



Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΑΙ

Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΟΥ ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΥ



Κ. ΕΥΤΑΞΙΑΣ

Dream Big



Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ!

1^ο ΜΕΡΟΣ
ΑΠΟ ΤΗ ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΣΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ

2^ο ΜΕΡΟΣ
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ
ΑΠΟ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ.
Η ΑΝΤΑΤΩΝΙΣΜΟΣ
ΜΕ ΤΑ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ
SOLITONS
ΜΕΤΑ-ΥΛΙΚΑ

1^ο ΜΕΡΟΣ
ΑΠΟ ΤΗ
ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΣΤΗΝ
ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ

Η ΥΠΕΝΘΥΜΙΖΕΤΑΙ ΟΤΙ

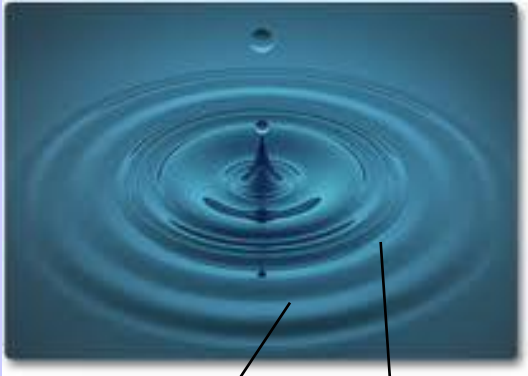
Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

ΕΙΝΑΙ

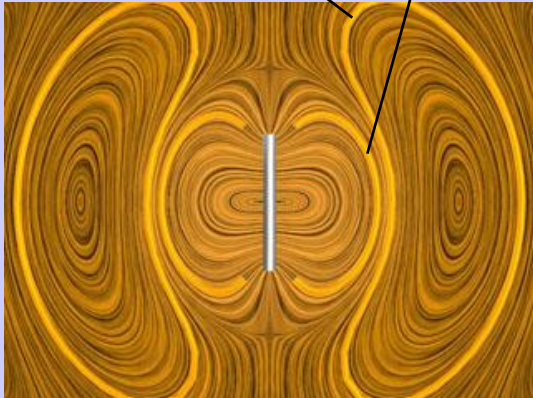
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΝΤΟΤΗΤΑ

ΓΙΑ ΔΥΟ ΛΟΓΟΥΣ:

ΗΠΙΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ



ΙΣΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ



1^{ος} ΛΟΓΟΣ

ΗΠΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ;

Μια διαταραχή λογίζεται ως ήπια όταν:

A

Μπορούμε να διακρίνουμε
ΙΣΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΟΜΑΛΕΣ

ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ,

που συνιστούν

γεωμετρικό τόπο σημείων του χώρου,

όπου το φυσικό μέγεθος, Φ ,

που περιγράφει τη διαταραχή

έχει την ίδια τιμή

για μια δεδομένη χρονική στιγμή t .

$$\Phi_s(x, y, z, t) = \text{const.}$$

**ΗΠΙΕΣ
ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ**

ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΗΠΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ;

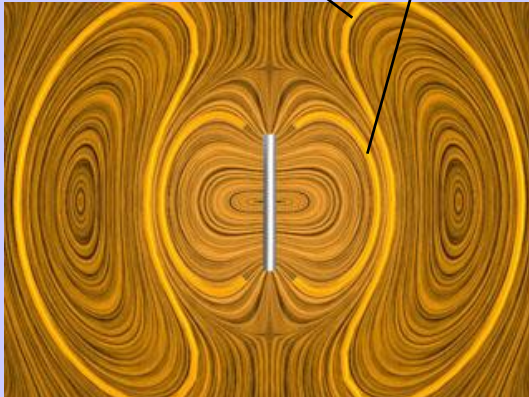
B

**Μπορούμε να ορίσουμε
«ΤΑΧΥΤΗΤΑ» διάδοσης
των νοητών ισοφασικών επιφανειών,
ΤΗ ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
διάδοσης του κύματος.**



**Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΝΤΟΤΗΤΑ**

ΙΣΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ



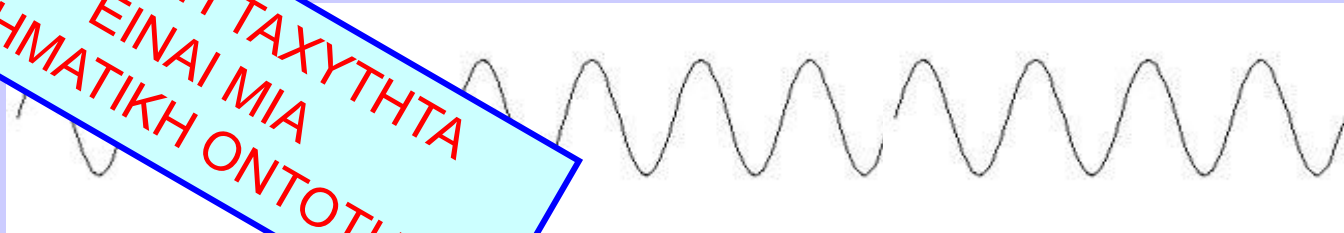
2^{ος} ΛΟΓΟΣ



Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ ΣΤΟ
ΤΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ
ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΣΗΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΝΤΟΤΗΤΑ!

$$v = \frac{\omega}{k}$$

Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΝΤΟΤΗΤΑ



$$\Delta x = \infty$$

$$\Delta t = \infty$$

ΤΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ ΕΧΕΙ
ΑΠΕΙΡΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ
ΑΠΕΙΡΗ ΧΩΡΙΚΗ ΕΚΤΑΣΗ.

ΤΕΤΟΙΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΣΤΗ ΦΥΣΗ

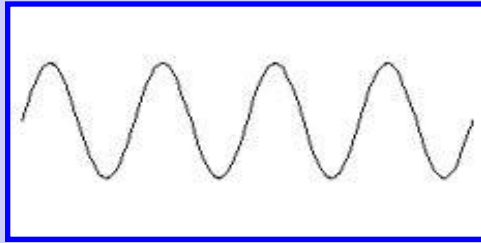
ΟΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ

ΕΧΟΥΝ:

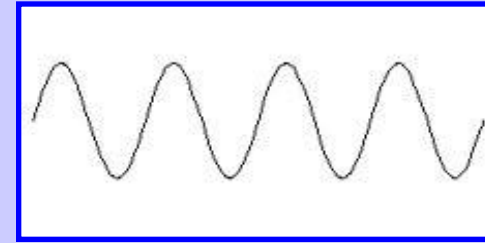
ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΔT

ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΗ ΧΡΟΝΙΚΗ ΕΚΤΑΣΗ Δx

ΕΙΝΑΙ ΑΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ!



← ΔT →



← Δx →

ΑΚΟΜΗ ΚΑΙ ΟΙ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ ΑΥΤΕΣ
ΑΝ ΚΑΙ ΕΜΦΑΝΙΖΟΥΝ

«ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΤΗΤΑ»

ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΟ ΔT ή ΧΩΡΙΚΗ ΣΤΟ Δx

ΕΙΝΑΙ ΑΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ.

ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ!

FOURIER

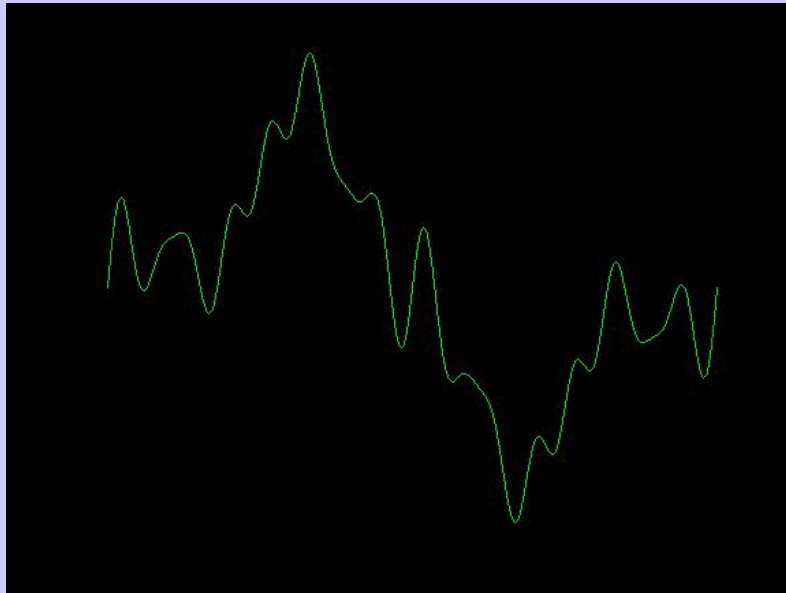
**ΓΙΑΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΑΝΑΦΟΡΑ ΣΤΑ
«ΟΥΤΟΠΙΚΑ»
ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ;**

ΚΑΘΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΑΠΕΡΙΟΔΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ
ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΤΟ ΝΑ ΠΑΡΑΧΘΕΙ ΩΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ
ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΑΠΕΙΡΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ.
ΓΙΑ ΚΑΘΕ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ
ΜΕ ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ FOURIER
ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΤΟ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ
ΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ, ΤΟ ΠΛΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΗ ΦΑΣΗ ΤΗΣ.

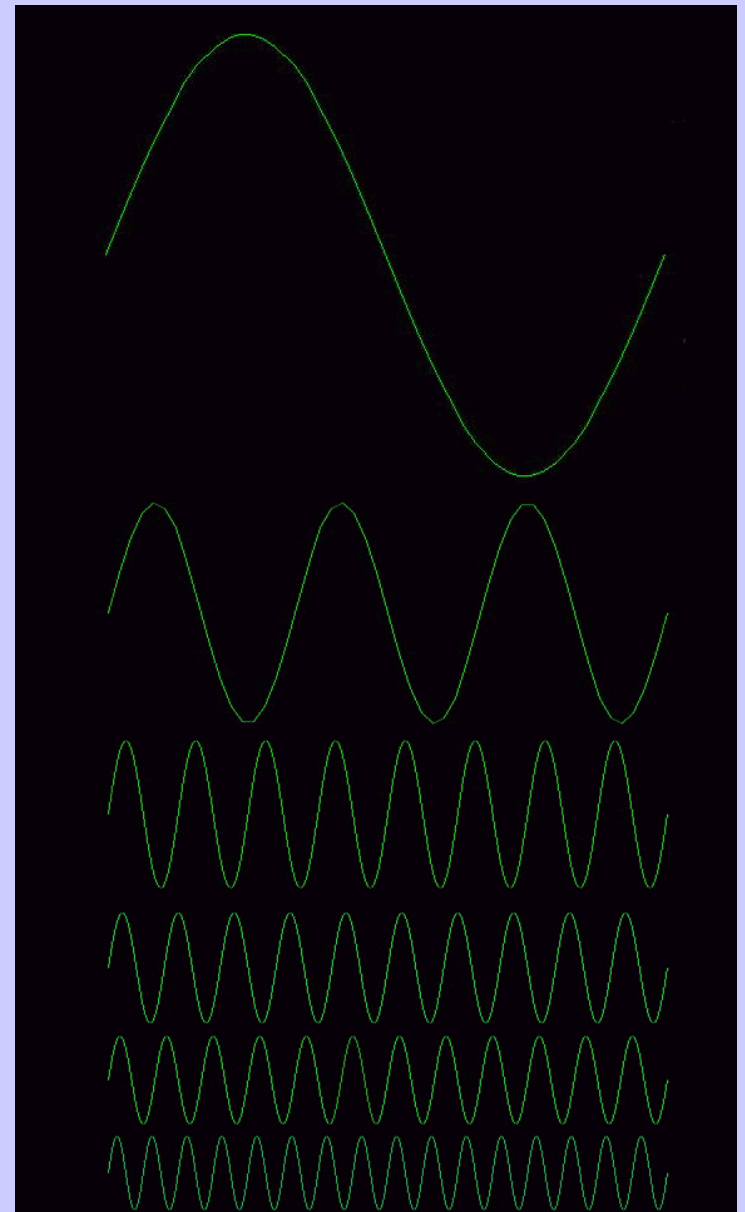
ΚΑΘΕ ΞΕΧΩΡΙΣΤΗ ΑΠΕΡΙΟΔΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ
ΕΧΕΙ ΤΗ ΞΕΧΩΡΙΣΤΗ ΔΙΚΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗ
ΣΕ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ!
Η ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ
ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΔΑΚΤΥΛΙΚΟ ΤΗΣ ΑΠΟΤΥΠΩΜΑ!



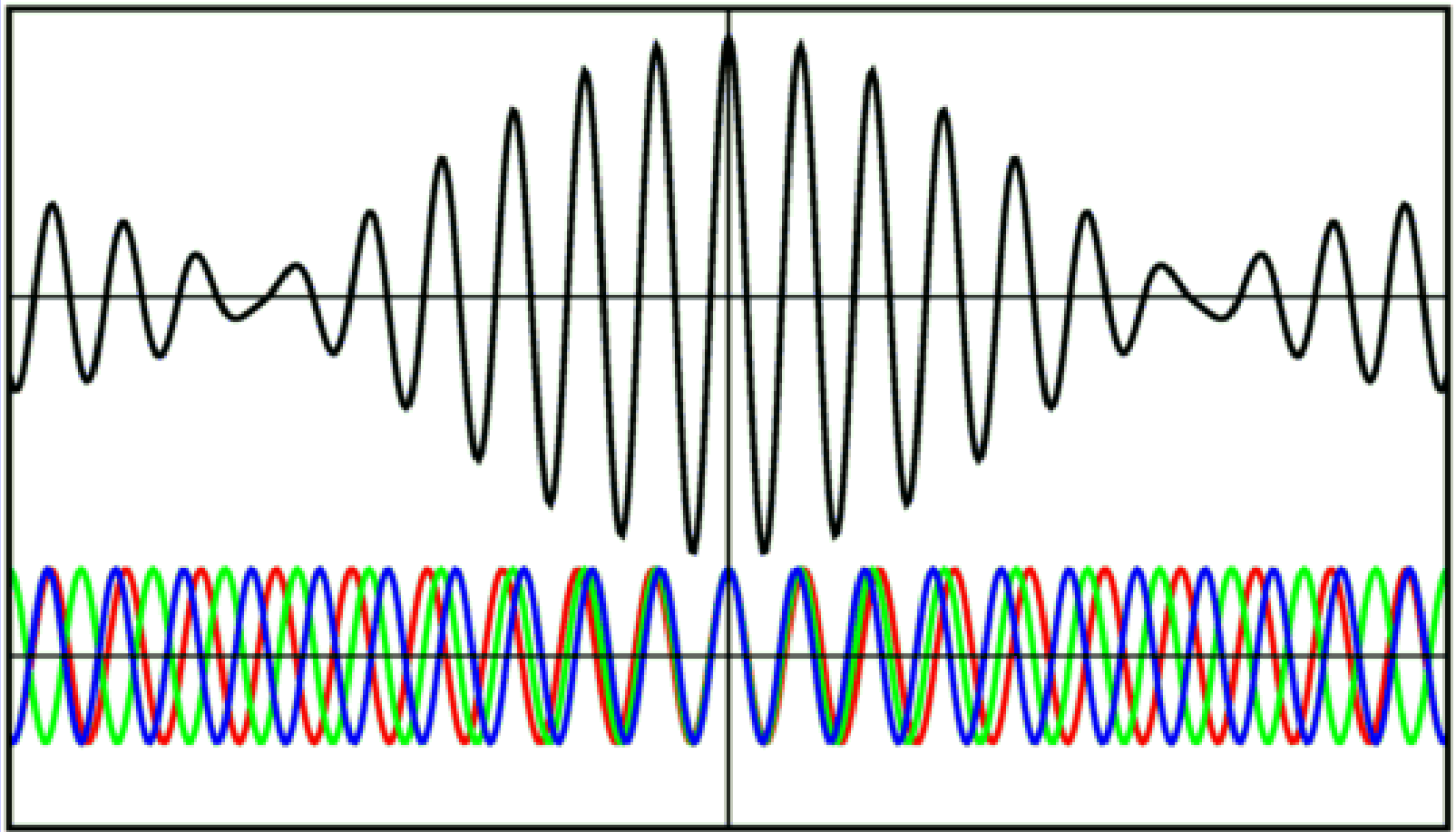
Fourier



=



ΚΑΘΕ ΠΕΡΙΟΔΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ
ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΚΦΡΑΣΤΕΙ
ΩΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ
ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ



Η ΜΑΥΡΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΕΙΝΑΙ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΤΩΝ ΤΡΙΩΝ
ΕΓΧΡΩΜΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΡΑΧΩΝ

ΣΥΝΕΠΩΣ

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ FOURIER

ΔΙΝΕΙ ΤΗ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΑ ΝΑ ΜΕΛΕΤΗΘΟΥΝ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΑΠΕΡΙΟΔΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ

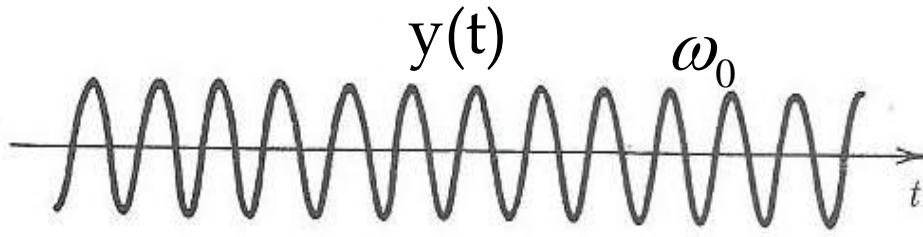
ΜΕΣΩ ΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΤΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΟΝΤΟΤΗΤΩΝ

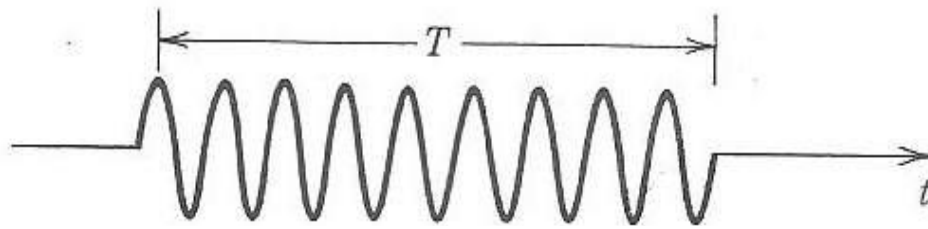
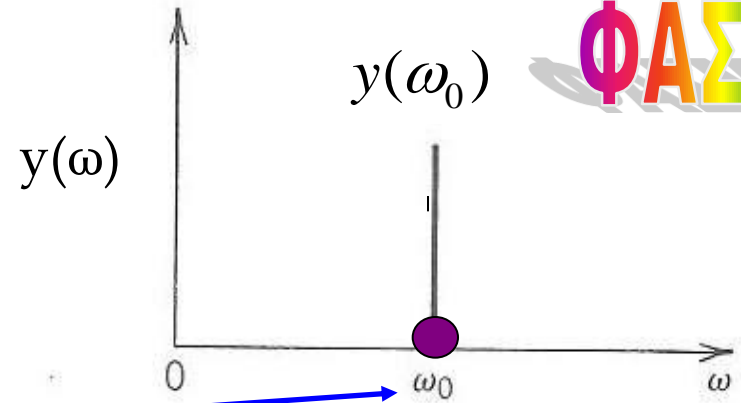
-ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΡΑΧΩΝ-.

Η ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ

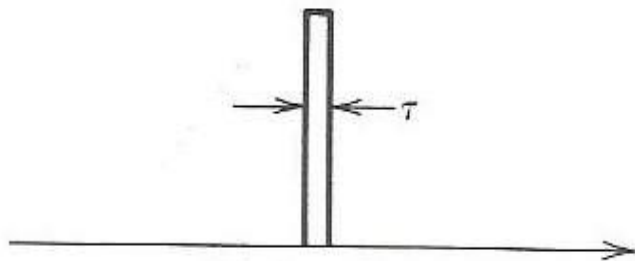
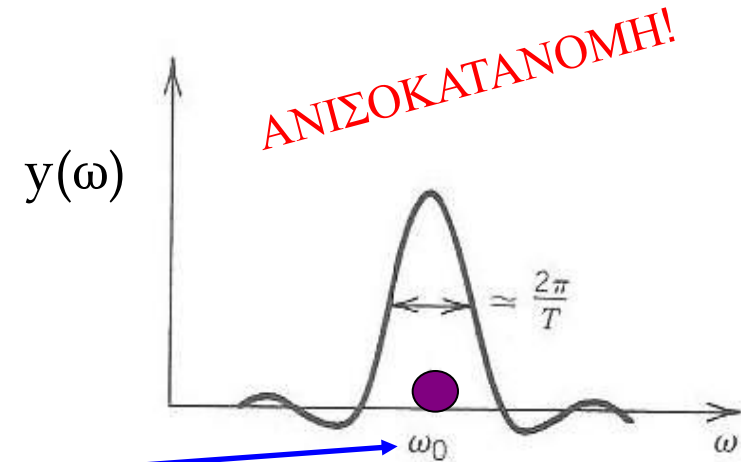
ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΕΡΓΑΛΕΙΟ!



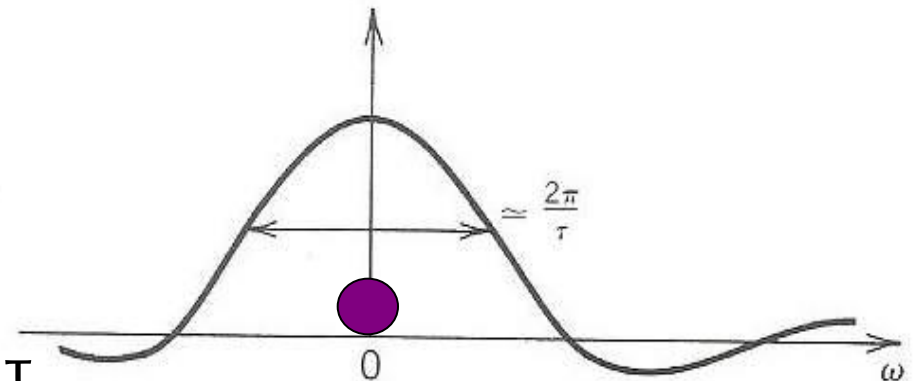
Συνεχές αρμονικό κύμα
συχνότητας



Κυματοσυρμός διάρκειας T
συχνότητας " ω_0 "



Μοναδικός παλμός διάρκειας τ



1. ΟΙ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ

ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΤΟ ΙΔΙΟ ΠΛΑΤΟΣ

2. ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ

ΤΟ ΕΧΕΙ Η «ΤΟΠΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ»

ΤΟΥ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣΥΡΜΟΥ.

3. ΓΙΑ ΜΟΝΑΔΙΚΟ ΠΑΛΜΟ

ΤΑ ΠΛΑΤΗ ΚΑΤΑΝΕΜΟΝΤΑΙ

ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΗ ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ.

$$\Delta\omega \approx \frac{1}{\Delta T}$$

$$\Delta\omega \cdot \Delta T \approx 1$$

ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑΣ

$f(x)$

ΧΩΡΟΣ

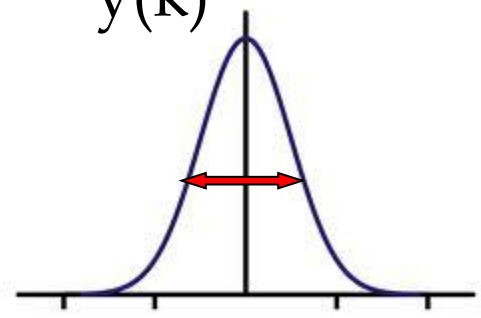
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ
ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ

k_0

Fourier

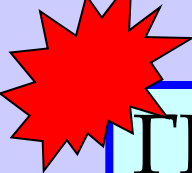
ΦΑΣΜΑ

$y(k)$



k_0

$$y(x, t = 0) = f(x) = Ae^{\frac{x^2}{4\Delta x_0}} \cos k_0 x$$



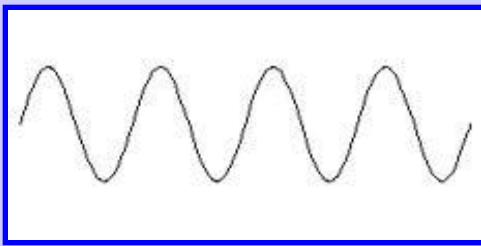
ΓΙΑΤΙ ΕΙΝΑΙ:



$$\Delta\omega \approx \frac{1}{\Delta T}$$

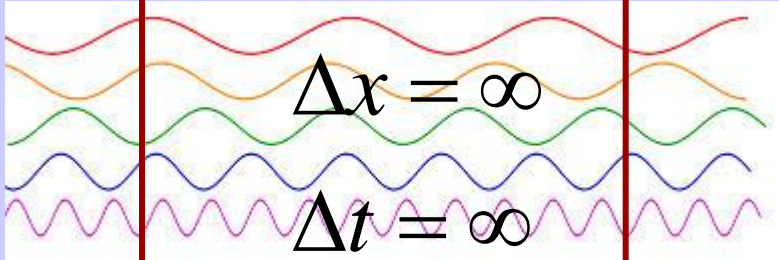
$$\Delta k \approx \frac{1}{\Delta x}$$

ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ Η ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΤΩΝ ΑΠΕΙΡΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ-ΕΚΤΑΣΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΕΚΤΟΣ ΤΟΥ ΔT ή ΤΟΥ Δx . ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ «ΚΟΥΡΕΜΑ» ΑΠΑΙΤΕΙ ΠΟΙΟ ΠΟΛΛΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ.



ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΜΗΔΕΝ

ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΜΗΔΕΝ





ΚΑΘΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΕΙΝΑΙ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ
ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ
(ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΟΝΤΟΤΗΤΩΝ)

ΚΑΘΕ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ
ΕΧΕΙ ΤΗ ΔΙΚΗ ΤΗΣ ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

ΜΕ ΠΟΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΙΝΕΙΤΑΙ Η ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ;

Η ΑΝΑΓΚΗ ΟΡΙΣΜΟΥ
ΤΗΣ
ΟΜΑΔΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

ΕΑΝ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΕΞΑΡΤΗΣΗ
ΤΗΣ ΦΑΣΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΑΠΟ ΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
ΟΛΕΣ ΟΙ ΑΡΜΟΝΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ
ΚΙΝΟΥΝΤΑΙ ΜΕ ΤΗΝ ΙΔΙΑ ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ.

Η ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΠΑΡΑΜΕΝΕΙ ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΗ
ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΗΣ.
ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΗ ΠΑΡΑΜΕΝΕΙ ΚΑΙ Η
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ ΠΟΥ ΜΕΤΑΦΕΡΕΙ.

ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΟΜΩΣ ΑΥΤΗ ΕΝ ΓΕΝΕΙ Η ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ!

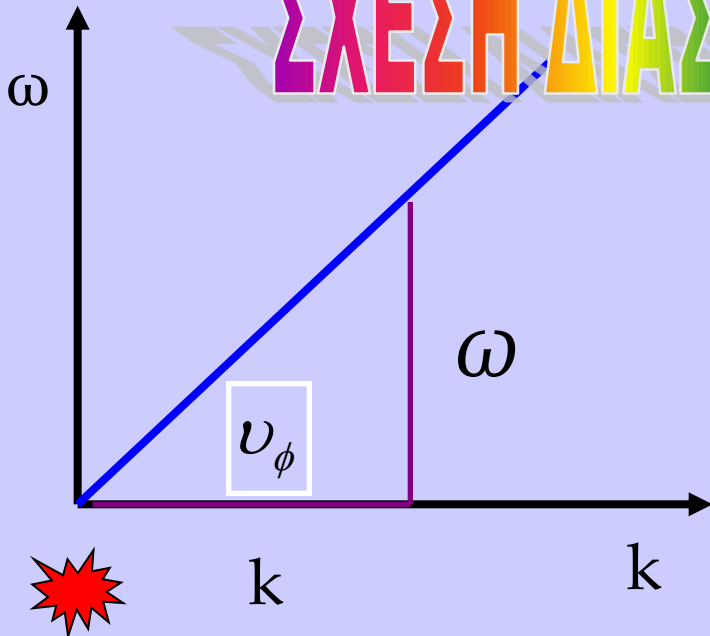
Η ΟΜΑΔΑ
ΔΕΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΝΕΤΑΙ

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \text{const}$$

$$\omega = \text{const } k$$

$$\omega = \omega(k)$$

ΣΧΕΣΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

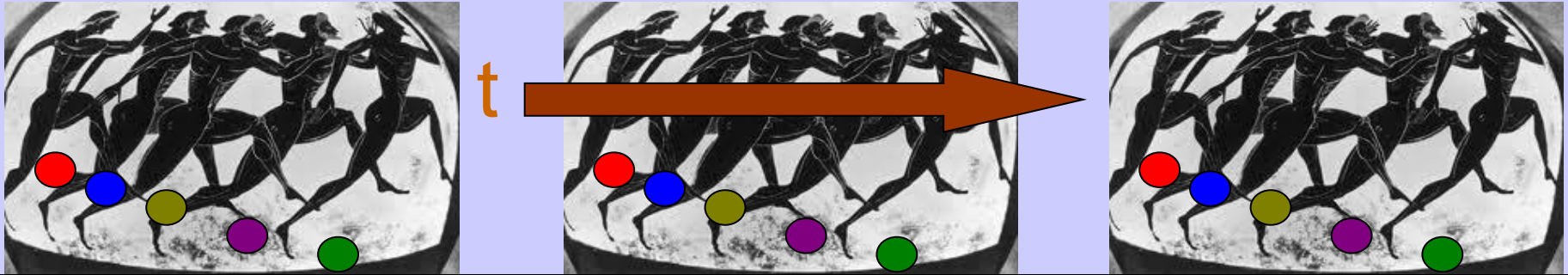


$$v_{\phi} \equiv \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \text{const}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{T}{\mu}} k$$

ΧΟΡΔΗ

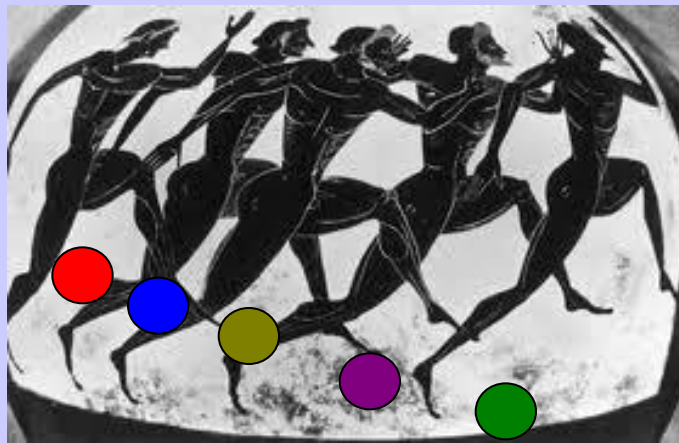
ΑΘΛΗΤΕΣ ΤΗΣ ΙΔΙΑΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΤΗΤΑΣ



Η ΟΜΑΔΑ
ΔΕΝ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΝΕΤΑΙ

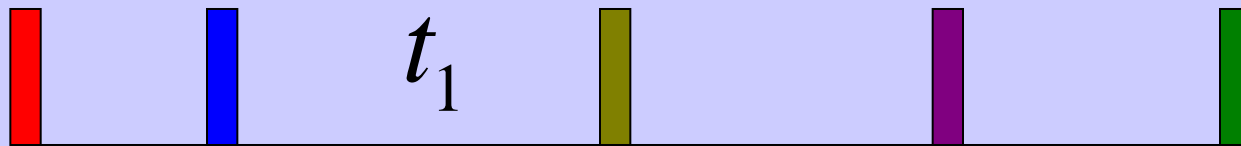
$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \text{const}$$

$$\omega = \text{const } k$$



$t=0$

ΑΣ ΦΑΝΤΑΣΤΟΥΜΕ ΜΙΑ ΟΜΑΔΑ ΑΘΛΗΤΩΝ
ΠΟΛΥ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΔΟΣΕΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΚΚΙΝΗΣΗ!



t_1



t_2

Η «ΟΜΑΔΑ» ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΔΙΑΛΥΕΤΑΙ!



ΣΕ ΕΝΑΝ ΛΑΪΚΟ ΜΑΡΑΘΩΝΙΟ ΑΓΩΝΑ ΔΡΟΜΟΥ

Η ΟΜΑΔΑ ΤΗΣ ΕΚΚΙΝΗΣΗΣ

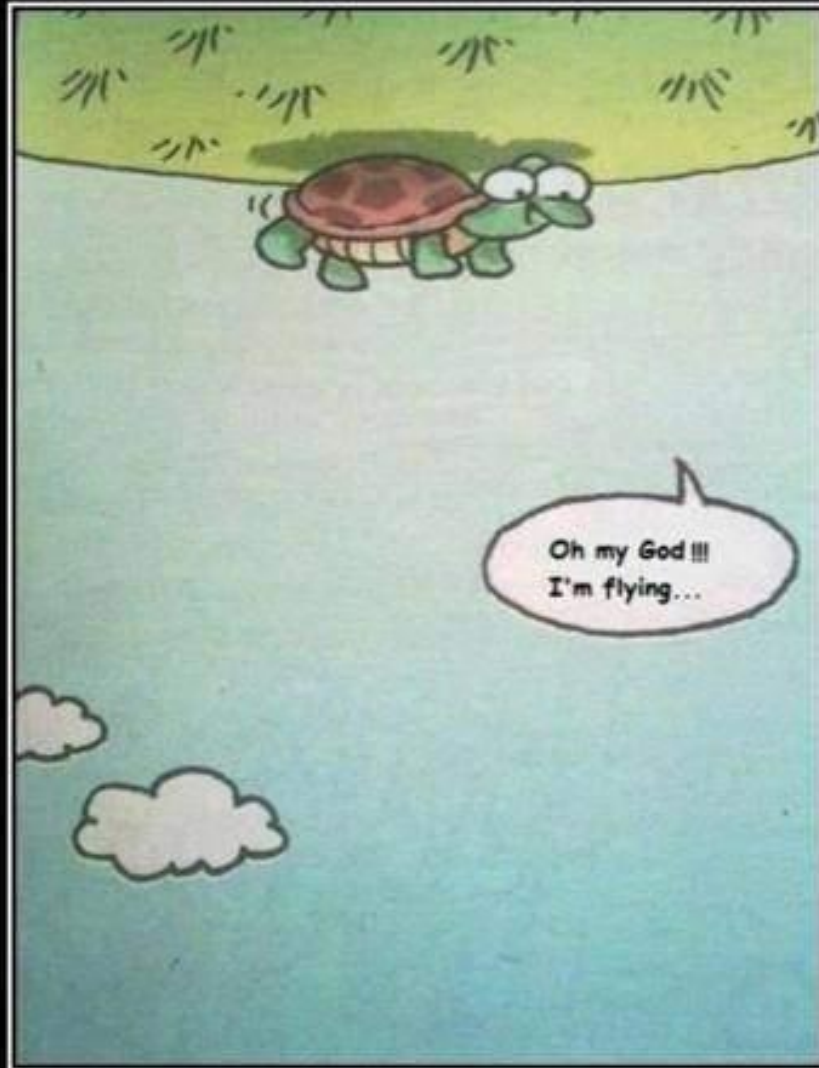
ΤΕΛΙΚΑ ΔΙΑΛΥΕΤΑΙ!

ΜΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ
ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΡΑΧΩΝ
ΜΕ ΤΙΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥΣ ΝΑ ΚΑΛΥΠΤΟΥΝ
ΜΕΓΑΛΗ ΠΕΡΙΟΧΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ
ΚΑΙ ΤΗ ΦΑΣΙΚΗ ΤΟΥΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΝΑ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΕΝΤΟΝΑ ΜΕ ΤΗ
ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

(ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ)

ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΗΣ
ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΝΕΤΑΙ
ΤΕΛΙΚΑ ΔΙΑΛΥΕΤΑΙ.

**ΕΙΝΑΙ ΑΔΥΝΑΤΟΣ Ο ΟΡΙΣΜΟΣ
ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ.**



Optimism its the best
Way to see life

Η ΕΞΑΡΤΗΣΗ

ΤΗΣ ΦΑΣΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

ΑΠΟ ΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

ΣΥΝΙΣΤΑ ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ

ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ-ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΥ

ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙ ΤΗΝ ΑΝΑΓΚΗ

ΟΡΙΣΜΟΥ ΜΙΑΣ ΝΕΑΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

ΟΡΙΖΕΤΑΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΑΣ;



Η ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ:

**ΘΑ ΗΤΑΝ ΔΥΝΑΤΟΣ Ο ΟΡΙΣΜΟΣ
ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ**

**ΕΑΝ Η ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΗΤΑΝ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΤΑΡΑΧΩΝ:**

**1. ΠΟΥ ΟΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥΣ ΕΜΠΙΠΤΟΥΝ ΣΕ
“ΜΙΚΡΗ” ΠΕΡΙΟΧΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ**

**2. ΟΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΣ
ΦΑΣΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ
ΔΕΝ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΟΥΝΤΑΙ ΕΝΤΟΝΑ.**

ΕΙΝΑΙ ΛΟΓΙΚΟ ΝΑ ΕΞΕΤΑΣΟΥΜΕ
ΤΗΝ ΑΚΟΛΟΥΘΗ ΙΔΕΑΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

$$y(x, t) = A \sin(k_1 x - \omega_1 t) + A \sin(k_2 x - \omega_2 t)$$

$$k_1 = k_0 + dk$$

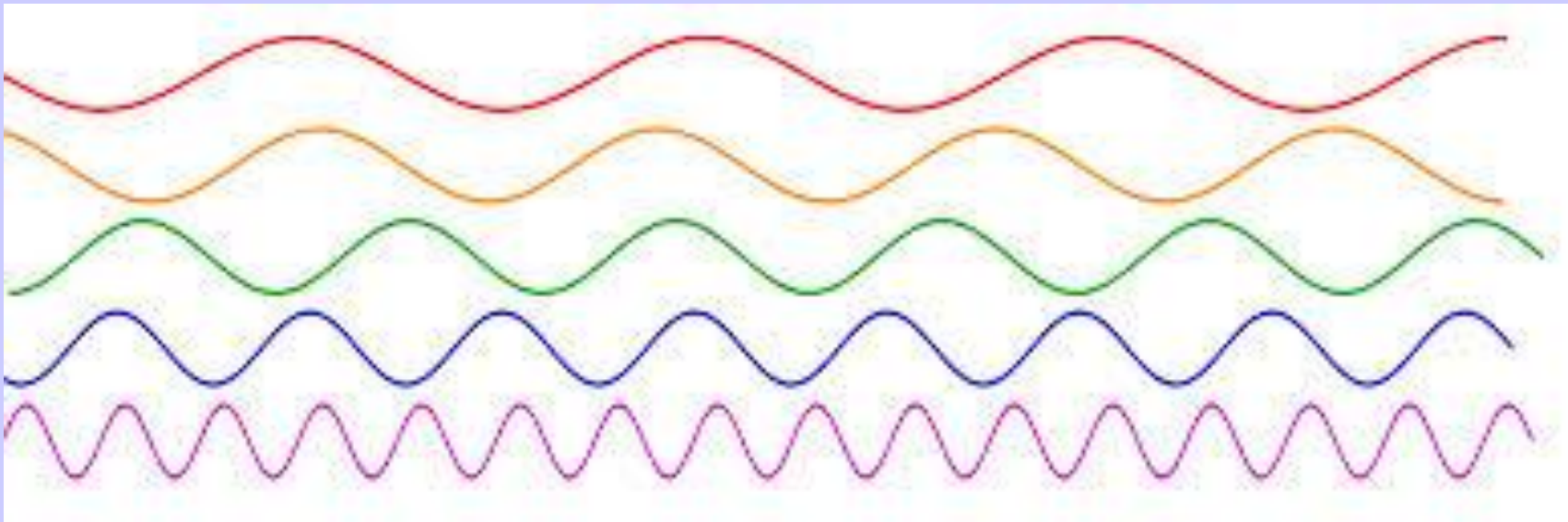
$$k_2 = k_0 - dk$$

$$\omega_1 = \omega_0 + d\omega$$

$$\omega_2 = \omega_0 - d\omega$$

$$y(x, t) = 2A \sin\left[\frac{k_1 + k_2}{2} x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right] \cos\left[\frac{k_1 - k_2}{2} x - \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right]$$

$$y(x, t) = 2A \sin[k_0 x - \omega_0 t] \cos[(dk)x - (d\omega)t]$$



$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

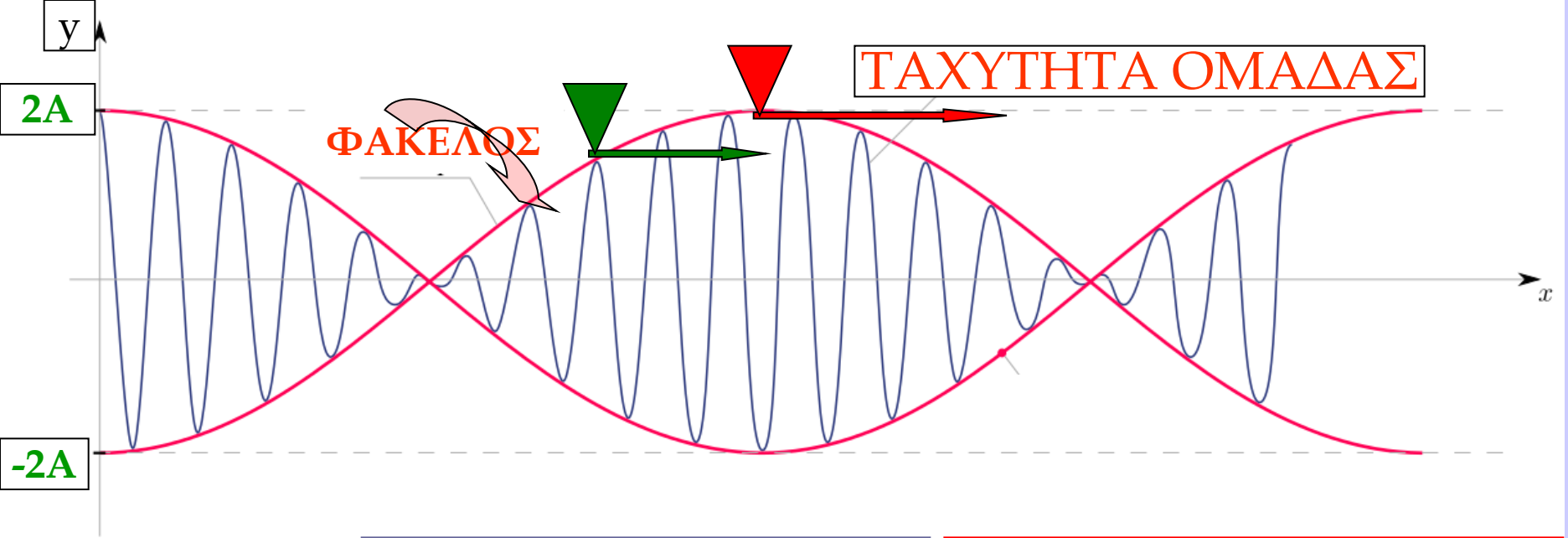
$x = \text{const.}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$t = \text{const.}$

ΑΣ ΘΥΜΗΘΟΥΜΕ

ΤΙ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΤΟ ω ΚΑΙ ΤΙ ΤΟ k



$$y(x, t) = 2A \sin[k_0 x - \omega_0 t] \cos[(dk)x - (d\omega)t]$$

$$v_\phi = \frac{\omega_0}{k_0}$$

$$v_g = \left(\frac{d\omega(k)}{dk} \right)_{k_0}$$

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ

$$v_{\phi} = \frac{\omega_0}{k_0}$$

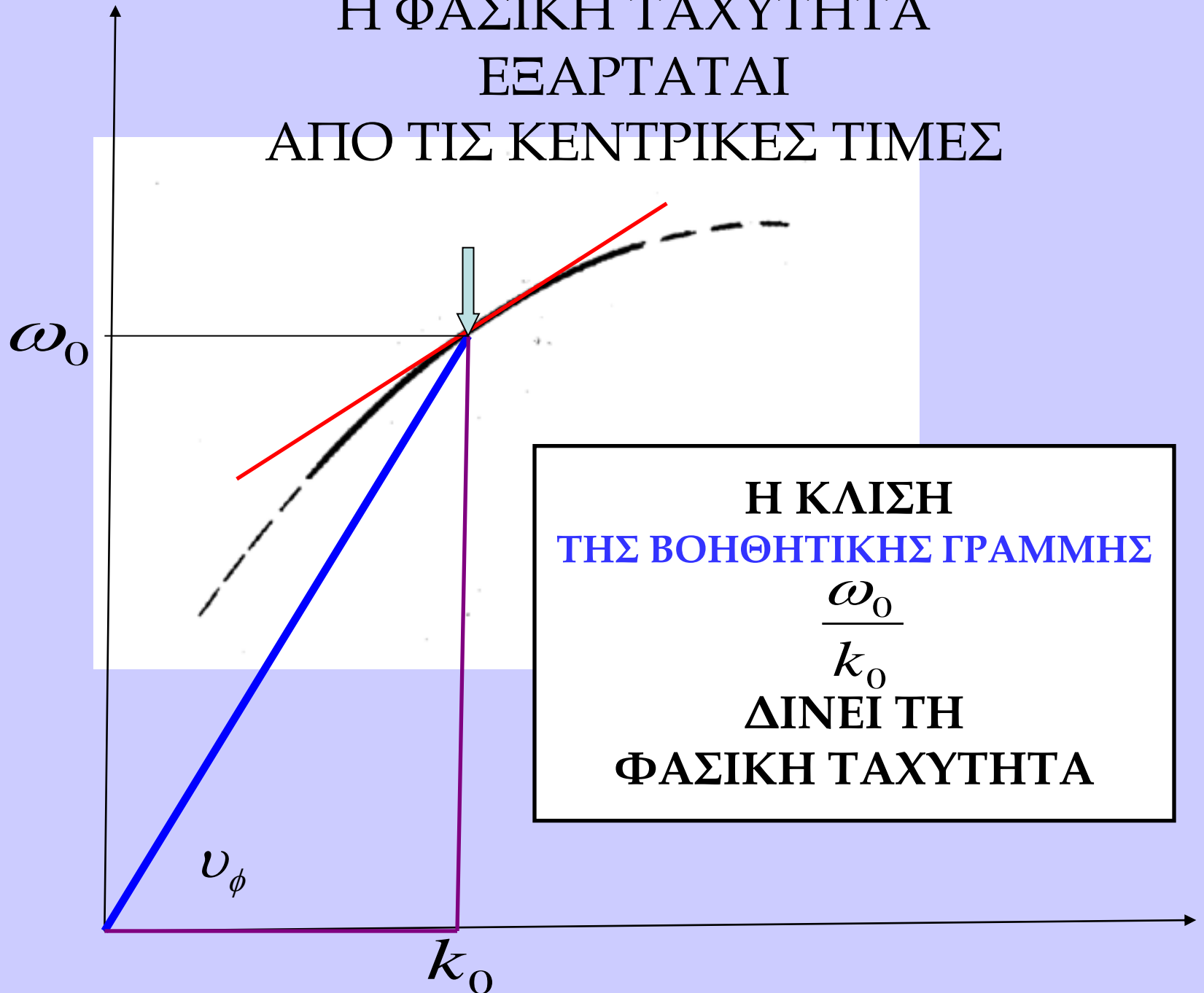
Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΑΠΟ ΤΙΣ

ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ

ω_0, k_0

Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΚΕΝΤΡΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ



Η ΚΛΙΣΗ
ΤΗΣ ΒΟΗΘΗΤΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ

$$\frac{\omega_0}{k_0}$$

$$k_0$$

ΔΙΝΕΙ ΤΗ
ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

Γ
Ε
Ω
Μ
Τ
Ρ
Ι
Κ
Η

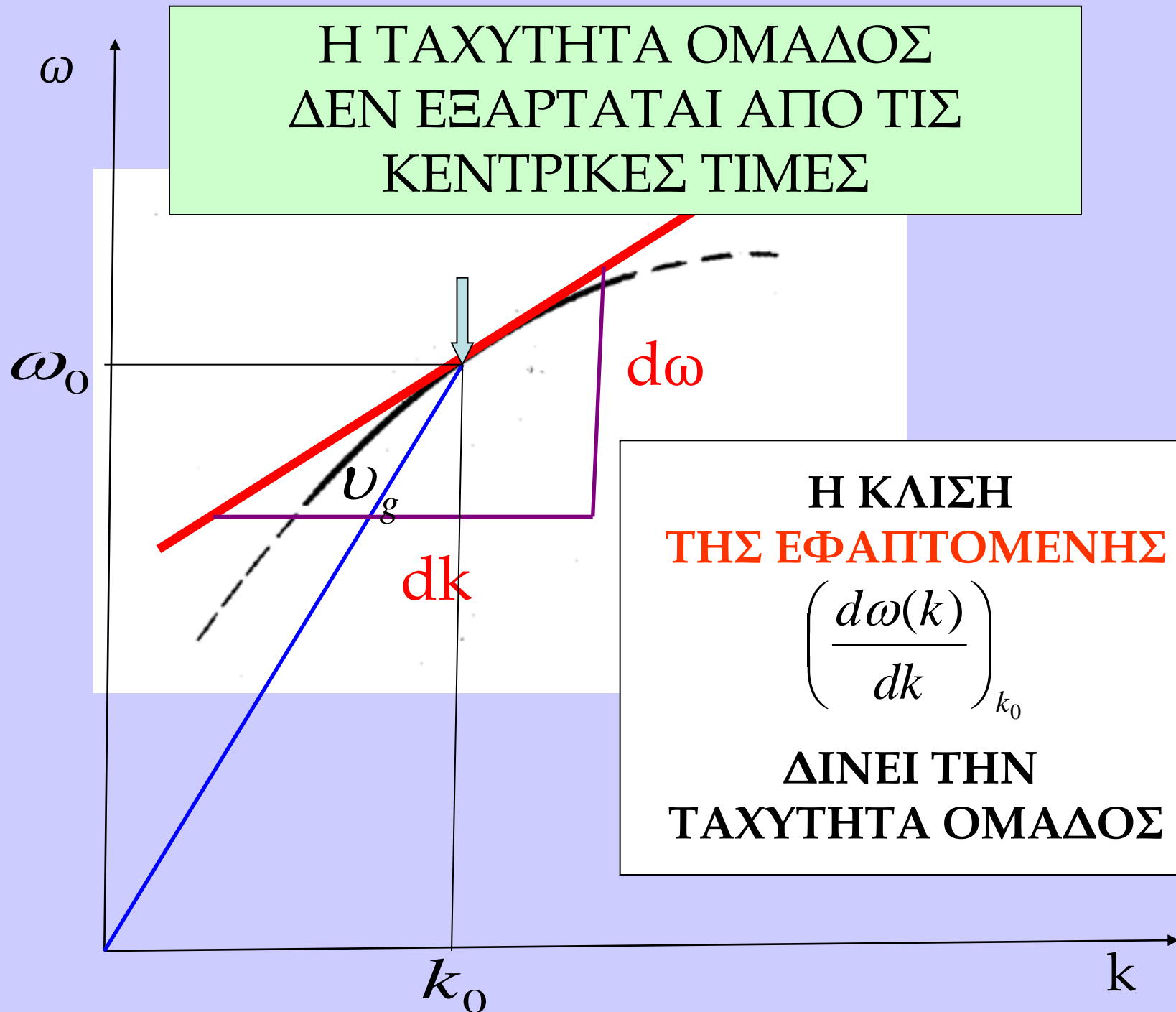
Α
Π
Ε
Ι
Κ
Ο
Ν
Ι
Σ
Η

$$v_g = \left(\frac{d\omega(k)}{dk} \right)_{k_0}$$

Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ
ΔΕΝ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ

$$\omega_0, k_0$$

ΑΛΛΑ ΑΠΟ ΤΟ ΠΩΣ
Η ω ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ ΜΕ ΤΟ k
ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ ΑΥΤΟ.

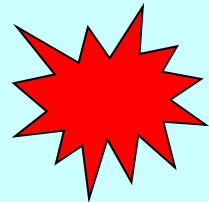


$$\left(\frac{d\omega(k)}{dk} \right)_{k_0}$$

ΣΥΝΕΠΩΣ

ΜΑΣ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ ΝΑ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΠΩΣ

ΜΕΤΑΒΑΛΛΕΤΑΙ Η ω ΜΕ ΤΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ k .



$$\omega = \omega(k)$$

ΣΧΕΣΗ
ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ
ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΥ

$$v_{\phi} = \frac{\omega_0}{k_0}$$

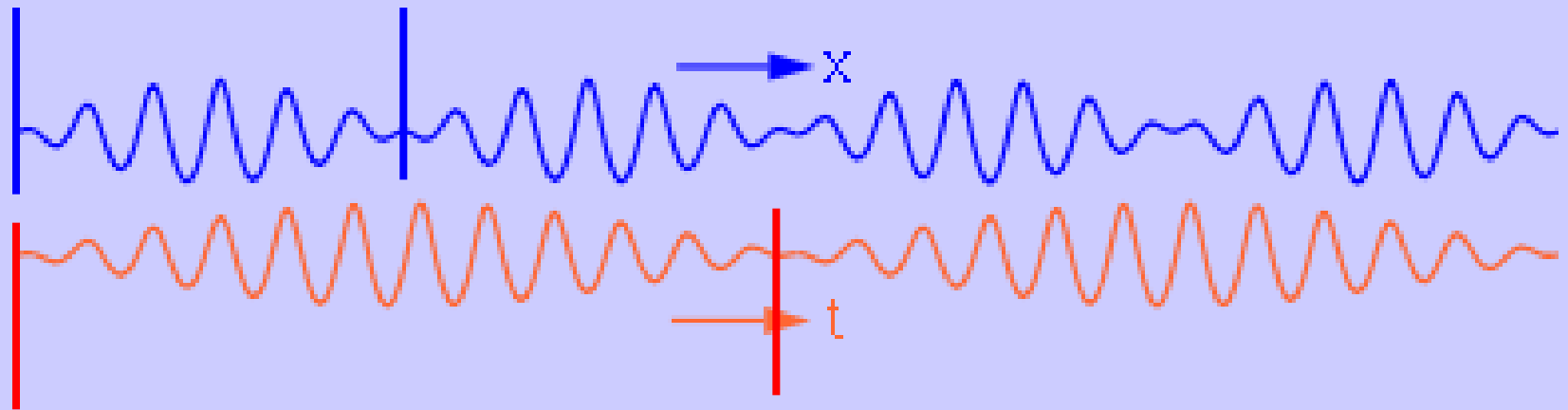
$$v_g = \left(\frac{d\omega(k)}{dk} \right)_{k_0}$$

$$v_{ph} > v_g$$

$$v_{ph} < v_g$$

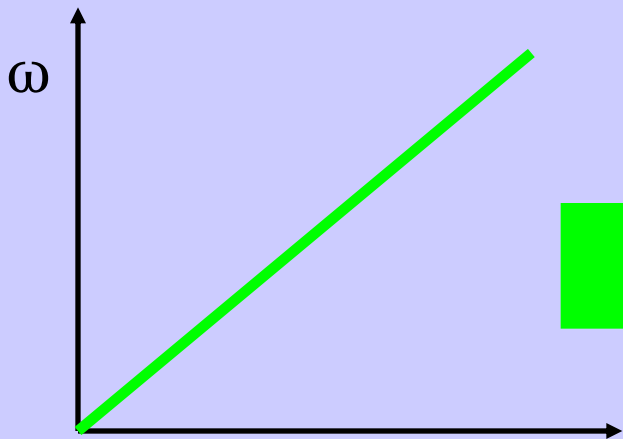
ΟΜΑΛΟΣ
ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ

ΑΝΩΜΑΛΟΣ
ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ



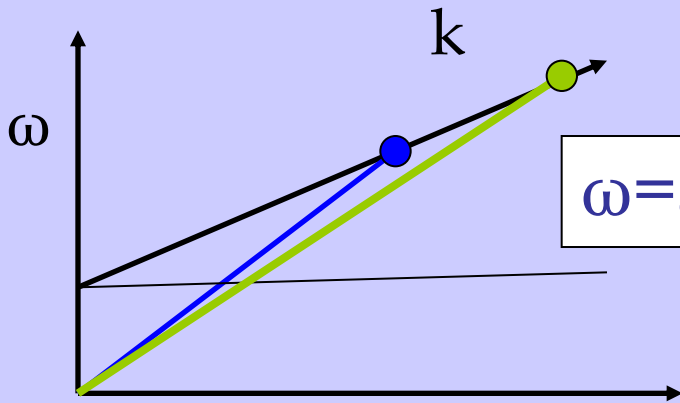
ΣΥΜΦΩΝΕΙΤΕ ΜΕ ΤΗΝ ΠΡΟΤΑΣΗ:

ΜΕ ΑΙΤΙΑ ΤΗΝ ΔΙΑΣΠΟΡΑ
Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ «ΚΥΜΑΤΩΝ»
ΑΝΑ ΟΜΑΔΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ
ΕΙΝΑΙ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΣ
ΑΠΟ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΤΩΝ «ΚΥΜΑΤΩΝ»
ΑΝΑ ΟΜΑΔΑ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ.



$$\omega = ak$$

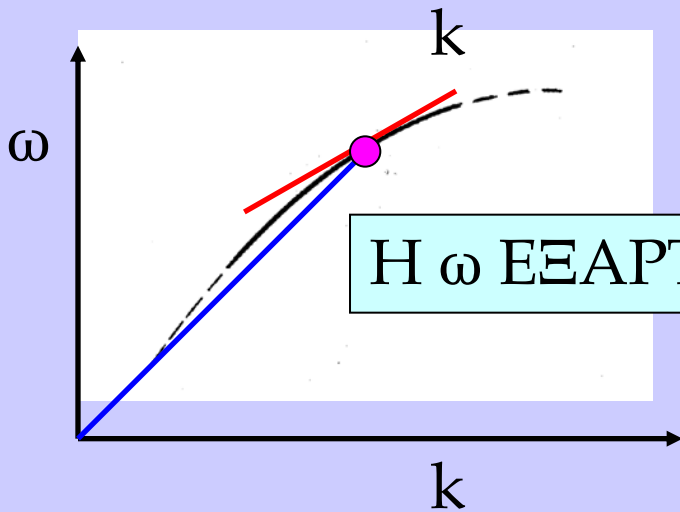
$$v_{ph} = v_g = \text{const}$$



$$\omega = ak + b$$

$$v_{ph} > v_g$$

$$v_g = \text{const}$$



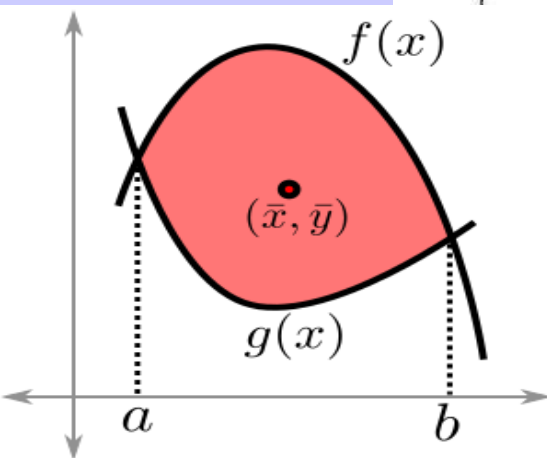
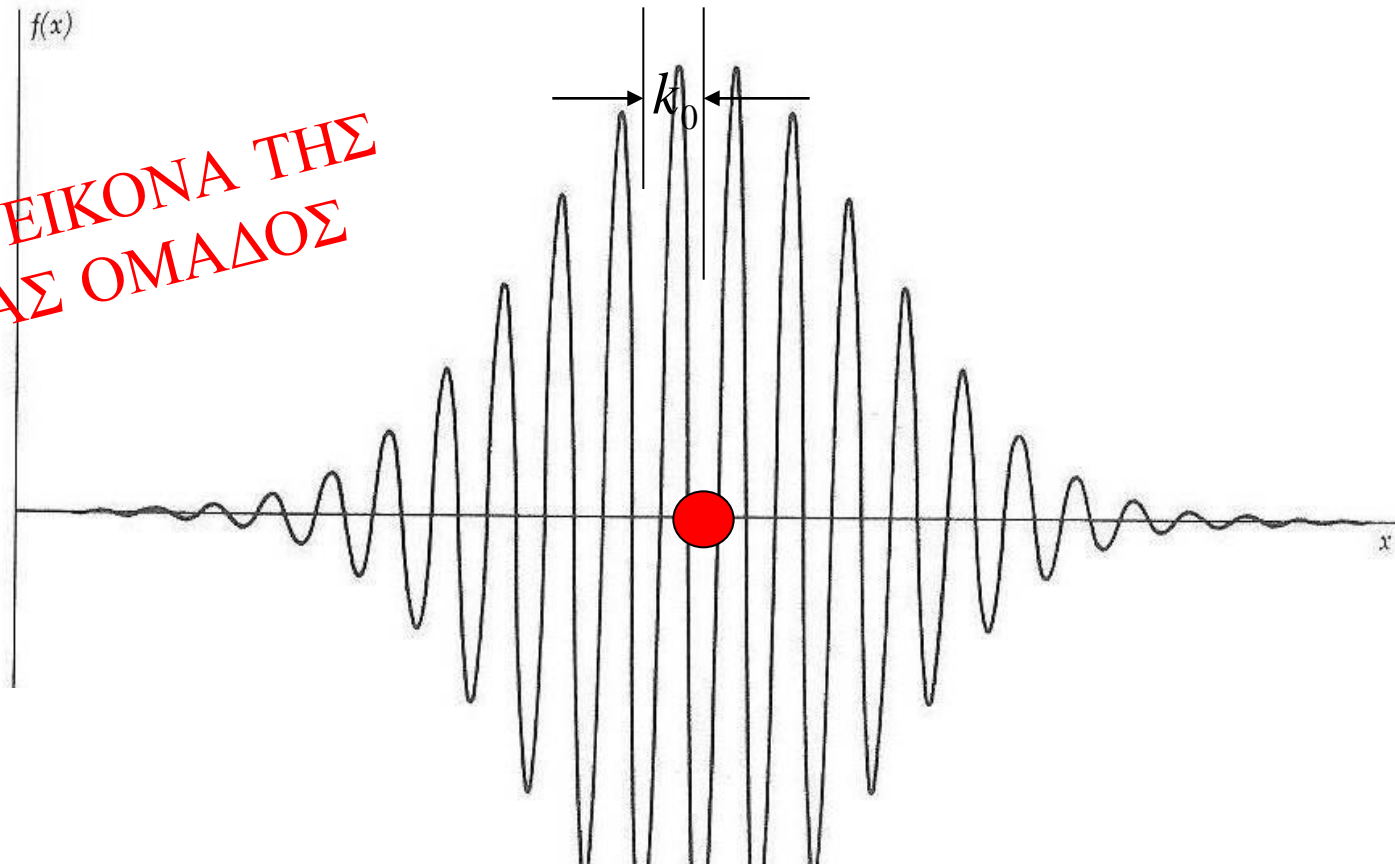
Η ω ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΑΠΟ ΤΟΝ k

ΑΠΟ ΤΗΝ ΙΔΕΑΤΟ ΚΟΣΜΟ
ΣΤΗΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ

$$v_g = \left(\frac{d\omega(k)}{dk} \right)_{k_0}$$

Ο ΤΡΟΠΟΣ ΕΚΦΡΑΣΗΣ ΤΗΣ
ΟΜΑΔΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ
ΕΠΙΤΡΕΠΕΙ ΤΟΝ ΟΡΙΣΜΟ ΤΗΣ ΣΕ
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ

ΜΙΑ ΦΥΣΙΚΗ ΕΙΚΟΝΑ ΤΗΣ
ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΟΜΑΔΟΣ



Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ
ΕΙΝΑΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΤΟΥ ΚΕΝΤΡΟΕΙΔΟΥΣ
ΤΟΥ "ΦΑΚΕΛΟΥ"

$$\langle C \rangle = \frac{\int x f(x) dx}{\int f(x) dx}$$

$$y(x, t = 0) = f(x) = A e^{-\frac{x}{4\Delta x_0}} \cos k_0 x$$

Precise definition of group velocity
W. V. Prestwich

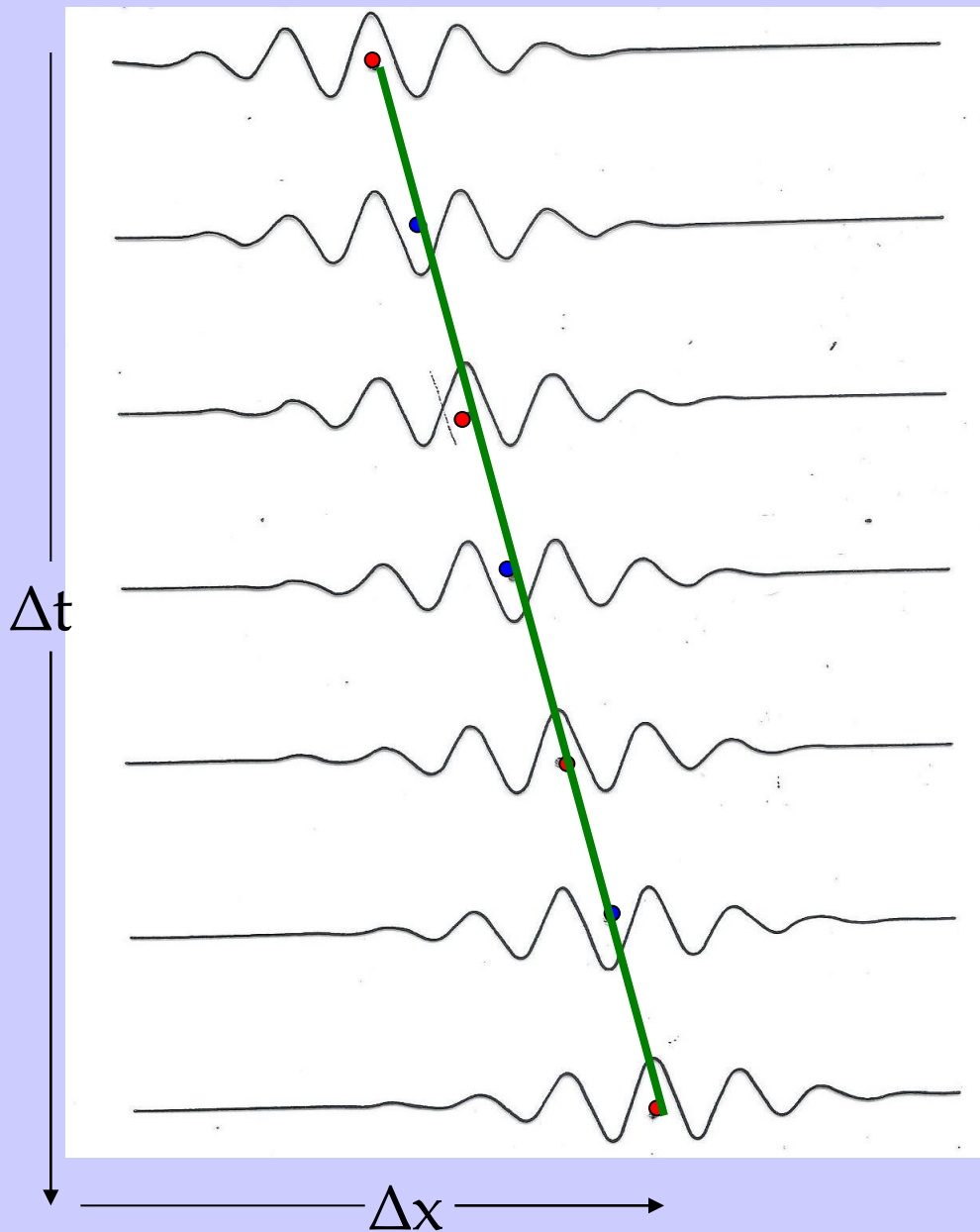
Am. J. Phys. 43, 832 (1975)

$$y(x, t) = f(x, t) \cos(\omega_0 t - k_0 x)$$

$$\langle C \rangle = \frac{\int x f(x) dx}{\int f(x) dx}$$

KΕΝΤΡΟΕΙΔΕΣ

$$\langle C(t) \rangle = \langle C(t=0) \rangle + \left(\frac{d\omega(k)}{dk} \right)_{k_0} t$$



Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ
ΕΙΝΑΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΤΟΥ ΚΕΝΤΡΟΕΙΔΟΥΣ
ΤΟΥ "ΦΑΚΕΛΟΥ"

ΥΠΑΡΧΕΙ
ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΣ;

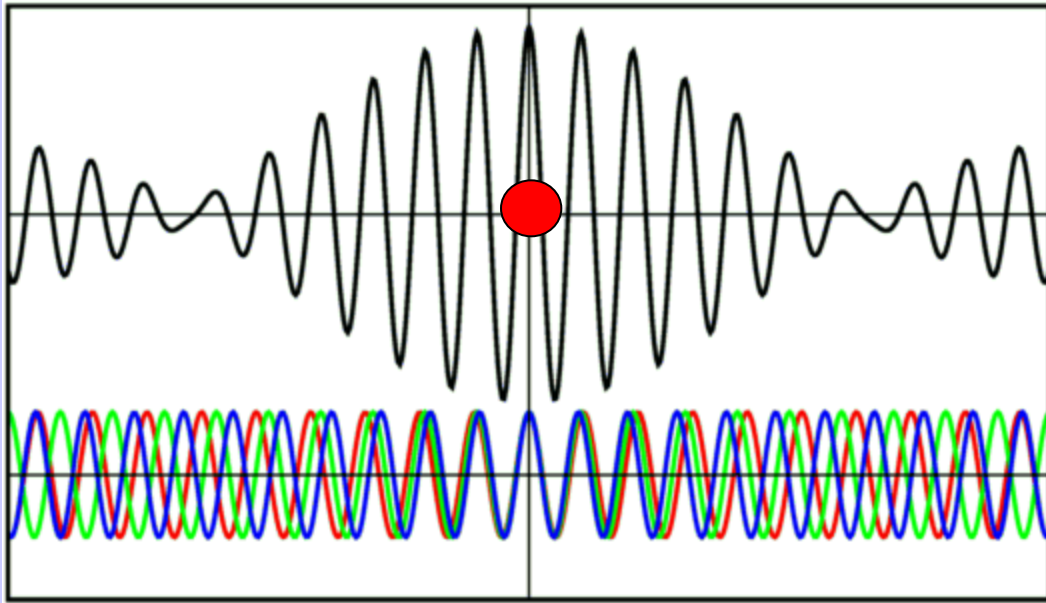
ΠΩΣ ΘΑ

ΥΠΟΛΟΓΙΖΑΤΕ

ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΑΣ;

↓

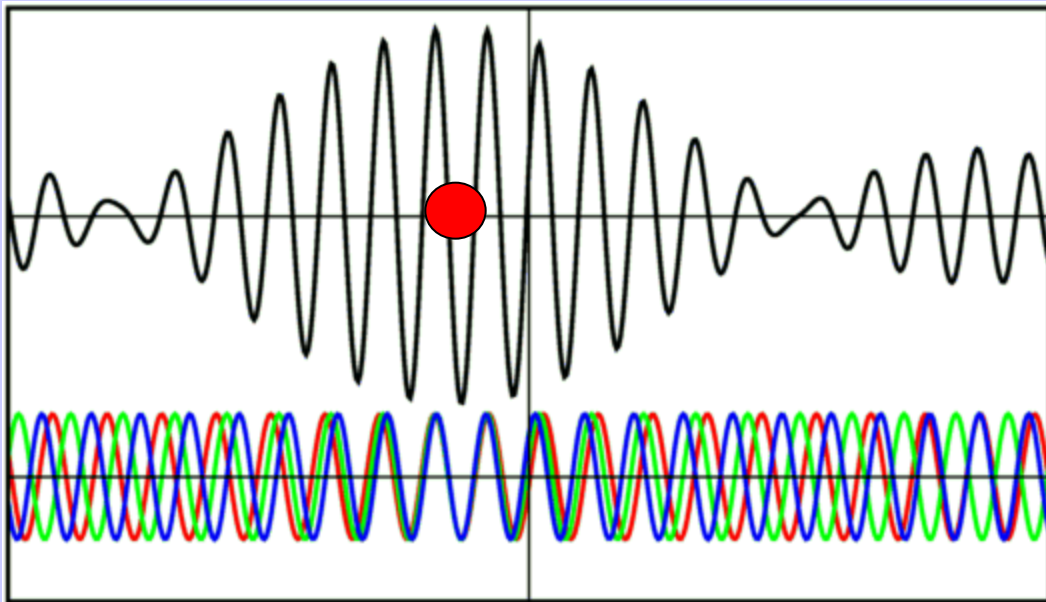
$$v_g = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

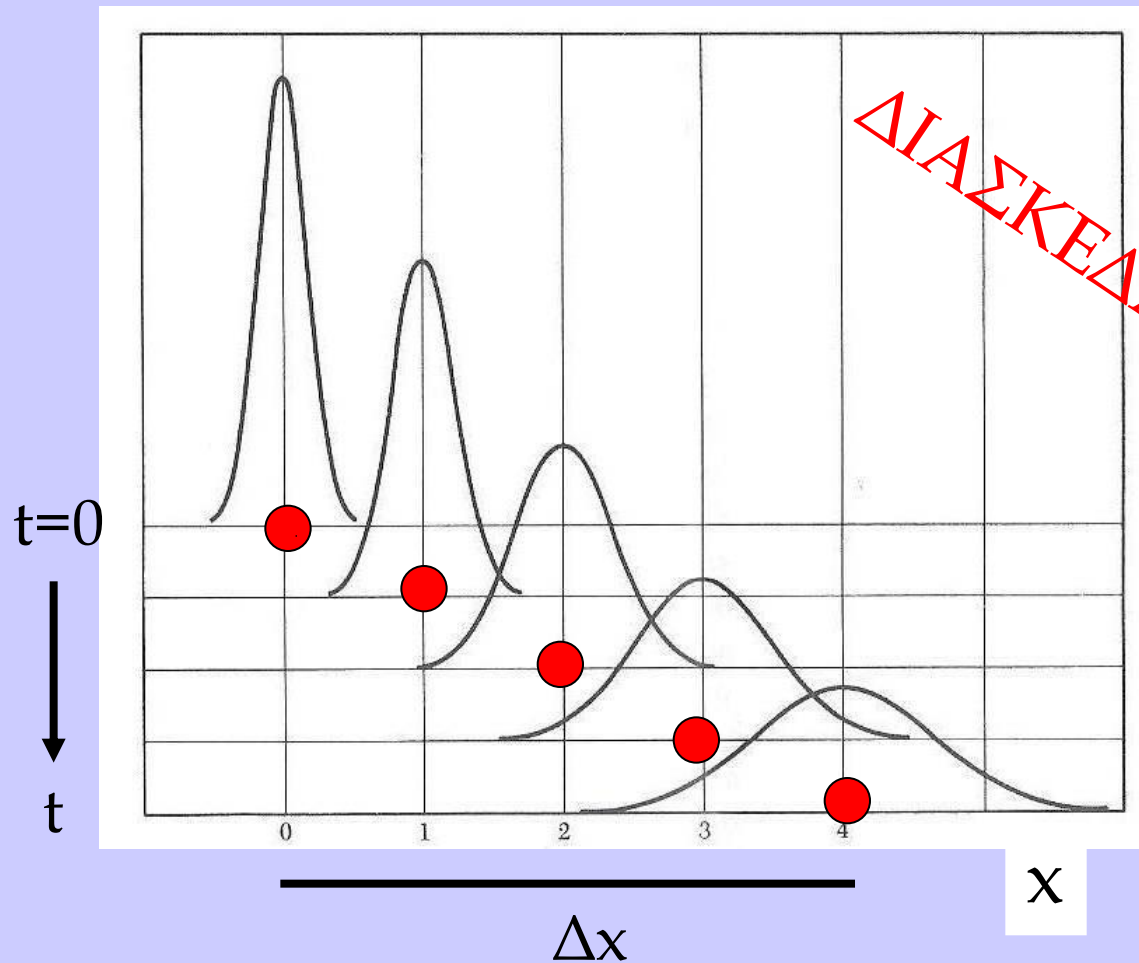


ΠΑΡΑΤΗΡΕΙΣΤΕ
ΤΑ ΔΥΟ
ΣΤΙΓΜΙΟΤΥΠΑ.

ΥΠΑΡΧΕΙ

ΔΙΑΣΠΟΡΑ;





Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ
 ΕΙΝΑΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ
 ΤΟΥ ΚΕΝΤΡΟΕΙΔΟΥΣ
 ΤΟΥ "ΦΑΚΕΛΟΥ"

$$v_g = \frac{\Delta x}{t}$$

ΣΥΝΟΨΗ

Η ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΝΤΟΤΗΤΑ:

1. ΕΙΝΑΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΙΝΗΣΗΣ
ΤΩΝ ΝΟΗΤΩΝ ΙΣΟΦΑΣΙΚΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ.

2. ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΝΤΟΤΗΤΑ
ΣΤΑ ΑΡΜΟΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ.

ΤΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ ΔΕΝ ΜΕΤΑΔΙΔΕΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ
ΕΚΤΟΣ ΑΠΟ ΕΚΕΙΝΗ ΤΗΣ ΥΠΑΡΞΗΣ ΤΟΥ.

Η ΟΜΑΔΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΕΙΝΑΙ ΦΥΣΙΚΗ ΟΝΤΟΤΗΤΑ
ΑΝΑΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ.

ΕΙΝΑΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΜΕ ΤΗΝ ΟΠΟΙΑ
ΔΙΑΔΙΔΕΤΑΙ Η ΕΝΕΡΓΕΙΑ-ΟΡΜΗ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ.

ΕΙΝΑΙ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΜΕ ΤΗΝ ΟΠΟΙΑ
ΔΙΑΔΙΔΕΤΑΙ Η ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ..

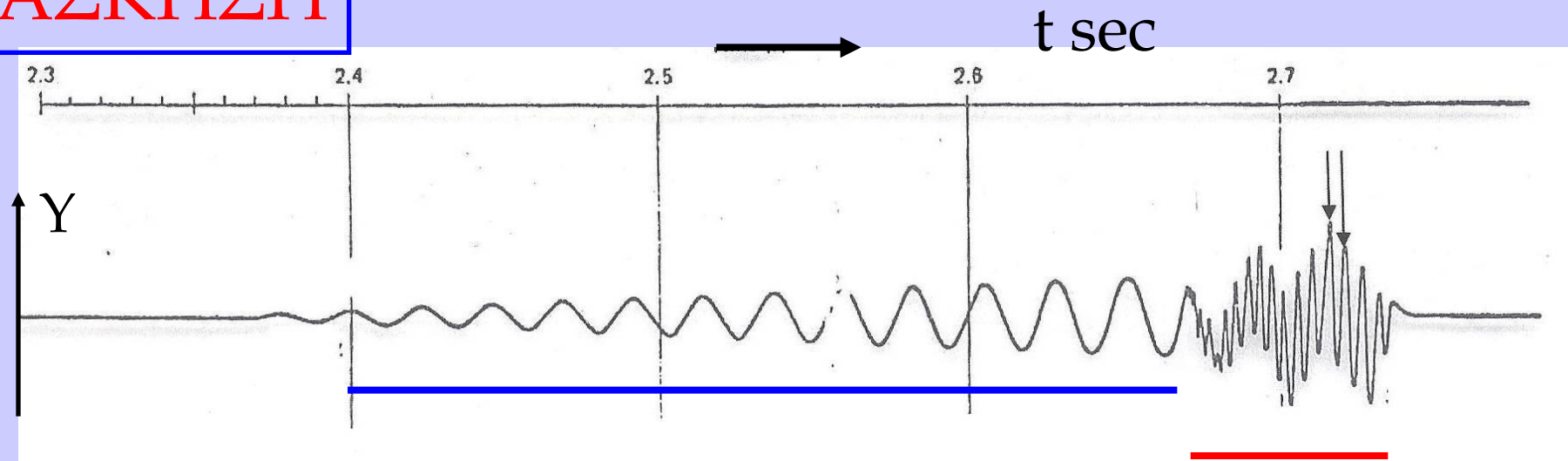
ΕΑΝ Η $\omega = \omega(k)$
ΕΙΝΑΙ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ
ΜΙΑ ΟΜΑΔΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΠΕΡΙΓΡΑΨΕΙ
ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ
ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ.

ΕΧΟΥΜΕ
ΑΠΕΙΡΕΣ ΟΜΑΔΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ



ΑΣΚΗΣΗ



ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΤΑΙ Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ
ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗΣ ΜΕΤΑΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ Y
ΜΕ ΤΟ ΧΡΟΝΟ t ΠΟΥ ΕΧΕΙ ΚΑΤΑΓΡΑΨΕΙ ΕΝΑΣ
ΣΕΙΣΜΟΓΡΑΦΟΣ ΜΕΤΑ ΤΗΝ ΕΚΔΗΛΩΣΗ ΣΕΙΣΜΟΥ.

ΤΑ ΣΕΙΣΜΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

ΕΜΦΑΝΙΖΟΥΝ ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΟΥ ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΥ;

ΕΑΝ ΝΑΙ ΕΙΝΑΙ ΟΜΑΛΟΣ ή ΑΝΩΜΑΛΟΣ;

ΟΡΙΖΕΤΑΙ ΟΜΑΔΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ;

ΔΥΟ ΟΜΑΔΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ

ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΝ ΤΟ ΦΑΙΝΙΜΕΝΟ;

ΑΣΚΗΣΗ

ΝΑ ΔΕΙΧΘΕΙ ΟΤΙ:

$$v_g = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$

Να δειχθεί ότι η συνθήκη για τον ανώμαλο διασκεδασμό είναι:

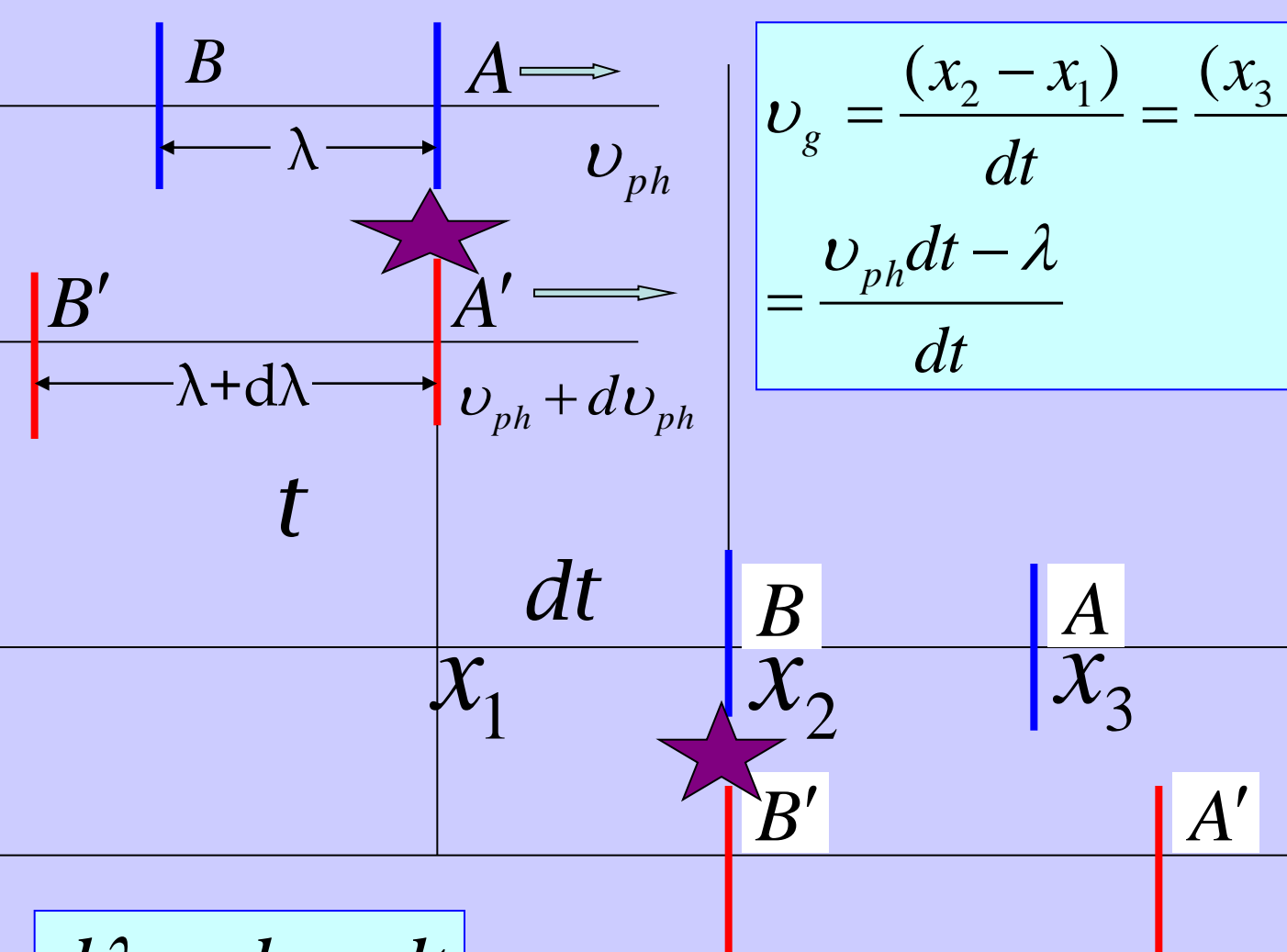
$$\frac{dv_{ph}}{d\lambda} < 0$$

Πως απεικονίζεται γεωμετρικά η συνθήκη αυτή στο διάγραμμα $\omega = \omega(k)$;

ΑΣΚΗΣΗ

ΜΙΑ ΑΛΛΗ ΑΠΟΔΕΙΞΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ

$$v_g = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$



$$v_g = \frac{(x_2 - x_1)}{dt} = \frac{(x_3 - x_1) - (x_3 - x_2)}{dt} = \frac{v_{ph} dt - \lambda}{dt}$$

$$d\lambda = dv_{ph} dt$$

$$dt = \frac{d\lambda}{dv_{ph}}$$

$$v_g = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda}$$

ΑΣΚΗΣΗ

1. Σε κυματική διάδοση, η ταχύτητα ομάδος είναι διπλάσια της φασικής. Προτείνετε μια σχέση διασποράς $\omega = \omega(k)$ που να ικανοποιεί αυτή την απαίτηση.

2. Συζητήστε την άποψη ότι εάν η κλίση σε σημείο της $\omega = \omega(k)$ είναι θετική (αρνητική), δηλαδή η ταχύτητα ομάδος είναι θετική (αρνητική), η ενέργεια διαδίδεται προς τα δεξιά (αριστερά).

ΑΣΚΗΣΗ

Να δειχτεί ότι είναι:

$$v_{\text{ομάδος}} = v_{\text{φασική}} + k \frac{dv_{\text{φασική}}}{dk}$$

Ποιά είναι η «γεωμετρική» περιγραφή αυτής της σχέσης;

ΑΣΚΗΣΗ

Διάδοση διαταραχής διέπεται από τη σχέση διασποράς:

$$\omega(k) = \omega_0 (3 + 6b^2 k^2 - b^4 k^4)$$

Γύρω από ποιά συχνότητα πρέπει να κατανέμονται οι συχνότητες στο φάσμα ενός παλμού ώστε η ταχύτητα διάδοσης της πληροφορίας που μεταφέρει να είναι η μεγαλύτερη δυνατή.

ΑΣΚΗΣΗ

Δίδεται ότι ότι κυματική διάδοση υπακούει στη σχέση:

$$v_{ph} = A\omega^n$$

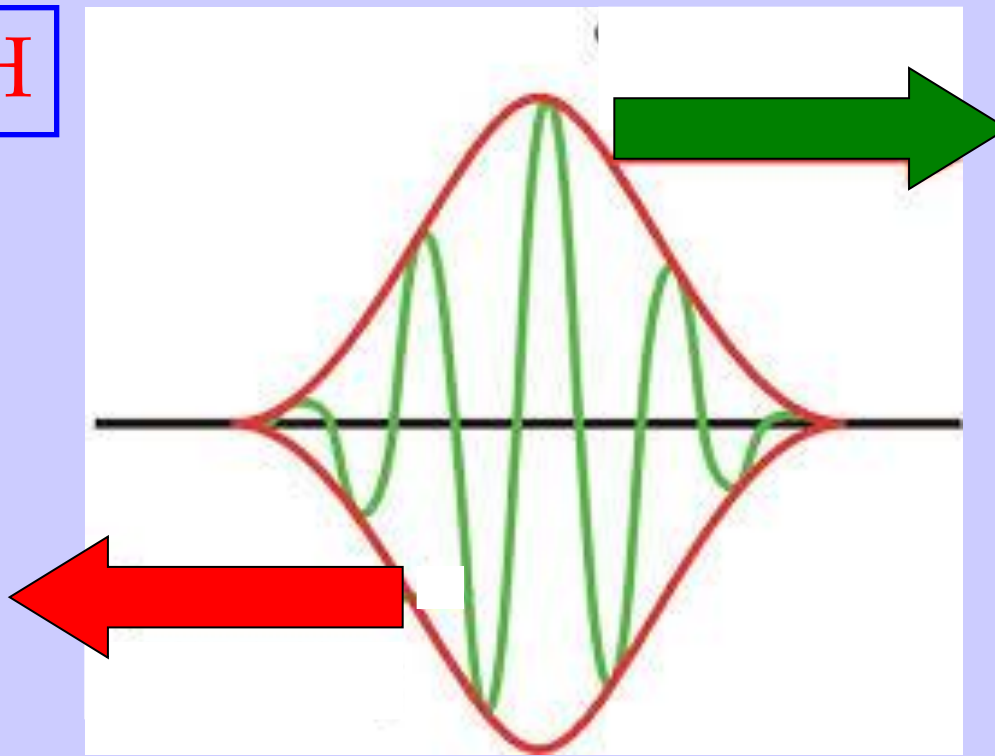
1. Ναδειχτεί ότι:

$$v_{gr} = \frac{v_{ph}}{1-n}$$

2. Τι συμβαίνει για $n=1$ και $n=2$;

Να προταθούν αντίστοιχα διαγράμματα $\omega=\omega(k)$.

ΑΣΚΗΣΗ



ΕΙΝΑΙ ΔΥΝΑΤΟ ΣΧΕΣΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

$$\omega = \omega(k)$$

ΝΑ ΔΙΑΜΟΡΦΩΝΕΙ

ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΚΑΙ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΟΜΑΔΟΣ

ΜΕ ΑΝΤΙΘΕΤΑ ΠΡΟΣΗΜΑ;

ΠΡΟΤΕΙΝΕΤΑΙ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ $\omega = \omega(k)$

ΠΟΥ ΟΔΗΓΕΙ ΣΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΥΤΗ.

ΑΣΚΗΣΗ

Διαταραχή περιγράφεται απο την εξίσωση:

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3} = 0$$

Να δειχτεί οτι η διάδοσή της χαρακτηρίζεται απο τη σχέση διασποράς:

$$\omega = k - k^3$$

Να δειχτεί ότι:

$$v_{ph} = 1 - k^2$$

$$v_g = 1 - 3k^2$$

ΔΙΑΣΠΟΡΑ

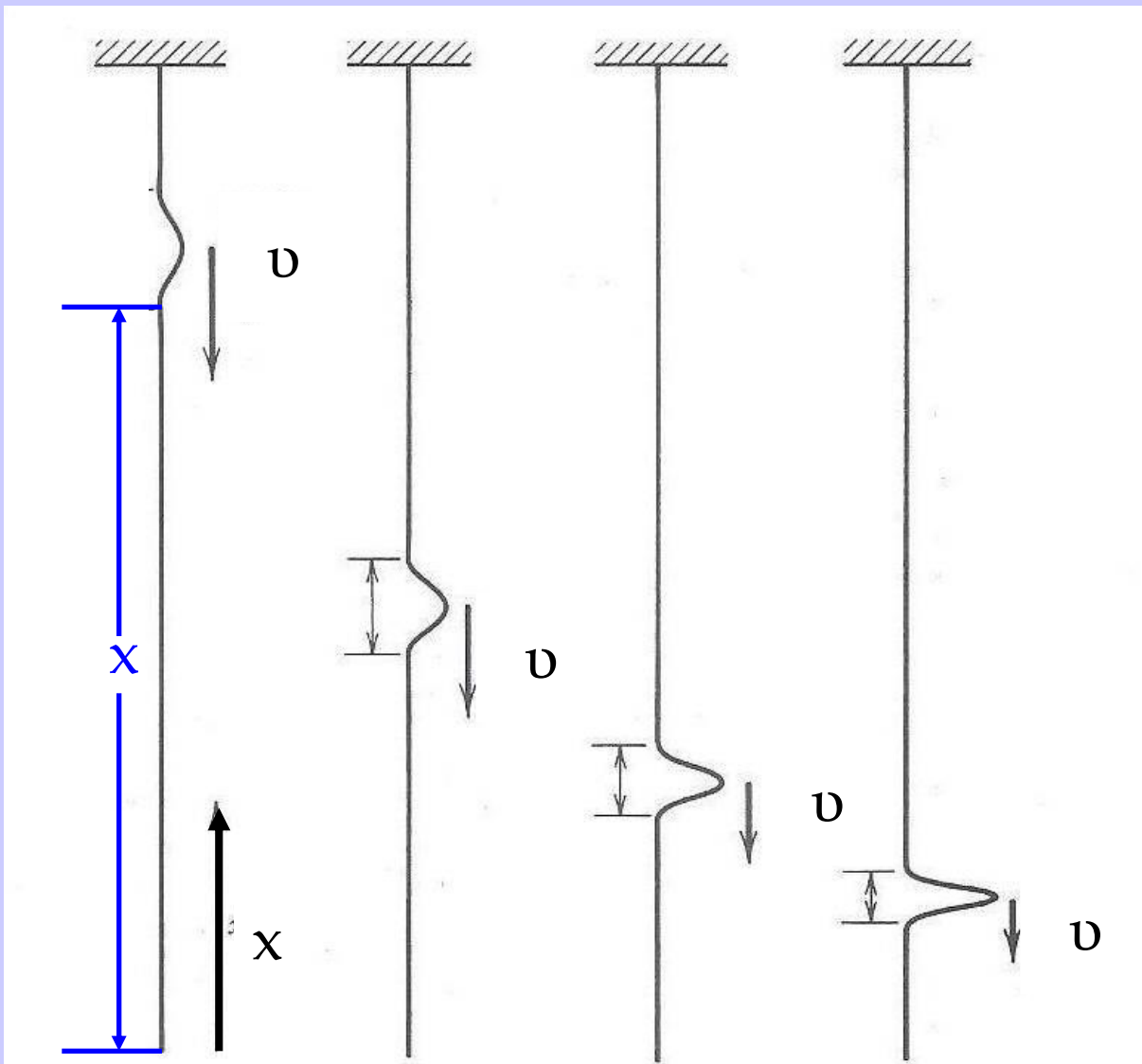


**THE END
IS NEAR**

АІЕУКРПІНІЗНІ!
А І Е У К Р П І Н І З Н І !

Η ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ
ΕΝΟΣ ΔΙΑΔΙΔΟΜΕΝΟΥ ΠΑΛΜΟΥ
ΔΕΝ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΠΑΝΤΟΤΕ
ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

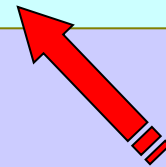




$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\mu g x}{\mu}}$$

$$v = \sqrt{g x}$$



Η ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΟΥ ΠΑΛΜΟΥ ΔΕΝ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΟΥ ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΜΟΥ.

ΑΣΚΗΣΗ

$$v = \sqrt{gh}$$

$$h = x(\tan \theta)$$

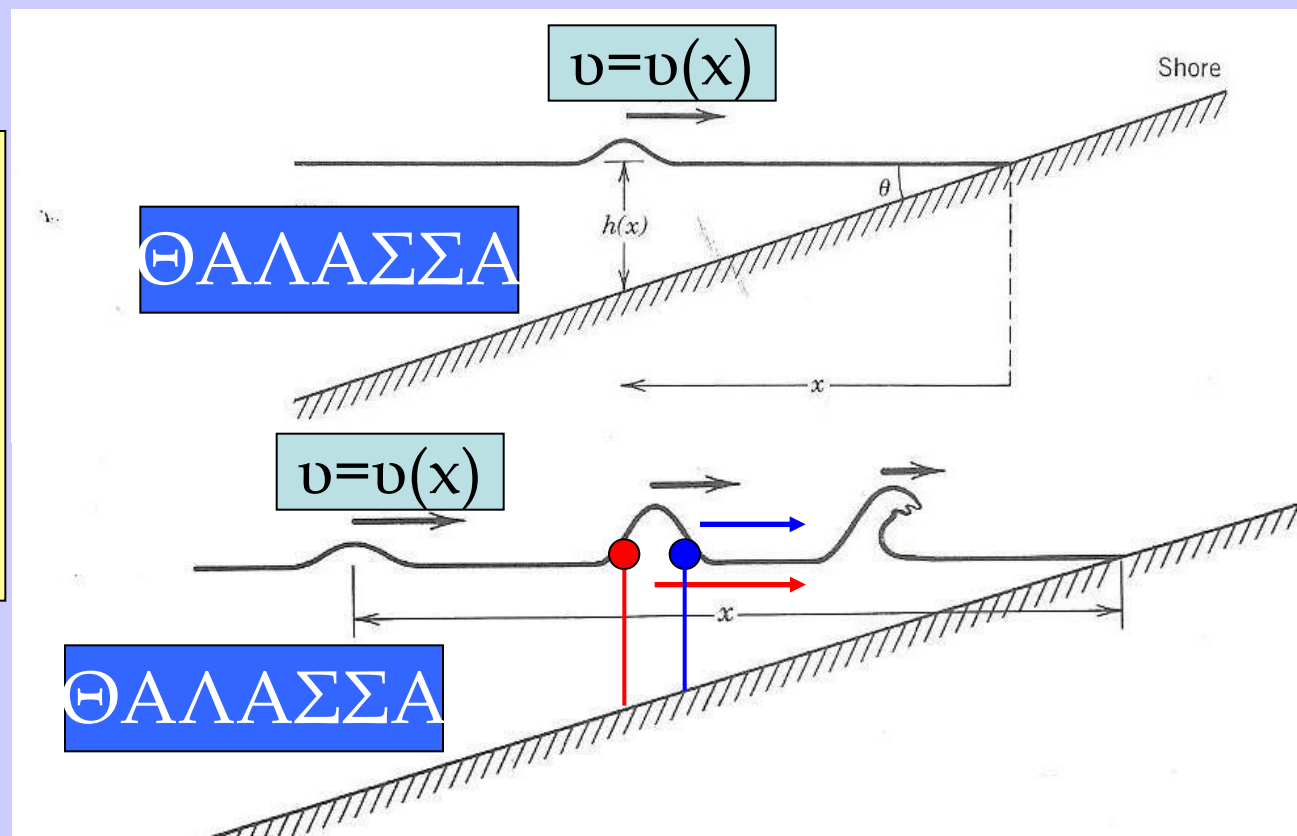
$$v = \sqrt{g(\tan \theta)x}$$

TSUNAMI!

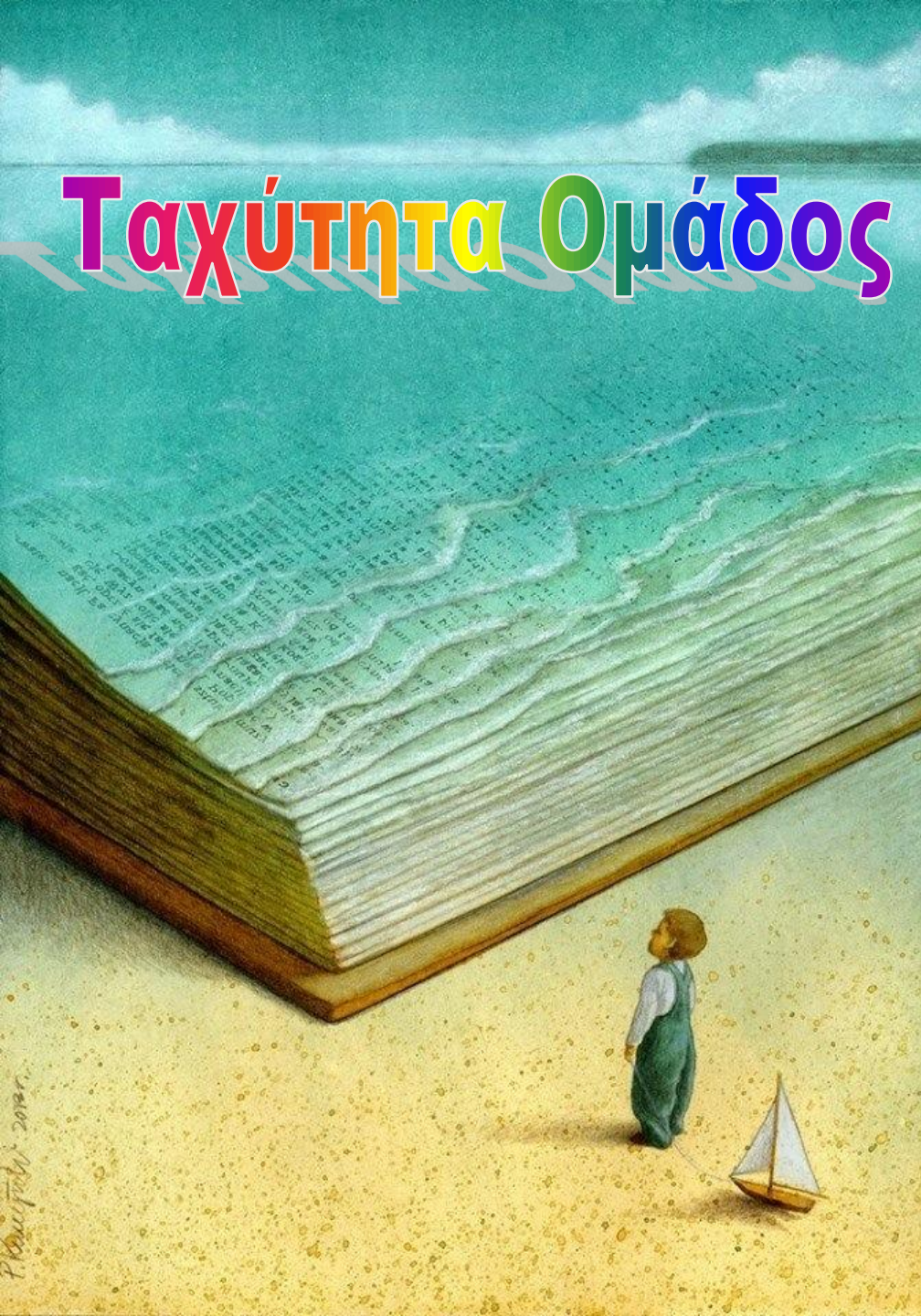
Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ

ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ

ΑΠΟ ΤΟ ΒΑΘΟΣ.



Ταχύτητα Ομάδος



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Κωνσταντίνος Ευταξίας 2015. «Εισαγωγή στην Κυματική. Ομαδική ταχύτητα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

<http://opencourses.uoa.gr/courses/PHYS11/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Οι Εικόνες, τα Σχήματα, τα Διαγράμματα και οι Φωτογραφίες που χρησιμοποιούνται στο παρόν έργο αποτελούν αντικείμενο πνευματικής ιδιοκτησίας (copyright)

