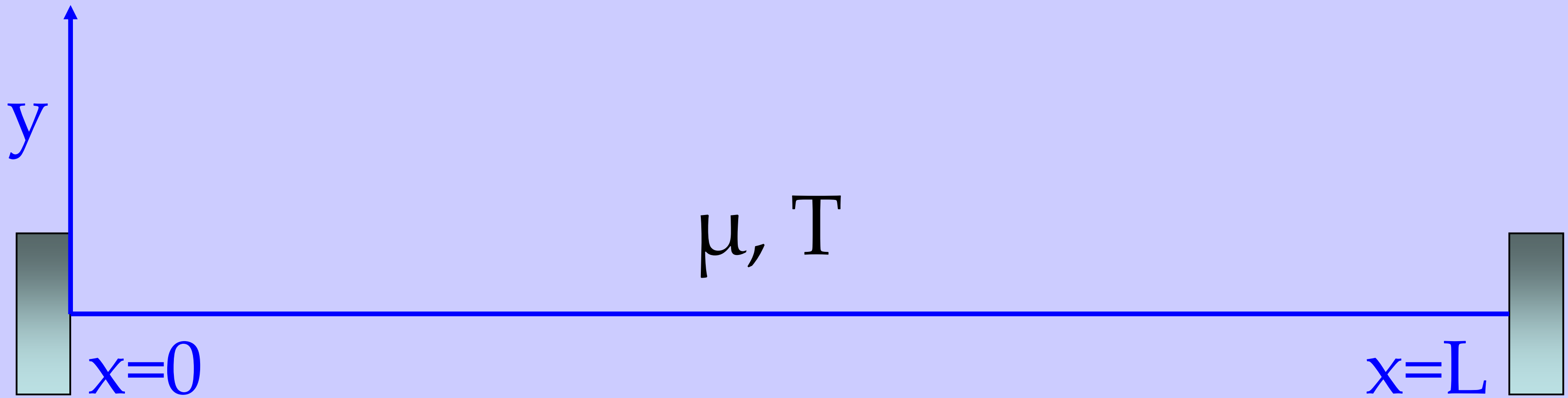
ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x=0,t)=0 \qquad y(x=L,t)=0$$

ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x,t=0)=\phi_0(x) \qquad u_y(x,t=0)=\frac{\partial y(x,t=0)}{\partial t}$$

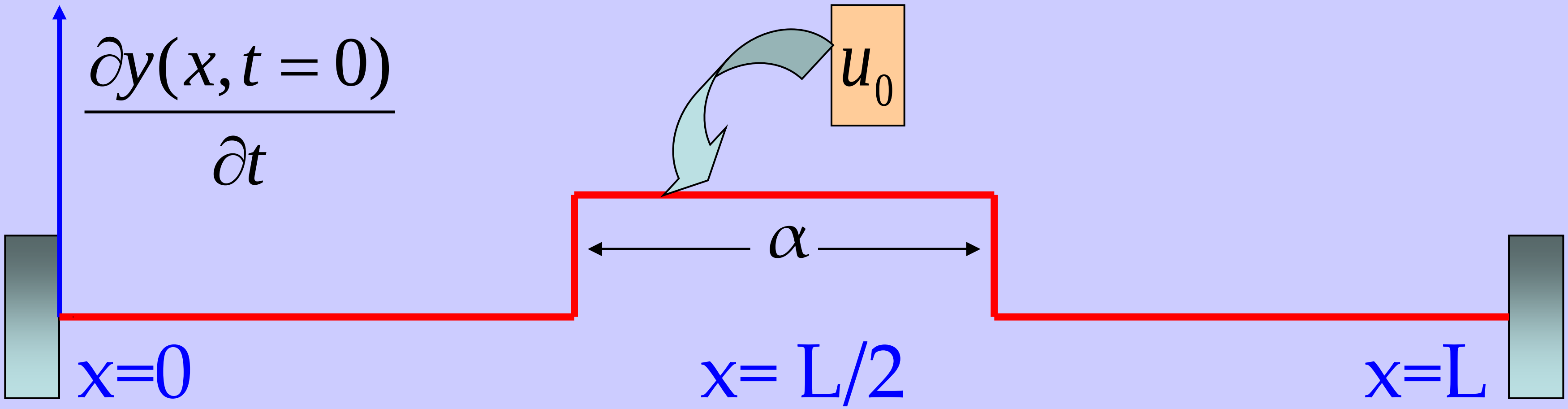
ΑΛΛΟ ΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x=0,t)=0$$

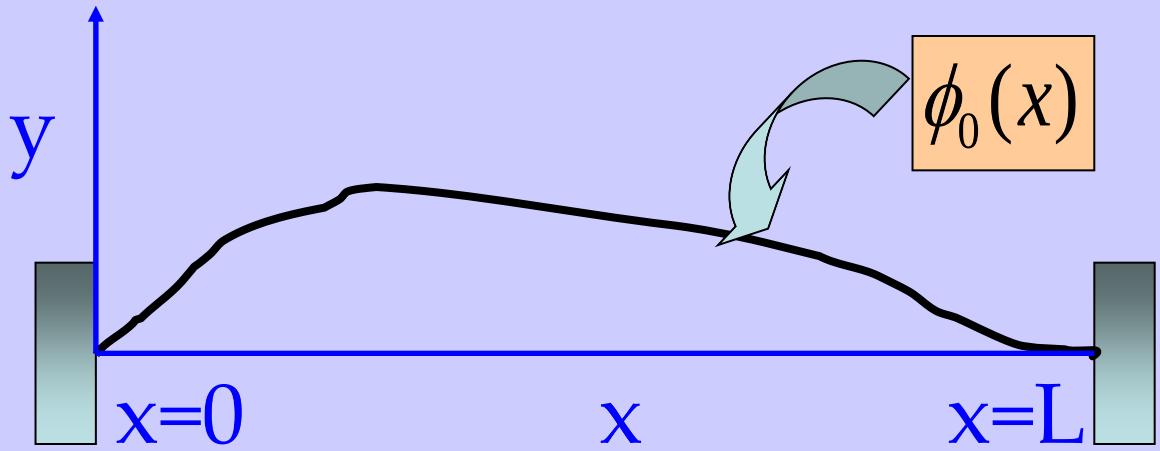
$$y(x=L,t)=0$$



ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$\boxed{y(x,t=0)=0}$$

$$u_y(x,t=0)=\frac{\partial y(x,t=0)}{\partial t}=\begin{cases} 0, & \left|x-\frac{L}{2}\right|\geq\frac{a}{2} \\ u_0, & \left|x-\frac{L}{2}\right|<\frac{a}{2} \end{cases}$$



ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$\boldsymbol{y(x=0,t)=0}$$

$$\boldsymbol{y(x=L,t)=0}$$

ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x,t=0)=\phi_0(x)$$

$$u_y(x,t=0)=\frac{\partial y(x,t=0)}{\partial t}$$

$$y(x,t)=f(x)\cos(\omega t)$$

ΑΝΑΖΗΤΟΥΜΕ ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ:

$$y(x,t) = f(x)\sin(\omega t)$$

ΝΑ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΗΘΕΙ

Η ΕΠΙΛΟΓΗ ΑΥΤΗ.

ΠΡΩΤΟ ΒΗΜΑ

$$y(x,t) = f(x)\sin(\omega t)$$

$$\frac{\partial^2 (x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{\mathrm{T}}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 t}$$

$$\frac{d^2 f(x)}{d^2 x} + \frac{\omega^2}{\upsilon^2} f(x) = 0$$

$$f(x) = A\sin\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right) + B\cos\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)$$

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin(\omega t)$$

ΑΡΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ
ΑΡΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟΝ ΧΡΟΝΟ

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ Α, Β, ω;

ΘΑ ΚΑΘΟΡΙΣΤΟΥΝ ΑΠΟ ΤΙΣ
ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ – ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ
ΑΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ!

ΔΕΥΤΕΡΟ ΒΗΜΑ

ΠΡΩΤΗ ΣΥΝΟΡΙΑΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ:

$$\boxed{y(x=0,t)=0}$$

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin(\omega t)$$

$$y(x=0,t) = 0$$

$$y(x=0,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}0) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon}0)\}\sin(\omega t) = B\sin(\omega t) = 0$$

$$\boxed{\mathrm{B} = 0}$$

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin(\omega t)$$

ΤΡΙΤΟ ΒΗΜΑ

ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΥΝΟΡΙΑΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ

$$y(x=L,t)=0$$

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin(\omega t)$$

$$y(x = L,t) = 0$$

$$y(x = L,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}L)\}\sin(\omega t) = 0$$

$$A=0$$

$$\sin(\frac{\omega}{\upsilon}L) = 0$$

$$\sin\left(\frac{\omega}{\upsilon}L\right) = 0$$

$$\frac{\omega_n}{\upsilon}L = n\pi$$

$$v_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

$$y_n(x,t) = \{A_n \sin(\frac{\omega_n}{\upsilon} x)\}\sin(\omega_n t)$$

$$\frac{\omega_n}{\upsilon} L = n\pi$$

$$y_n(x,t) = \{A_n \sin(\frac{n\pi}{L} x)\}\sin(\omega_n t)$$

$$y_n(x,t) = \left\{A_n \sin\left(\frac{2\pi}{\frac{2L}{n}}\right) x\right\}\sin(2\pi\nu_n t)$$

$$y_n(x,t) = \left\{A_n \sin\left(\frac{2\pi}{\frac{2L}{n}}x\right)\right\}\sin(2\pi\nu_n t)$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

ΜΗΚΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ
ΤΟΥ
ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

$$y_n(x,t) = \left\{A_n \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n}\right)x\right\}\sin(2\pi\nu_n t)$$

$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

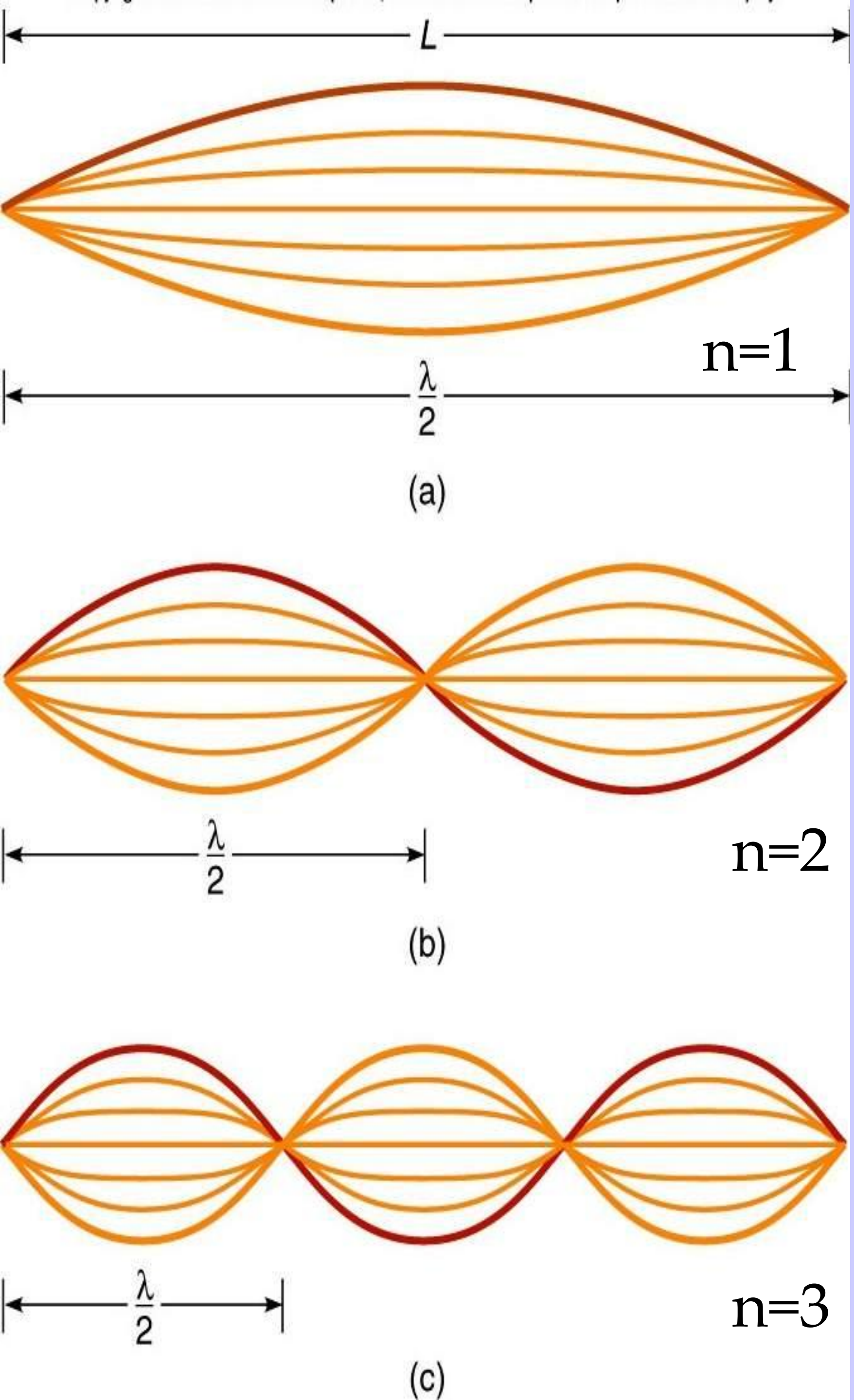
$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

ΑΓΝΩΣΤΑ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ ΜΟΝΟΝ ΤΑ ΠΛΑΤΗ An

ΟΙ ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

ΚΑΘΟΡΙΖΟΥΝ ΤΑ

ΜΗΚΗ ΚΥΜΑΤΟΣ



$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$L = n\frac{\lambda_n}{2}$$

ΓΙΑ ΝΑ ΕΧΟΥΜΕ ΚΟΜΒΟΥΣ
ΣΤΑ ΑΚΡΑ
ΠΡΕΠΕΙ ΣΕ ΜΗΚΟΣ L
ΝΑ ΠΕΡΙΕΧΕΤΑΙ ΚΑΠΟΙΟΣ
ΑΚΕΡΑΙΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

$$\frac{\lambda}{2}$$

$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

ΟΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ
ΔΙΑΜΟΡΦΩΝΟΝΤΑΙ
ΑΠΟ ΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (L)
ΚΑΙ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ
ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ (μ)- ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ (T)

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{T}}{\mu}}$$

ΤΕΤΑΡΤΟ ΒΗΜΑ

$$y_n(x,t) = \left\{A_n \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n}\right)x\right\}\sin(2\pi\nu_n t)$$

$$y_n(x,t) = A_n \sin\left(k_n x\right)\sin(\omega_n t)$$

ΑΓΝΩΣΤΑ ΠΑΡΑΜΕΝΟΥΝ ΜΟΝΟΝ
ΤΑ ΠΛΑΤΗ An

ΘΑ ΚΑΘΟΡΙΣΤΟΥΝ ΑΠΟ ΤΙΣ
ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y_n(x,t) = A_n \sin\left(k_n x\right)\sin(\omega_n t)$$

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} y_n(x,t)$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \omega_n \sin(k_n x)\cos(\omega_n t)$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \omega_n \sin(k_n x)\cos(\omega_n t)$$

$$\frac{\partial y(x,t=0)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{n=\infty} A_n \omega_n \sin(k_n x) = u_0(x)$$

$$\int_0^L \sin(k_n x)\cdot\sin(k_m x)dx = 0$$

$$\int_0^L \sin(k_n x)\cdot\sin(k_m x)dx = \frac{L}{2}$$

$$n \neq m$$

$$n = m$$

$$A_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{2}{L}\int_0^L u_y(x,t=0)\sin(k_n x)dx$$

$$u_y(x,t=0) = \frac{\partial y(x,t=0)}{\partial t} = \begin{cases} 0, \left|x-\frac{L}{2}\right| \geq \frac{a}{2} \\ u_0, \left|x-\frac{L}{2}\right| < \frac{a}{2} \end{cases}$$

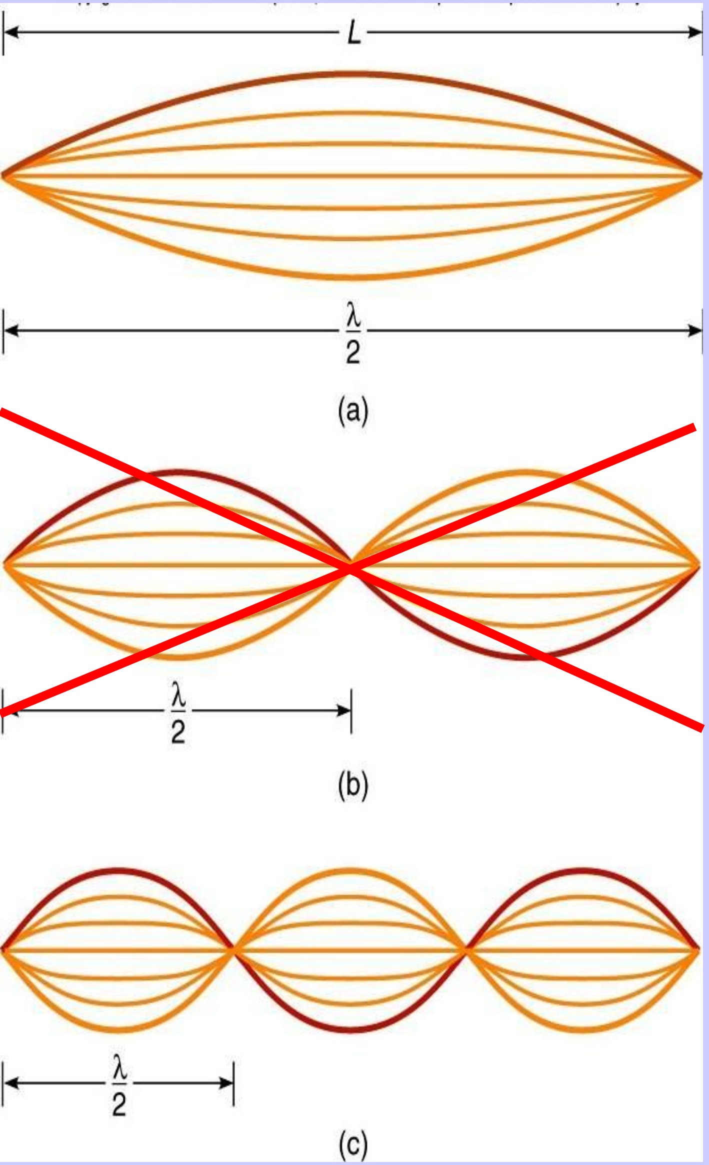
$$A_n = \frac{1}{\omega_n}\frac{2u_0}{L}\int_{\frac{L}{2}-\frac{a}{2}}^{\frac{L}{2}+\frac{a}{2}} \sin(k_n x)dx$$

$$A_n\omega_n = \frac{4\upsilon}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{2})\sin(\frac{n\pi a}{2L})$$

ΜΗΔΕΝΙΖΕΤΑΙ ΓΙΑ n = ΑΡΤΙΟΣ

$$A_n\omega_n = \frac{4\upsilon}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{2})\sin(\frac{n\pi a}{2L})$$

n = ΠΕΡΙΤΤΟΣ



$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad \nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

$$A_n\omega_n = \frac{4\upsilon}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{n\pi a}{2L}\right)$$

n = Περιττός

ΗΤΑΝ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟ

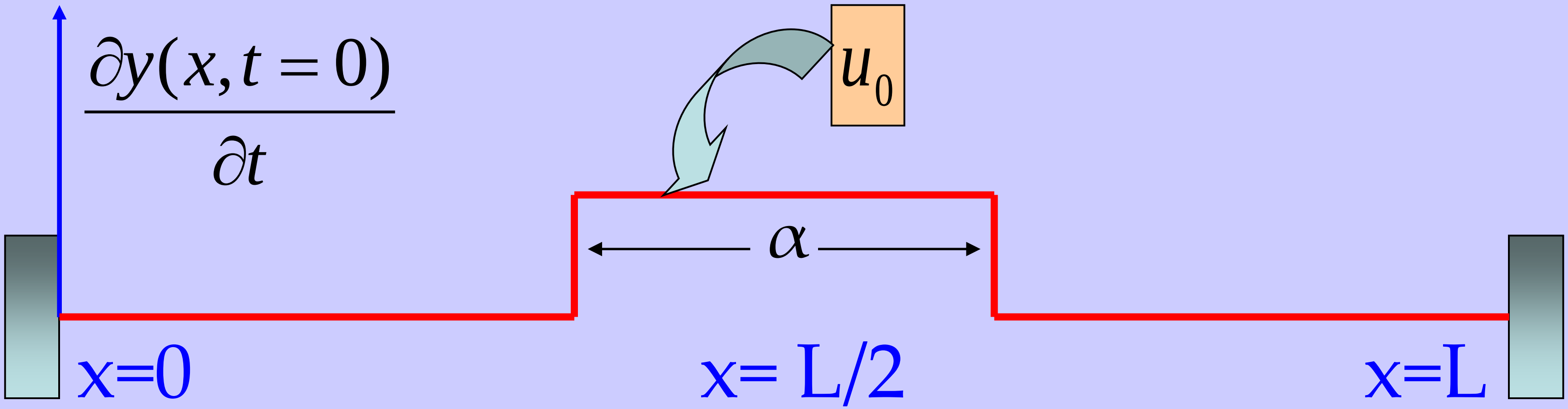
ΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΑΥΤΟ;

ΠΩΣ ΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ

ΣΤΑ ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

;



ΠΩΣ ΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ;

$$E_{o\lambda\iota\kappa\eta} = \frac{1}{2}\{\mu\alpha\}u_0{}^2$$

$$E_n = \frac{1}{4}(\mu L)\left(A_n \omega_n\right)^2$$

$$A_n \omega_n = \frac{4\upsilon}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{2})\sin(\frac{n\pi a}{2L})$$

n = περιττός

$$E_n = \frac{4\mu L\,\upsilon^2}{n^2\pi^2}\sin^2(\frac{n\pi a}{2L})$$

$$E_n = \frac{4\mu L u_0{}^2}{n^2\pi^2}\sin^2\left(\frac{n\pi a}{2L}\right)$$

$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

$$\omega_n = 2\pi\cdot n\frac{\upsilon}{2L}$$

$$\omega_n a = 2\pi\cdot n\frac{\upsilon}{2L}a$$

$$\frac{\omega_n a}{2\upsilon} = \frac{n\pi a}{2L}$$

$$E_n = \frac{4\mu L \upsilon^2}{n^2\pi^2}\sin^2\left(\frac{\omega_n a}{2\upsilon}\right)$$

$$E_n = \frac{4\mu L u_0{}^2}{n^2\pi^2}\sin^2(\frac{\omega_n a}{2\upsilon})$$

$$\omega_n = 2\pi \cdot n\frac{\upsilon}{2L}$$

$$n^2\pi^2 = \frac{\omega_n{}^2 L^2}{\upsilon^2}$$

$$E_n = \frac{4\mu u_0{}^2\upsilon^2}{\omega_n{}^2 L}\sin^2(\frac{\omega_n a}{2\upsilon})$$

$$E_n = \frac{4\mu u_0{}^2 \upsilon^2}{\omega_n{}^2 L}\sin^2\left(\frac{\omega_n a}{2\upsilon}\right)$$

$$E_n = \frac{4\mu L u_0{}^2}{n^2\pi^2}\sin^2\left(\frac{n\pi a}{2L}\right)$$

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΠΟΥ ΔΙΝΕΤΑΙ
ΓΙΑ ΤΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ
ΔΕΝ ΙΣΟΚΑΤΑΝΕΜΕΤΑΙ
ΣΤΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ
ΠΟΥ ΑΝΑΔΥΟΝΤΑΙ.
ΟΙ ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ
ΤΩΝ ΣΤΑΣΙΜΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ.
ΔΡΑΣΤΙΚΗ ΜΕΙΩΣΗ
ΜΕ ΤΗΝ ΑΥΞΗΣΗ ΤΟΥ

$$n$$


E H
A R T

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

$$a = \frac{L}{2}$$

$$E_n = \frac{4\mu L u_0{}^2}{n^2\pi^2}\sin^2\left(\frac{n\pi a}{2L}\right)$$

$$E_1 = \frac{4\mu L u_0{}^2}{\pi^2}\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$E_1 = \frac{4\mu L u_0{}^2}{\pi^2}\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$E_1 = \frac{2\mu L u_0{}^2}{\pi^2}$$

$$E_1 = \frac{2\mu L {u_0}^2}{\pi^2}$$

$$E_{\text{ολικη}} = \frac{1}{2}\left\{\mu \frac{L}{2}\right\}{u_0}^2$$

$$E_1 = \frac{8}{\pi^2} E_{\text{ολικη}} \approx \frac{81}{100} E_{\text{ολικη}}$$

Η ΕΞΑΡΤΗΣΗ
ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΤΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΣΤΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

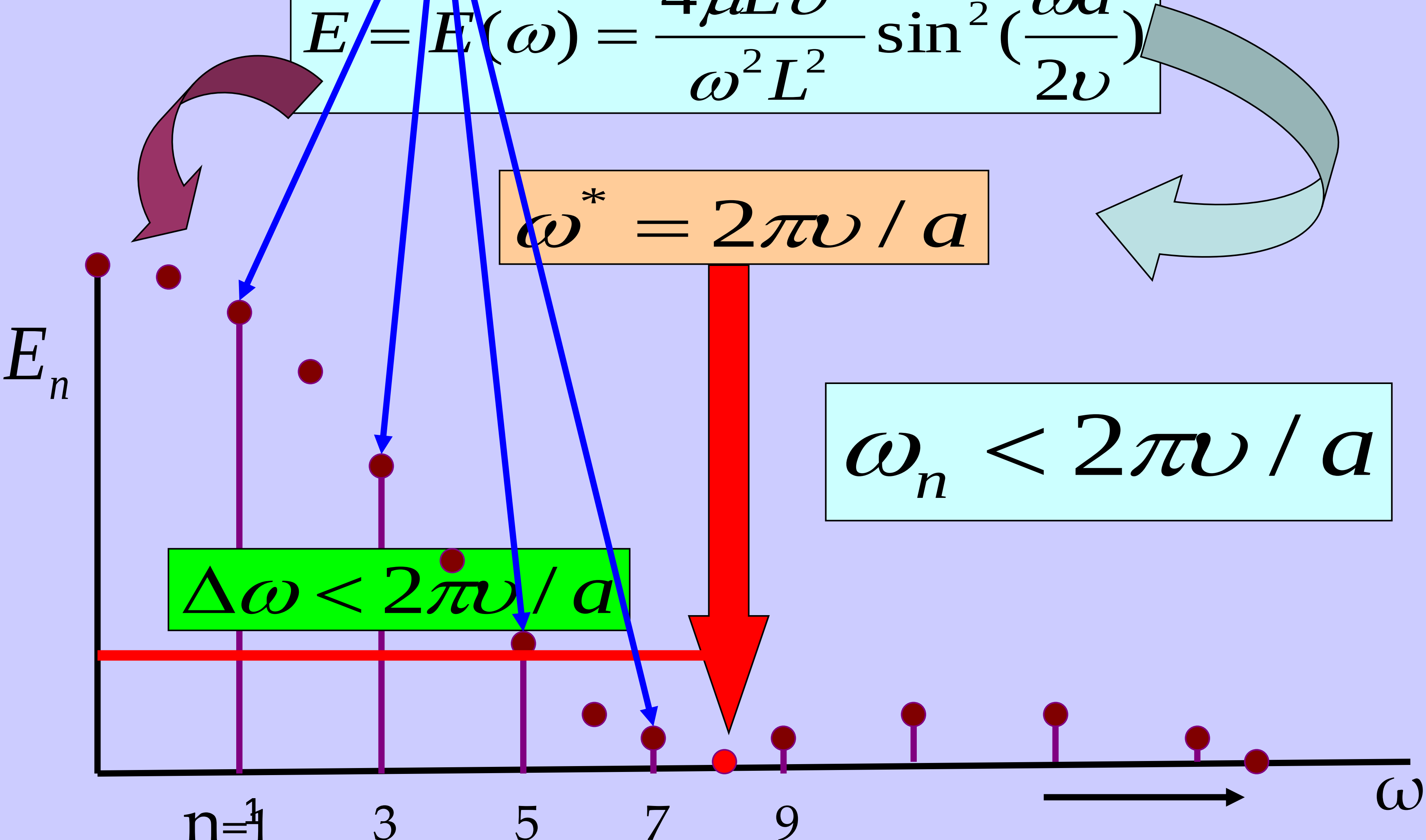
ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΚΤΑΣΗ
ΤΗΣ ΑΡΧΙΚΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ
ΣΕ ΣΧΕΣΗ
ΜΕ ΤΗΝ ΕΚΤΑΣΗ
ΤΟΥ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΥ ΧΩΡΟΥ
ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΟΥΣ

$$E_n = \frac{4\mu u_0{}^2 \upsilon^2}{\omega_n{}^2 L} \sin^2\left(\frac{\omega_n a}{2\upsilon}\right)$$

n = Περιττός

$$E_n = \frac{4\mu u_0{}^2 \upsilon^2}{\omega_n{}^2 L} \sin^2\left(\frac{\omega_n a}{2\upsilon}\right)$$

$$E = E(\omega) = \frac{4\mu L \upsilon^2}{\omega^2 L^2} \sin^2\left(\frac{\omega a}{2\upsilon}\right)$$



$$\omega^* = 2\pi\upsilon / a \qquad \omega_n < 2\pi\upsilon / a$$

$$\Delta\omega < 2\pi\upsilon / a$$

ΠΡΑΚΤΙΚΑ
Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΠΤΥΞΗ
ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ Σ.Κ
ΠΟΥ ΕΜΠΙΠΤΟΥΝ ΣΤΗ ΖΩΝΗ Δω

ΤΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ

ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΜΟΝΟΝ ΑΠΟ ΤΟ α

ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΟ ΤΟΥ L

$$\omega_{n+2} - \omega_n = 2\pi\upsilon / L$$

n = περιττός

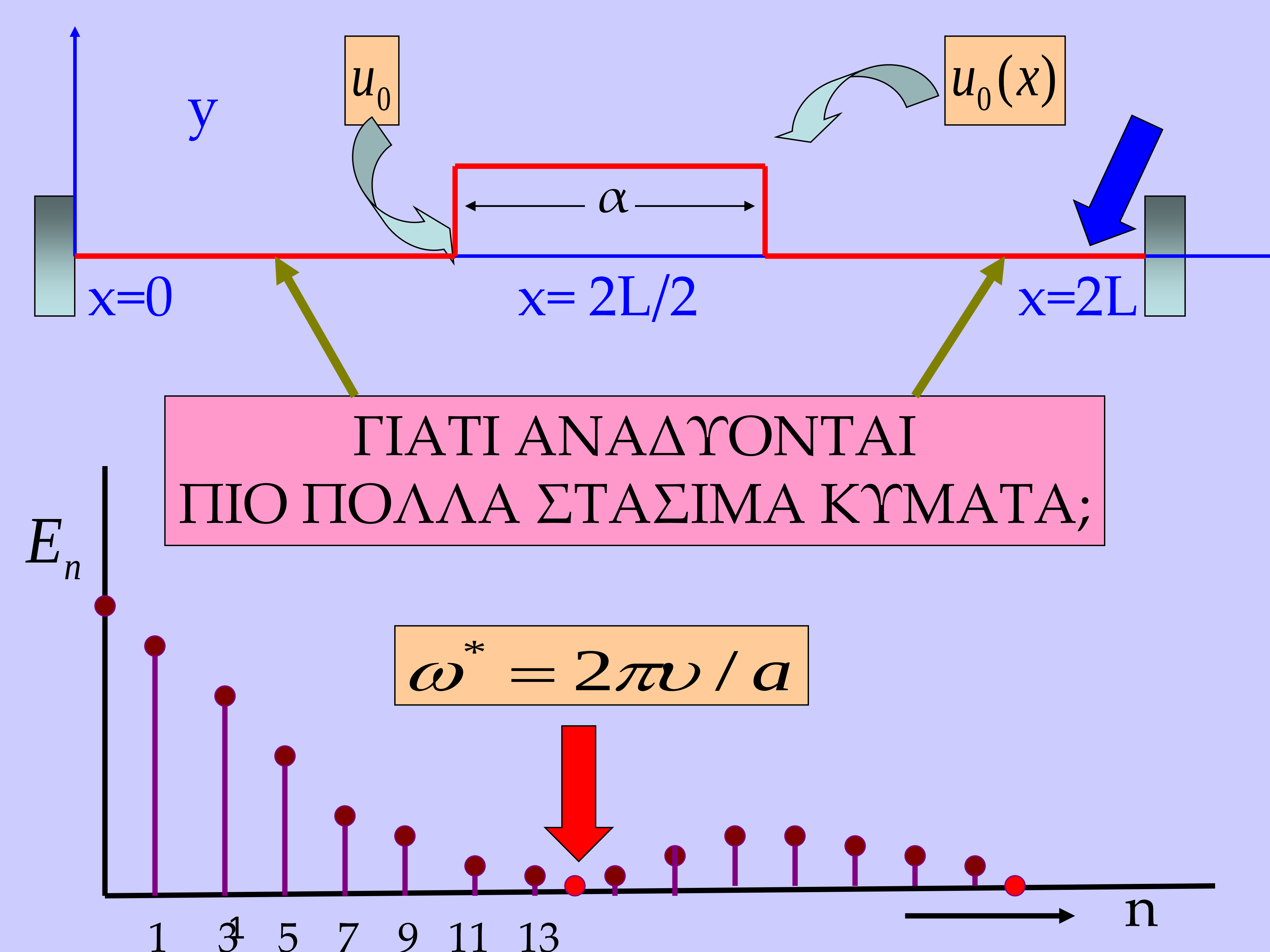
ΜΕΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ
ΚΑΘΩΣ ΤΟ L ΜΕΓΑΛΩΝΕΙ

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

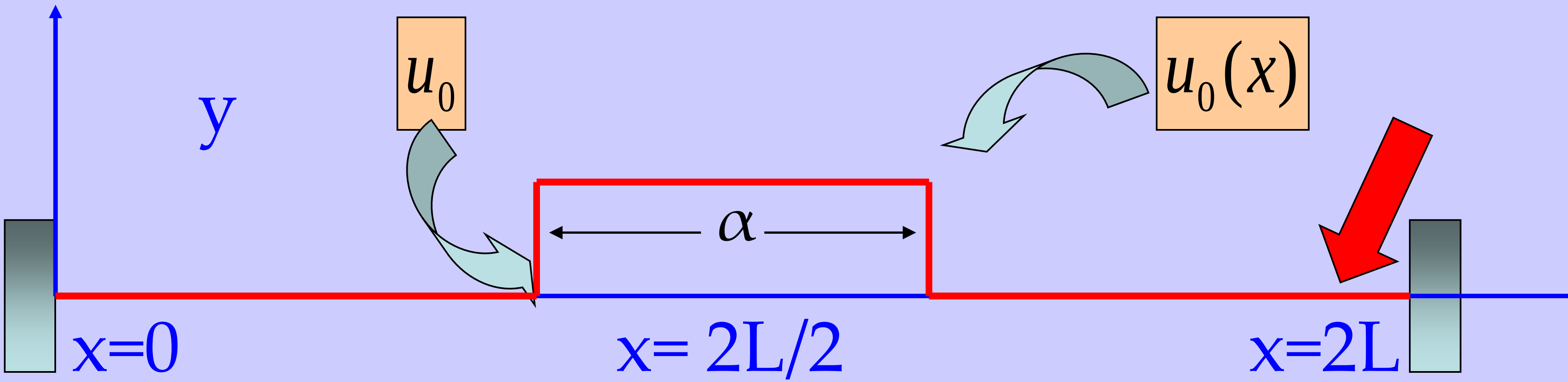
$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

ΓΙΑΤΙ;

ΚΑΘΩΣ ΤΟ L ΜΕΓΑΛΩΝΕΙ ΜΕ α=const.
ΠΙΟ ΠΟΛΛΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ
ΘΑ ΠΕΦΤΟΥΝ ΣΤΟ ΙΔΙΟ Δω



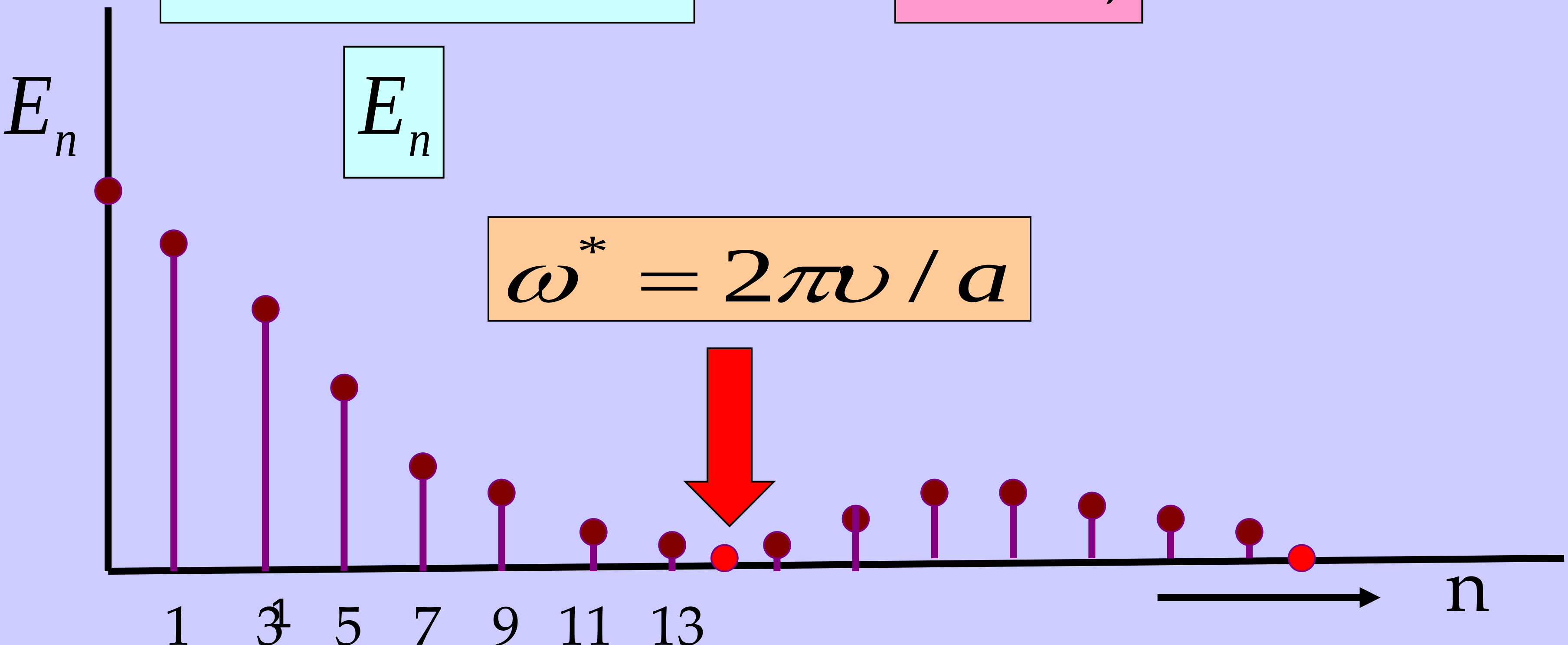
y
u_0
$u_0(x)$
α
x=0
x= 2L/2
x=2L
ΓΙΑΤΙ ΑΝΑΔΥΟΝΤΑΙ
ΠΙΟ ΠΟΛΛΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ;
E_n
$\omega^* = 2\pi\upsilon / a$
n
1 3 5 7 9 11 13

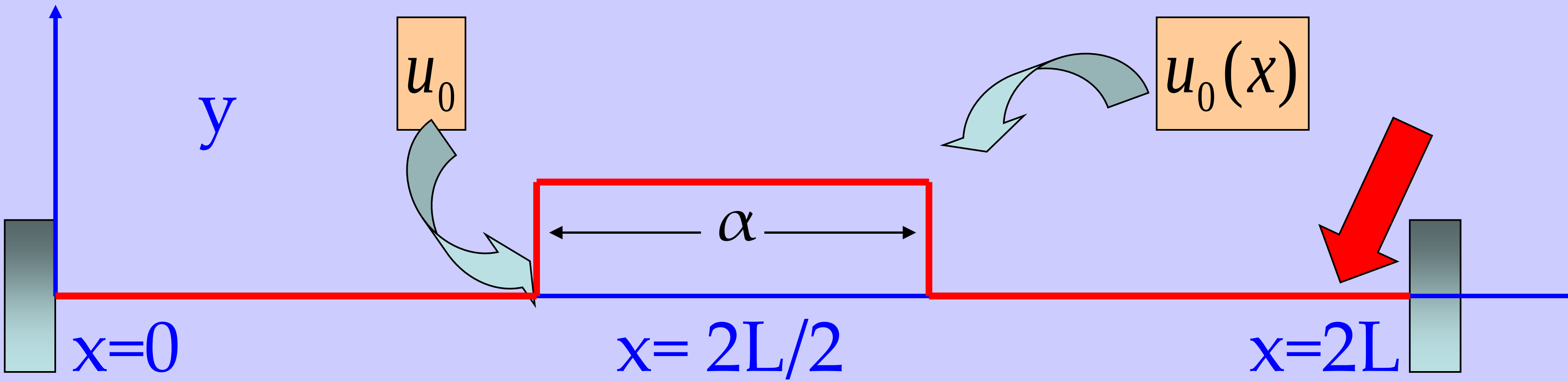


ΜΕΙΩΣΗ ΤΩΝ E_n

ΓΙΑΤΙ;

$$\omega^* = 2\pi\upsilon / a$$

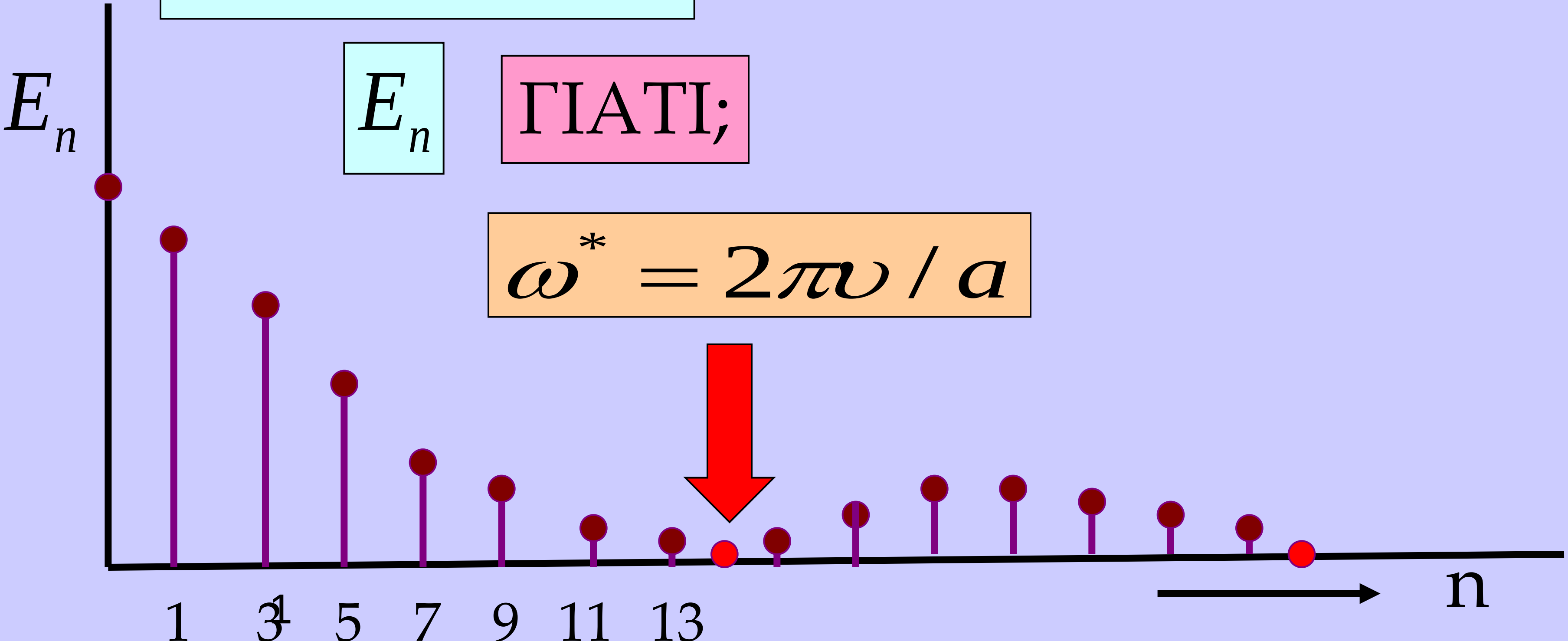




ΜΕΙΩΣΗ ΤΩΝ E_n

ΓΙΑΤΙ;

$$\omega^* = 2\pi\upsilon / a$$



$$\Delta x = a$$

$$\Delta\omega \sim 2\pi\upsilon / a$$

$$(\Delta x)(\Delta\omega) \sim 2\pi\upsilon$$

$$\omega_{n+2} - \omega_n = 2\pi\upsilon / L$$

ΟΣΟ ΤΟ Δx ΜΙΚΡΑΙΝΕΙ ΠΙΟ ΕΚΤΕΤΑΜΕΝΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΦΑΣΜΑ ΣΥΜΜΕΤΕΧΕΙ

Δx ΜΕΓΑΛΟ:
ΤΟ ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΟ ΦΑΣΜΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΖΕΤΑΙ ΣΤΙΣ ΠΟΛΥ ΜΙΚΡΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ

$$\omega_{n+2} - \omega_n = 2\pi u_0 / L$$

ΜΕΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΦΟΡΑΣ
ΚΑΘΩΣ ΤΟ L ΜΕΓΑΛΩΝΕΙ

ΤΙ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ
ΕΑΝ

$$L \rightarrow \infty$$

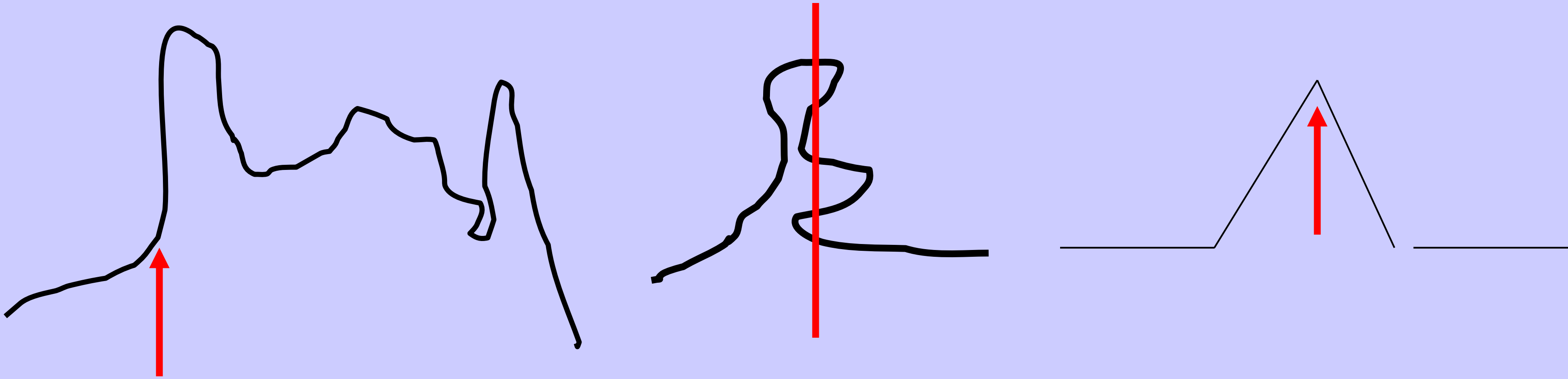
$$\omega_{n+2} - \omega_n \rightarrow 0$$

ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΗ

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ

ΟΜΑΛΗΣ

ΚΥΜΑΤΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ



ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΦΥΣΙΚΑ ΑΠΟΔΕΚΤΗ
ΜΙΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ
ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΟΜΑΛΗ:

- ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΕΧΗΣ
- Η ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΤΗΣ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΕΧΗΣ

ΤΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΟΥ ΜΕΛΕΤΗΣΑΜΕ
ΗΤΑΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ!

ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΗ

ΜΙΑ ΣΧΕΣΗ

ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ

ΜΕ ΠΡΟΣΟΧΗ!

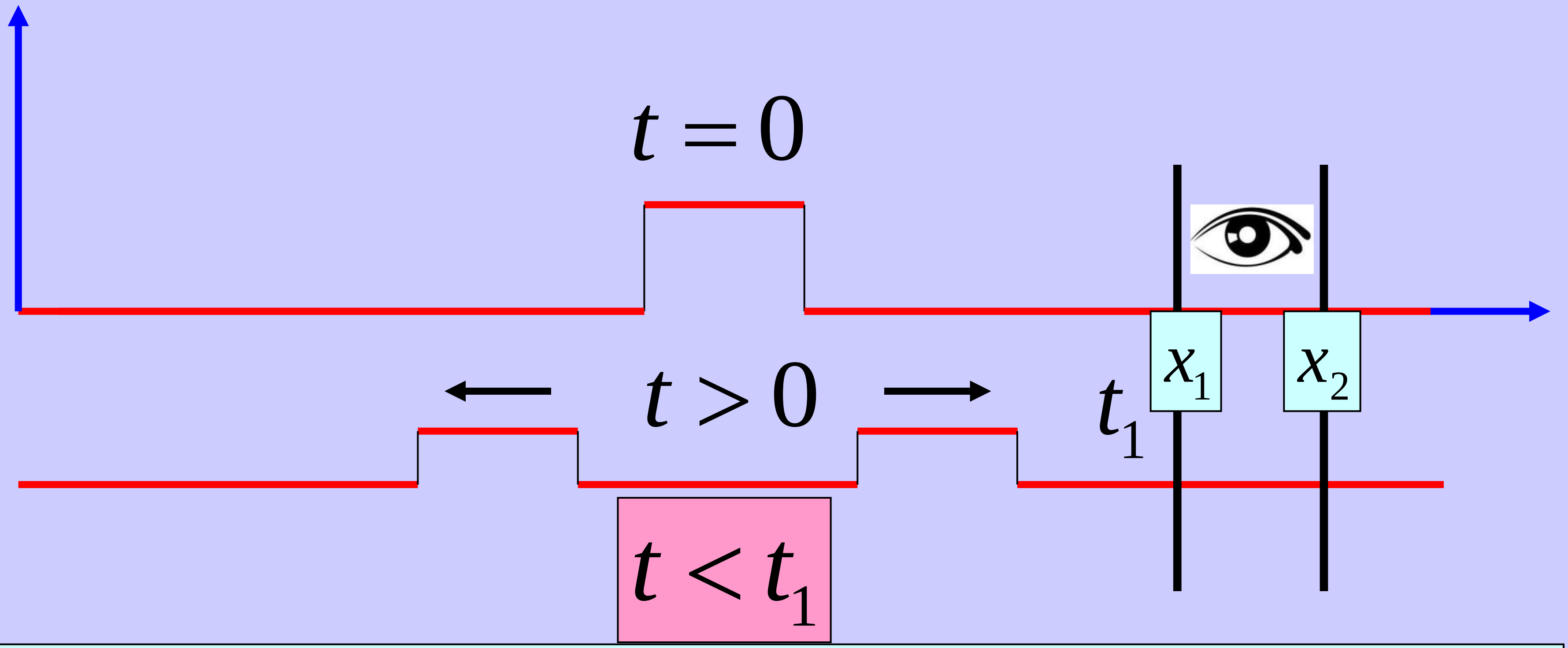
$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

$$\upsilon = \lambda_n \nu_n$$

ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΗ:

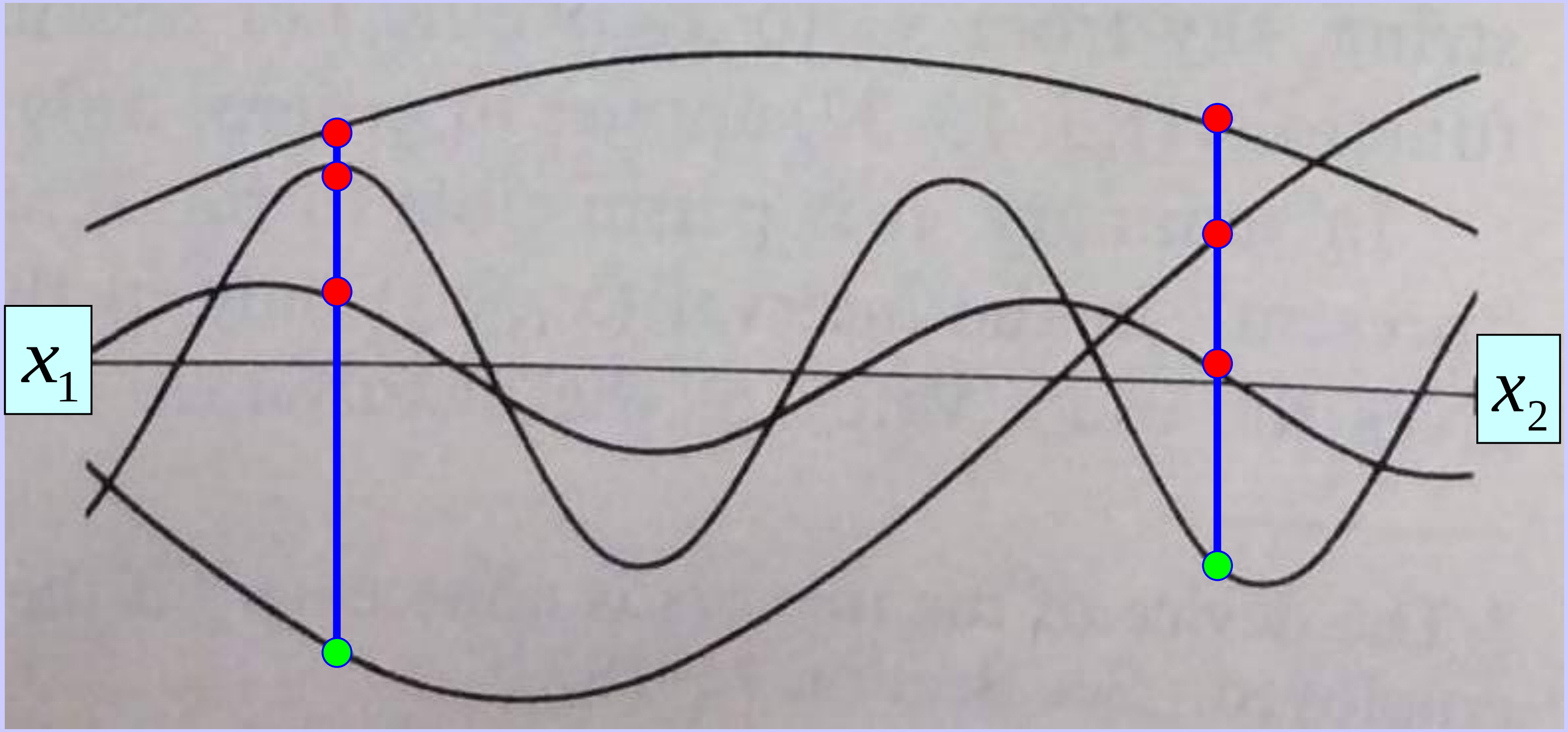
Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ



ΔΕΝ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ ΤΙΠΟΤΑ!

Η ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΟΔΗΓΕΙ ΣΕ ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ.

ΘΕΤΙΚΕΣ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΕΙΣ ΑΝΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΑΡΝΗΤΙΚΕΣ



$t < t_1$

$$t > t_1$$

Η ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΤΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

ΔΕΝ ΟΔΗΓΕΙ

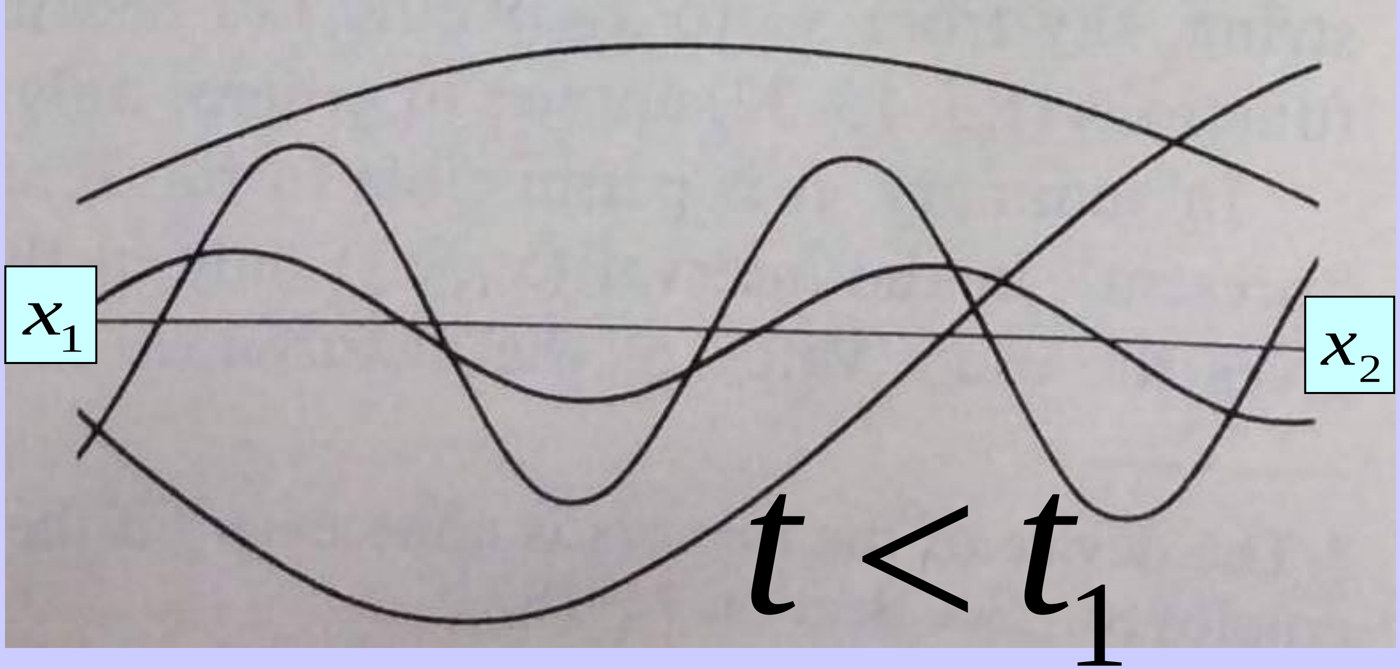
ΣΕ ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ.

ΟΙ ΘΕΤΙΚΕΣ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΕΙΣ

ΔΕΝ ΑΝΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΡΝΗΤΙΚΕΣ.

Η ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ

ΕΧΕΙ ΦΤΑΣΕΙ.



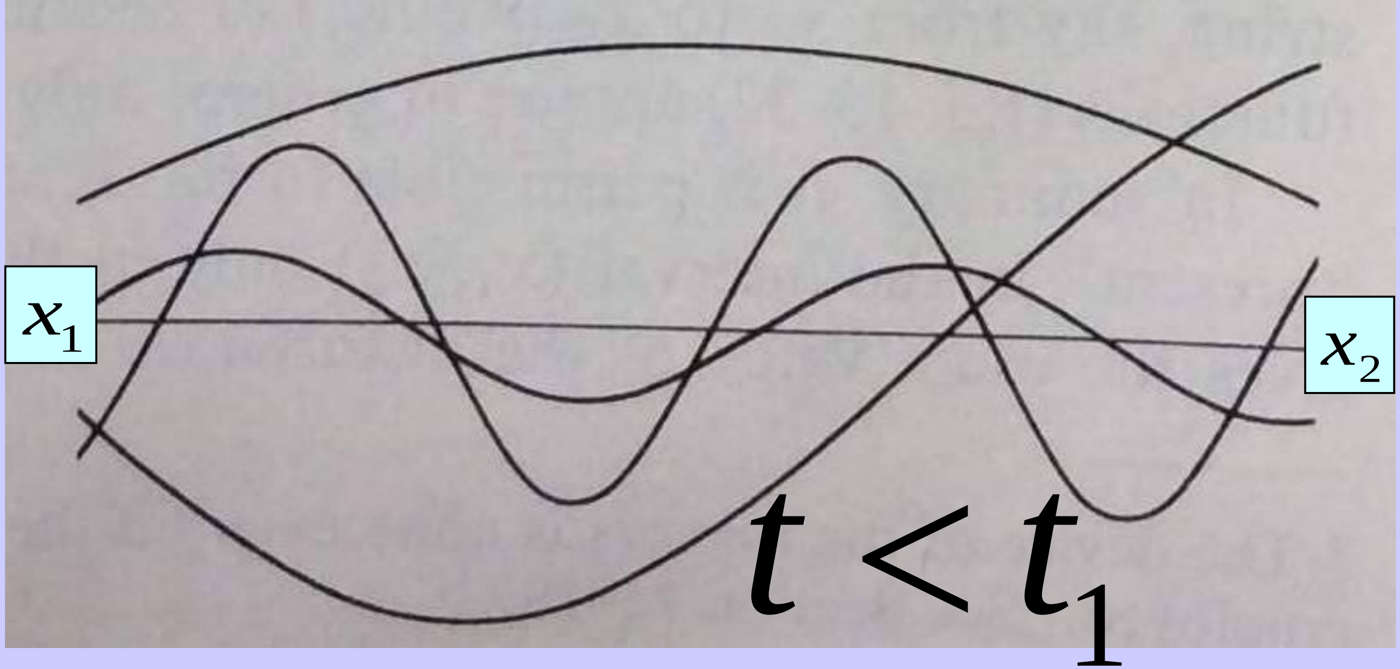
ΟΜΩΣ

ΤΑ ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΠΑΡΟΝΤΑ ΚΑΙ ΓΙΑ

$$t < t_1$$

ΑΝΙΧΝΕΥΣΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ

ΠΡΙΝ ΦΤΑΣΕΙ ΣΤΗ ΘΕΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗΣ!



ΤΑ ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΠΑΡΟΝΤΑ ΚΑΙ ΓΙΑ
$t < t_1$

ΚΑΘΕ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ ΕΧΕΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ.ΘΑ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΟΥΜΕ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΡΙΝ ΦΤΑΣΕΙ Η ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ;

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ
ΣΤΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ
ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ
ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ
ΚΑΙ ΟΧΙ
ΩΣ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΤΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ
ΤΩΝ
ΣΤΑΣΙΜΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ.

ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΤΡΕΠΤΟ
ΝΑ ΘΕΩΡΟΥΜΕ
ΟΤΙ ΟΙ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ - ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΠΑΡΟΝΤΑ ΣΤΟ

$$(x_1, x_2)$$

ΜΟΝΟ
ΜΕ ΤΗΝ ΕΝΝΟΙΑ
ΟΤΙ Η ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΤΟΥΣ
ΔΙΝΕΙ ΤΗΝ ΑΚΡΙΒΗ ΤΙΜΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ
$y(x,t)$
ΣΕ ΑΥΤΟ ΤΟ ΧΩΡΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ
ΚΑΘΕ ΣΤΙΓΜΗ.

ΚΑΘΕ ΑΛΛΗ ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑ
ΝΑ ΑΠΟΔΩΣΟΥΜΕ
«ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ»
ΣΤΙΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ – ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΑΠΟΤΥΧΗΜΕΝΗ.

ΕΑΝ ΑΝΑΦΕΡΟΥΜΕ
ΟΧΙ ΣΕ ΤΜΗΜΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ
ΑΛΛΑ ΣΕ ΟΛΗ ΤΗ ΧΟΡΔΗ
Η ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑ
ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΤΥΧΗΣ;

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΛΟΙΠΟΝ ΤΑ ΟΡΙΑ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ;

ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΗ

Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ

ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΟΣ

$$(\Delta k)(\Delta x) \geq \frac{1}{2}$$

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

$$(\Delta p_x)(\Delta x) \geq \hbar$$

ΦΥΣΙΚΗ

ΟΥΤΕ Η ΘΕΣΗ ΟΥΤΕ Η ΟΡΜΗ
ΕΝΟΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΥ
ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΤΟΥΝ
ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑΜΕ ΟΣΟΔΗΠΟΤΕ ΜΕΓΑΛΗ ΑΚΡΙΒΕΙΑ

$$(\Delta\omega)(\Delta t) \geq \frac{1}{2}$$

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

$$(\Delta E)(\Delta t) \geq \hbar$$

ΦΥΣΙΚΗ

Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΕΝΟΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΕΧΕΙ ΕΝΔΟΓΕΝΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ.
Η ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΔΕ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟ ΧΡΟΝΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ Δt ΠΑΡΑΜΟΝΗΣ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

ΕΝΑ ΣΥΜΠΑΝ

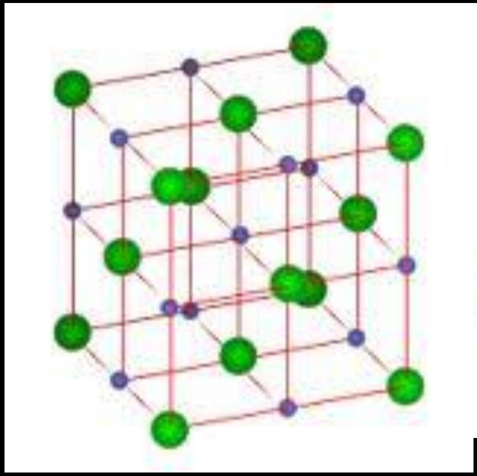
ΧΩΡΙΣ ΤΗΝ

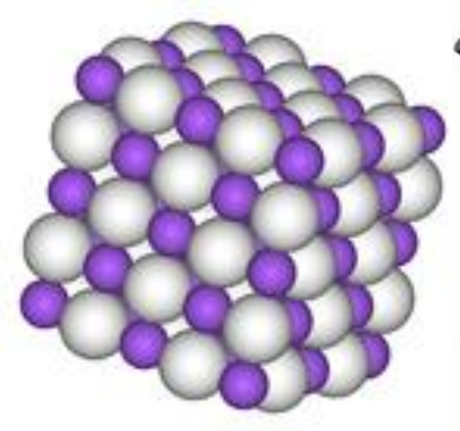
ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

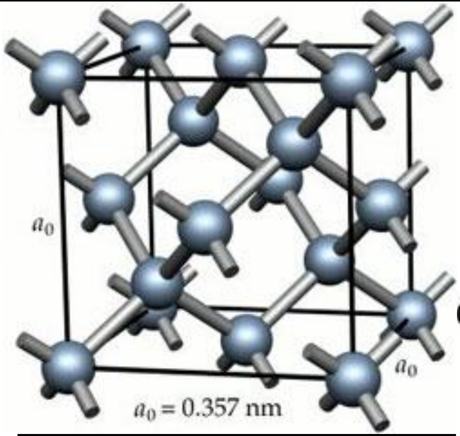
ΘΑ ΗΤΑΝ ΕΝΑ ΝΕΚΡΟ ΣΥΜΠΑΝ!

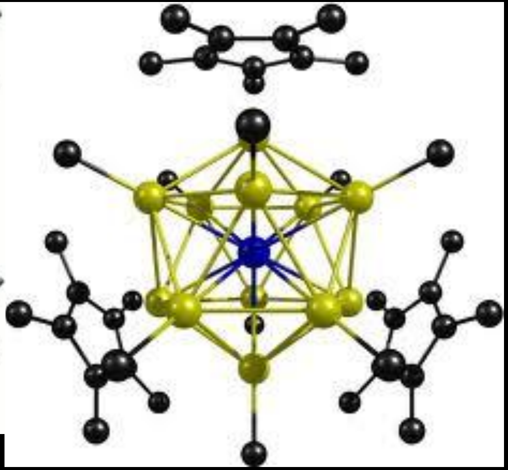
ΓΙΑΤΙ Ο ΚΟΣΜΟΣ ΕΙΝΑΙ ΕΤΣΙ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ;

Η Φύση
δομεί
με κανόνες αισθητικής.



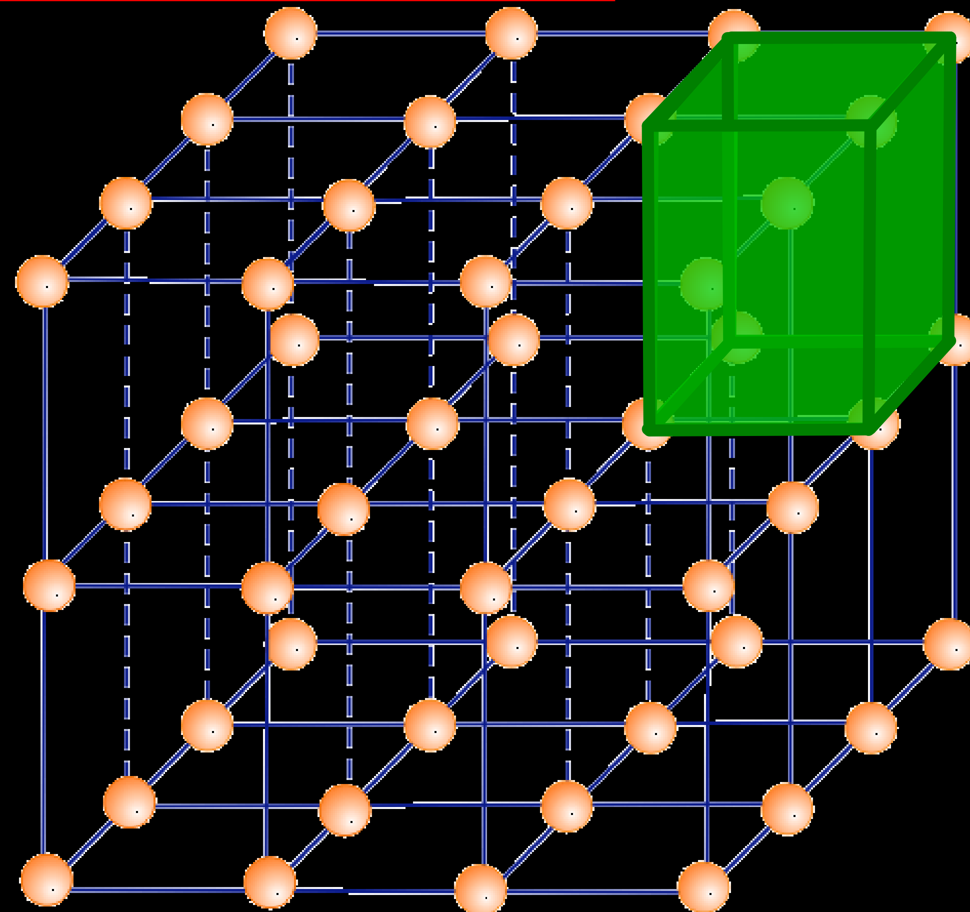






Η ΦΥΣΗ ΔΟΜΕΙ ΜΕ ΚΑΝΟΝΑ ΤΗΝ ΑΙΣΘΗΤΙΚΗ.

ΚΡΥΣΤΑΛΛΙΚΟ ΠΛΕΓΜΑ



ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΤΗΤΑ

Η ΦΥΣΗ

ΔΕΝ ΧΤΙΖΕΙ ΑΝΑΡΧΑ!

Η ΦΥΣΗ ΚΑΝΕΙ ΟΚΟΝΟΜΙΑ ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΛΩΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ!

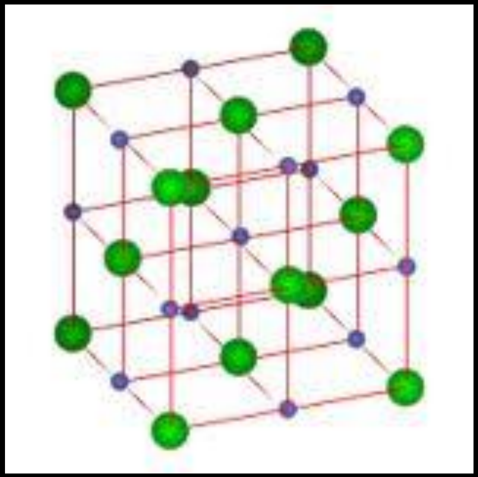
ΣΥΝΔΥΑΖΕΙ ΤΗΝ ΑΙΣΘΗΤΙΚΗ

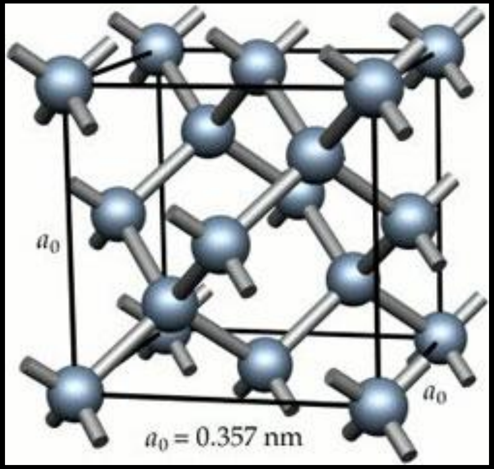
ΜΕ ΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

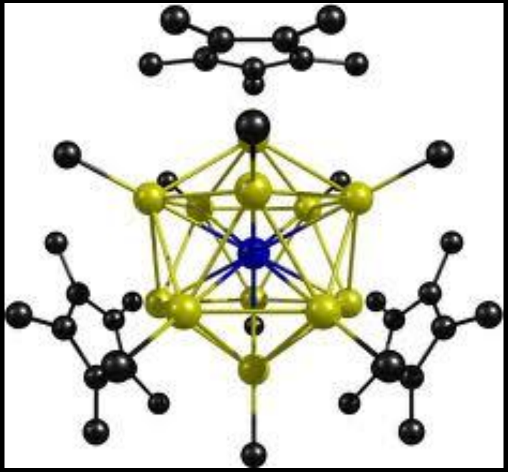
ΣΤΗΝ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ!

Η ΦΥΣΗ

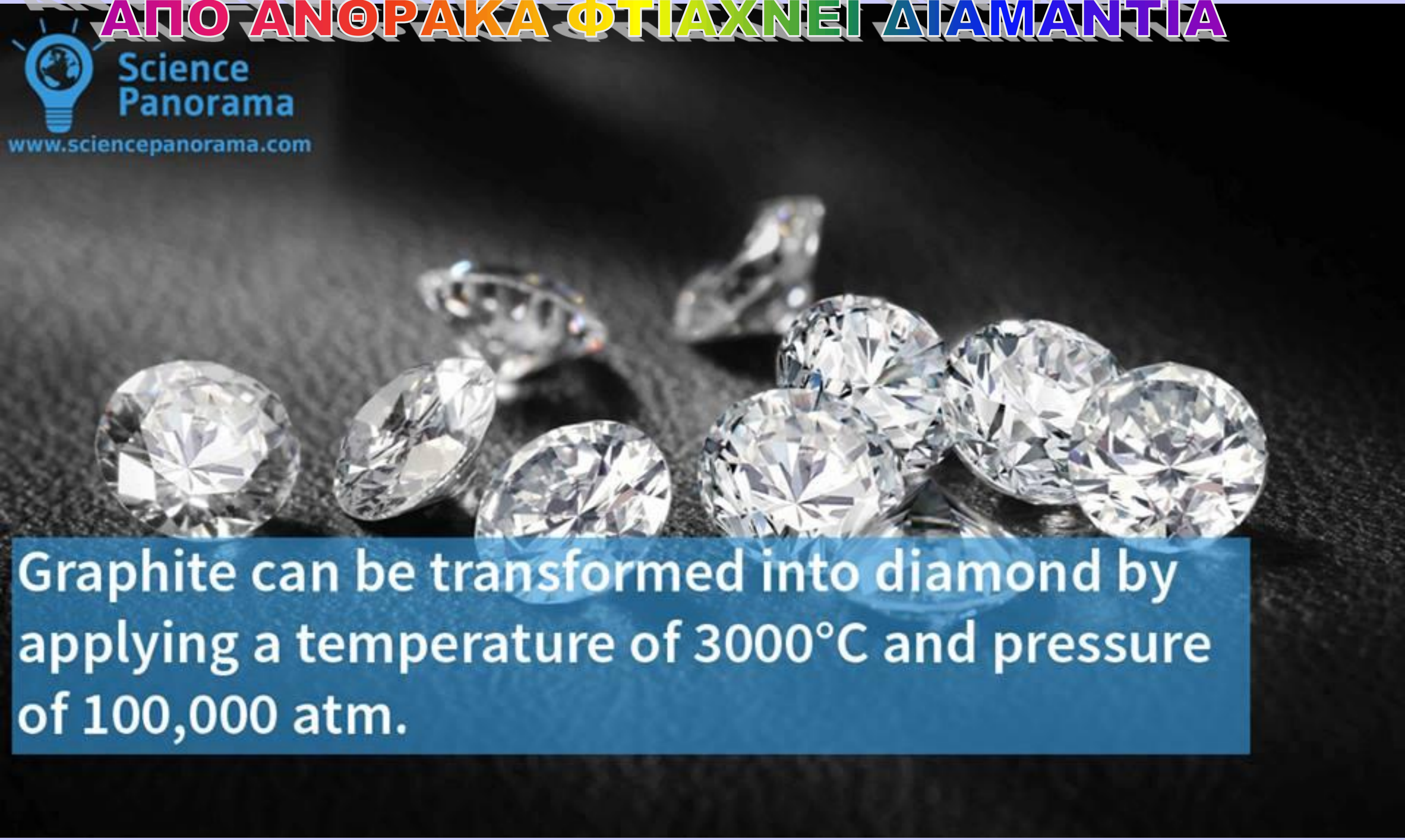
ΔΕΝ ΔΑΝΕΙΖΕΤΑΙ ΠΟΤΕ!







ΑΝ ΕΧΕΙ ΝΑ ΔΙΑΘΕΣΕΙ ΠΟΛΥ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΑΠΟ ΑΝΘΡΑΚΑ ΦΤΙΑΧΝΕΙ ΔΙΑΜΑΝΤΙΑ



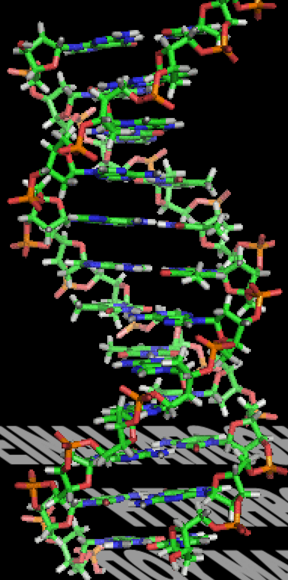
ΑΝ ΕΧΕΙ ΝΑ ΔΙΑΘΕΣΕΙ ΛΙΓΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ
ΑΠΟ ΑΝΘΡΑΚΑ ΦΤΙΑΧΝΕΙ ΚΑΡΒΟΥΝΟ!

Η Φύση σέβεται τον

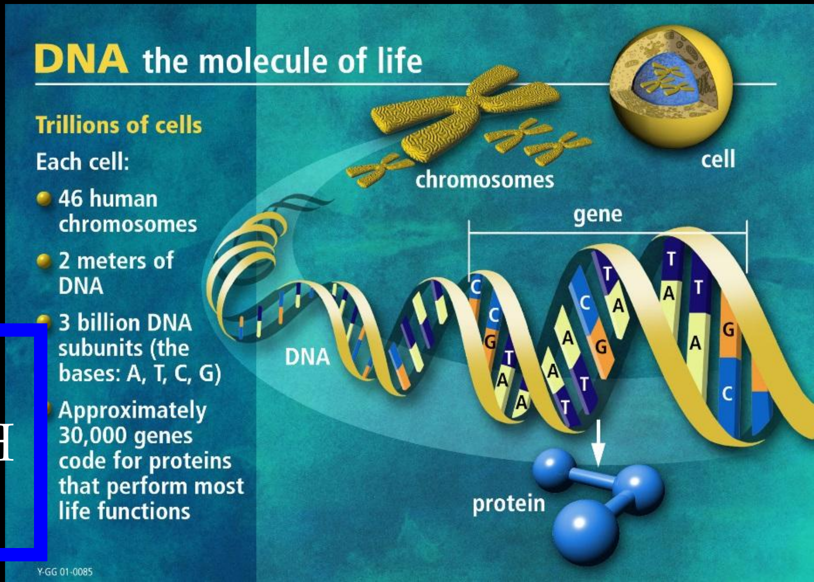
Η ΑΡΧΗ ΤΟΥ FERMAT

χρόνο!

Η Φύση προγραμματίζει με έξυπνους αλγορίθμους!



ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΑΠΟΘΗΚΕΥΜΕΝΗ Η ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΠΟΥ ΜΑΣ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙ; ΠΩΣ ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΤΟ ΝΑ ΥΠΑΡΧΕΙ ΤΟΣΟ ΜΕΓΑΛΟΣ ΑΠΟΘΗΚΕΥΤΙΚΟΣ ΧΩΡΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ;



Περιέχει τις ΓΕΝΕΤΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ που καθορίζουν τη ΒΙΟΛΟΓΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ όλων των κυταρικών μορφών ζωής.

FRACTALS!

ΑΠΟ ΤΟ ΜΙΚΡΟ ΣΤΟ ΜΕΓΑΛΟ!

ΑΠΟ ΤΟ ΜΙΚΡΟ ΣΤΟ ΜΕΓΑΛΟ

ΜΕ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΣΤΗΝ ΑΛΛΑΓΗ ΚΛΙΜΑΚΑΣ

ΜΕ ΑΥΤΟ-ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

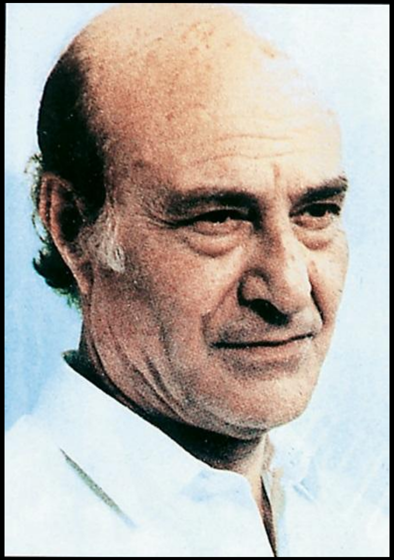
ΑΤΕΛΕΙΕΣ!

ΕΙΜΑΣΤΕ ΑΤΕΛΕΙΣ!
ΤΟ ΜΑΤΙ ΜΑΣ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΤΗΝ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑ
ΝΑ ΒΛΕΠΕΙ ΤΙΣ ΔΙΕΡΓΑΣΙΕΣ ΤΟΥ ΜΙΚΡΟΚΟΣΜΟΥ!
ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΣΚΙΕΣ!

ΕΥΤΥΧΩΣ ή ΔΥΣΤΗΧΩΣ
ΠΟΥ ΕΙΜΑΣΤΕ ΑΤΕΛΕΙΣ;

Η ΠΟΙΗΣΗ. . .

ΟΣΟ ΘΕΣ ΠΟΛΕΜΑ
ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΦΤΕΡΝΑ Η
ΤΕΛΕΙΟΤΗΤΑ.



Ψαρεύοντας έρχεται η θάλασσα.

Οδυσσέας Ελύτης

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών, Κωνσταντίνος Ευταξίας 2015. «Εισαγωγή στην Κυματική. Διέγερση χορδής που είναι πακτωμένη και στα δύο άκρα της». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.uoa.gr/courses/PHYS11/

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Οι Εικόνες, τα Σχήματα, τα Διαγράμματα και οι Φωτογραφίες που χρησιμοποιούνται στο παρόν έργο αποτελούν αντικείμενο πνευματικής ιδιοκτησίας (copyright)