ΓΙΑ ΝΑ ΕΙΣΑΙ ΣΕ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΙΝΕΙΣΑΙ!

Κ. ΕΥΤΑΞΙΑΣ

Η ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

Η ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

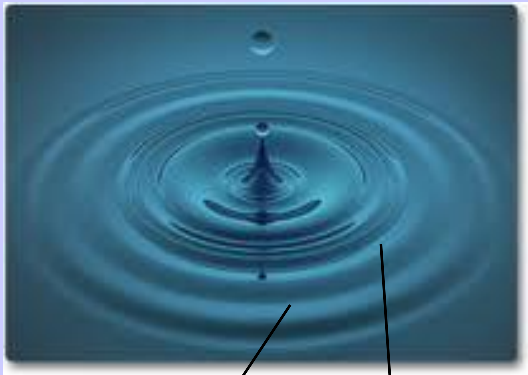
ΝΑ ΣΥΝΔΕΘΟΥΜΕ

ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ

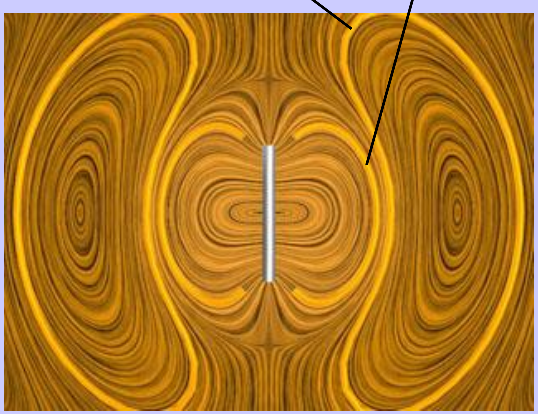
ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΜΑΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ

ΗΠΙΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ

ΗΠΙΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ



ΙΣΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ



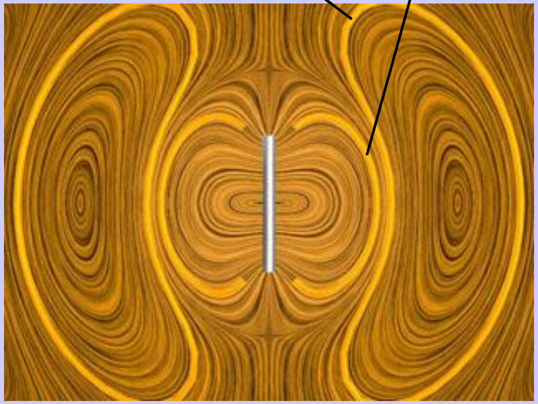
ΕΙΧΑΜΕ ΟΡΙΣΕΙ ΤΗΝ ΗΠΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ

Μια διαταραχή λογίζεται ως ήπια όταν:
1. Μπορούμε να διακρίνουμε ΙΣΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ.
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΟΜΑΛΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ, S,
που συνιστούν
γεωμετρικό τόπο σημείων του χώρου,
όπου το φυσικό μέγεθος, Φ,
που περιγράφει τη διαταραχή
έχει την ίδια τιμή ο
μια δεδομένη χρονική στιγμή t.
Φs (x, y, z, t) = const.

ΗΠΙΕΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΕΣ

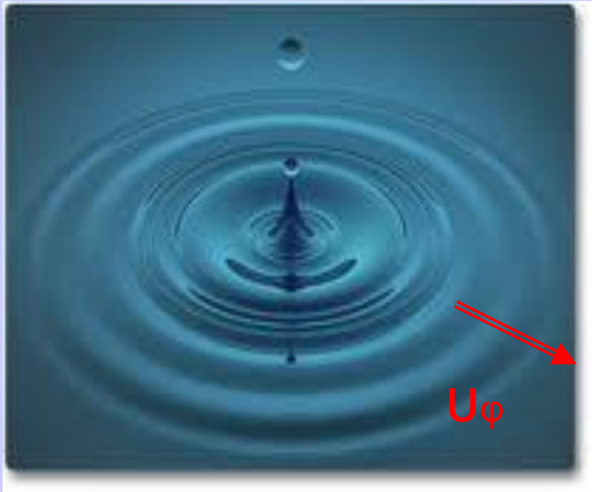
2. Μπορούμε να ορίσουμε «ΤΑΧΥΤΗΤΑ» διάδοσης των νοητών ισοφασικών επιφανειών, ΤΗ ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ, υ_φ διάδοσης του κύματος.

ΙΣΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ



Οι ΙΣΟΦΑΣΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ διαδίδονται με τη φασική ταχύτητα.

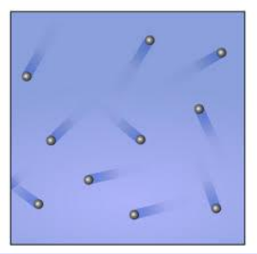

Η ΜΗ ΗΠΙΑ ΑΥΤΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ
ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΤΗΣ ΜΕΛΑΤΗΣ ΜΑΣ!



Η δυνατότητα διάκρισης **ισοφασικών επιφάνειών** και ορισμού της **ταχύτητας διάδοσής τους** είναι αυτή που καθιστά ΕΠΩΦΕΛΗ την τη γνώση της διαταραχής Φ (x, y, z, t) σε κάθε σημείο του χώρου κάθε χρονική στιγμή.

Έχει ένα σημαντικό πλεονέκτημα:

Εάν η διαταραχή ήταν διαφορετική από σημείο σε σημείο,
τότε και αν ακόμη ήταν δυνατή η γνώση της Φ (x, y, z, t),
δεν θα ήταν δυνατή η συγκράτηση στο μυαλό μας μιας «εικόνας»
που συνεχώς μεταβάλλεται με το χρόνο σε άπειρα σημεία.
Η ύπαρξη ισοφασικών επιφανειών **ΟΜΑΔΟΠΟΙΕΙ** τα άπειρα σημεία του χώρου.
Δεν μας ενδιαφέρει η συμπεριφορά κάθε σημείου από από τα άπειρα,
αλλά η συμπεριφορά – διάδοση των ισοφασικών επιφανειών. .



Στη φυσική δεν επιδιώκουμε πολλές φορές το ιδανικό!
Το ιδανικό στη γνώση της κατάστασης του αερίου θα ήταν να γνωρίζουμε την ταχύτητα κάθε μορίου κάθε χρονική στιγμή!

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ

Η ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΜΕΝΗ

ΜΟΡΦΗ

$\Phi(x, y, z, t)$

ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ

ΚΥΜΑΤΙΚΗ

ΔΙΑΔΟΣΗ;

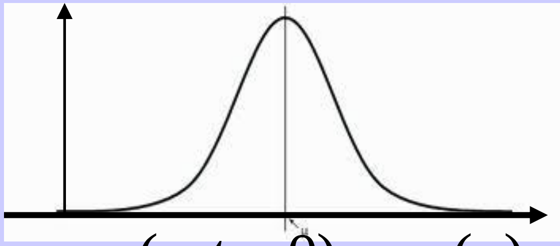
Η ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ ΛΕΕΙ ΟΤΙ Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΥΤΗ ΕΚΦΡΑΣΗ ΘΑ ΕΧΕΙ ΟΡΙΣΜΑ ΜΙΑ ΕΚΦΡΑΣΗ ΠΟΥ ΘΑ ΑΝΤΙΚΑΤΟΠΤΡΙΖΕΙ ΤΗ **ΓΕΦΥΡΩΣΗ** ΧΡΟΝΟΥ – ΧΩΡΟΥ **ΠΟΥ ΕΠΙΒΑΛΛΕΙ Η ΥΠΑΡΞΗ ΤΗΣ ΦΑΣΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ.**

ΣΤΟΧΟΣ ΜΑΣ ΕΙΝΑΙ ΛΟΙΠΟΝ
ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΤΗΝ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΜΕΝΗ ΕΚΦΡΑΣΗ
ΠΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ ΤΟ ΚΥΜΑ.

Η ΑΦΕΤΗΡΙΑ ΕΙΝΑΙ ΟΤΙ ΜΙΑ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ

$$y(x,t=0)=y_0(x)$$

ΕΧΕΙ ΑΠΟΚΑΤΑΣΤΑΘΕΙ ΣΕ ΜΙΑ ΤΕΝΤΩΜΕΝΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΧΟΡΔΗ ΤΗ ΣΤΙΓΜΗ t= 0 ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΔΕΤΑΙ ΚΑΤΑ ΜΗΚΟΣ ΤΟΥ ΑΞΟΝΑ x **ΧΩΡΙΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ** ΠΡΟΣ ΤΑ ΔΕΞΙΑ **ΜΕ ΦΑΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ υ.**



$$y(x,t=0)=y_0(x)$$

ΑΝΑΖΗΤΟΥΜΕ ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ y (x, t) που δίνει την εγκάρσια απομάκρυνη y σε κάθε θέση x κάθε στιγμή t.

ΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΗΝ ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΟΥΝ ΔΥΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΕΣ.

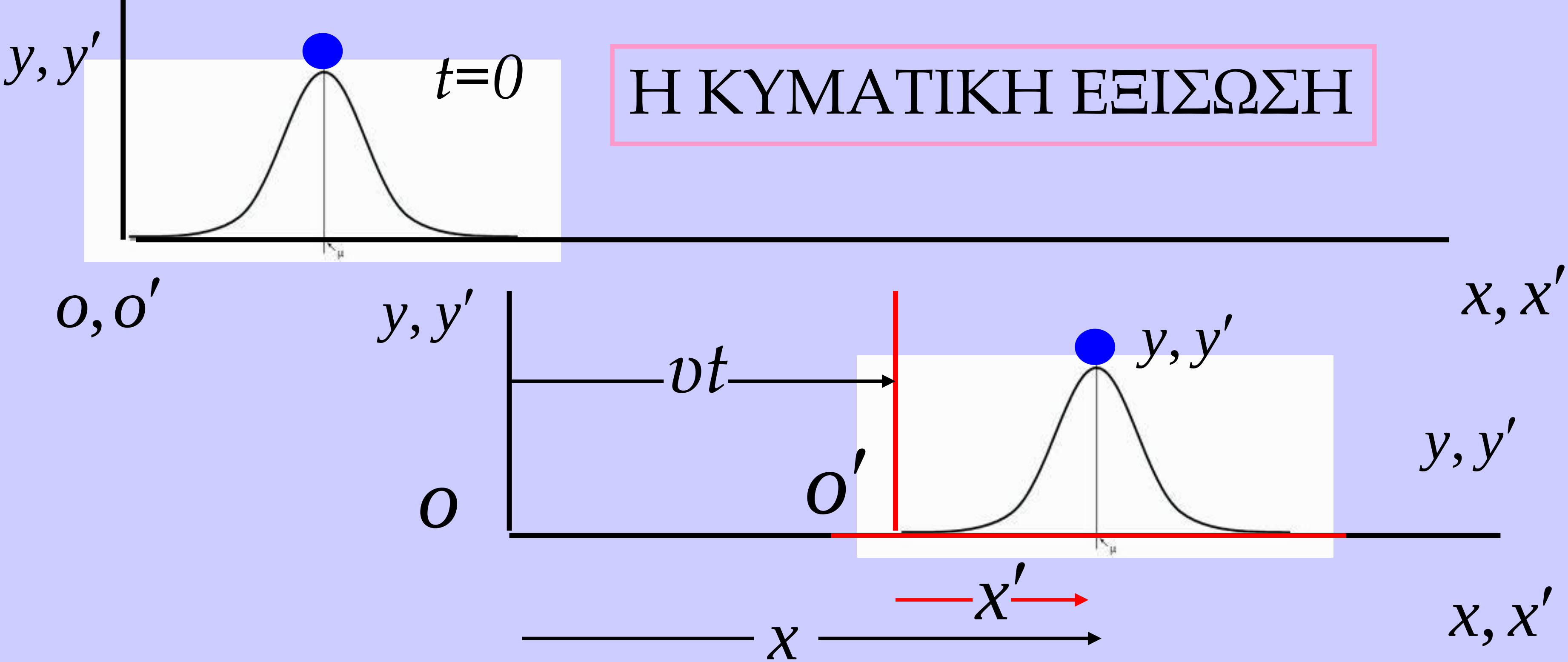
Ο ΕΝΑΣ (0) ΠΑΡΑΜΕΝΕΙ ΑΚΙΝΗΤΟΣ.

Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΚΙΝΕΙΤΑΙ (0′) ΜΕ ΤΗΝ ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ υ.

ΠΑΡΑΚΟΛΟΥΘΟΥΝ ΚΑΙ ΟΙ ΔΥΟ ΕΝΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ ΤΟΥ ΠΑΛΜΟΥ, ΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ ΤΟΥ.
Η ΙΣΟΦΑΣΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΕΧΕΙ ΕΚΦΥΛΙΣΤΕΙ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ ΣΤΗ ΜΟΝΟΔΙΑΣΤΑΤΗ ΑΥΤΗ ΔΙΑΔΟΣΗ.

ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΘΕΣΗΣ - ΧΡΟΝΟΥ ΤΩΝ ΔΥΟ ΥΠΑΡΧΕΙ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΠΟΥ ΜΑΣ ΟΔΗΓΕΙ ΣΤΗΝ ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΣ $y(x, t)$.

Η ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ



$$t' = t$$

$$x' = x - \upsilon t$$

$$y' = y$$

$$y'(x', t') = f(x') = f(x - \upsilon t)$$

$$y(x, t) = y'(x', t')$$

$$y(x, t) = f(x - \upsilon t)$$

Η ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

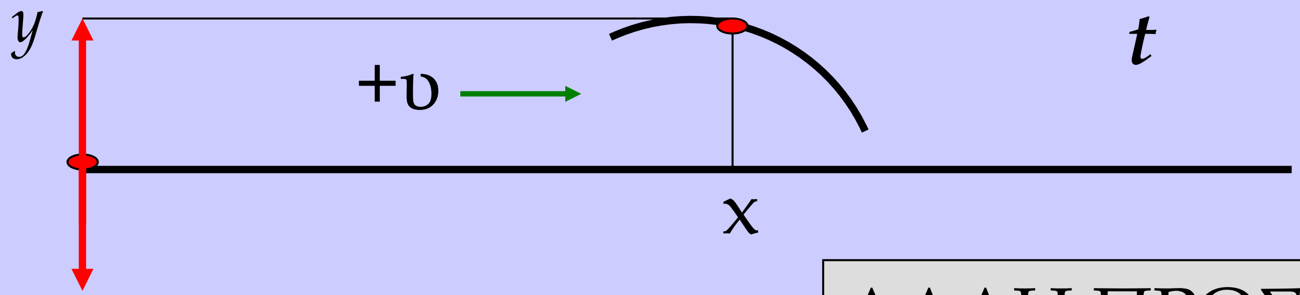
ΚΑΘΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ

$$\boxed{y(x,t) = f(x - \upsilon t)}$$

ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ ΜΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗ
ΠΟΥ ΟΔΕΥΕΙ ΠΡΟΣ ΤΑ ΔΕΞΙΑ ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΗ
ΜΕ ΤΑΧΥΤΗΤΑ υ.

ΔΕΙΞΤΕ ΟΤΙ ΑΝ Η ΔΙΑΔΟΣΗ ΓΙΝΕΤΑΙ ΠΡΟΣ ΤΑ ΑΡΙΣΤΕΡΑ Η ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΙΝΑΙ:

$$\boxed{y(x,t) = g(x + \upsilon t)}$$



ΑΛΛΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ

$$y(x=0,t) = f(t)$$

$$y(x,t) = y\left(x=0, t-\frac{x}{\upsilon}\right) = f\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)$$

$$\boxed{y(x,t) = f\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)}$$

ΔΕΙΞΤΕ ΟΤΙ
ΓΙΑ ΔΙΑΔΟΣΗ ΠΡΟΣ ΤΑ ΑΡΙΣΤΕΡΑ ΕΙΝΑΙ:

$$\boxed{y(x,t) = g\left(t+\frac{x}{\upsilon}\right)}$$

$$y(x,t) = f(x - \upsilon t)$$

$$y(x,t) = f\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)$$

$$y(x,t) = g(x + \upsilon t)$$

$$y(x,t) = g\left(t + \frac{x}{\upsilon}\right)$$

$$y(x,t) = f(x - \upsilon t) = f\left[-\upsilon\left(t - \frac{x}{\upsilon}\right)\right]$$

Η ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

ΟΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΑΥΤΕΣ ΠΟΥ ΤΟ ΟΡΙΣΜΑ ΤΟΥΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ ΤΗΝ ΙΔΙΑΖΟΥΣΑ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΧΡΟΝΟΥ-ΧΩΡΟΥ ΠΟΥ ΕΠΙΒΑΛΛΕΙ Η ΥΠΑΡΞΗ ΦΑΣΙΚΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΝ ΔΙΑΔΟΣΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ ΧΩΡΙΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΜΕ ΤΑΧΥΤΗΤΑ υ

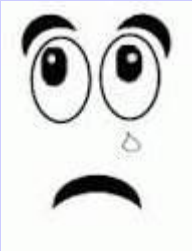
$$y(x,t) = f(x - \upsilon t)$$

$$y(x,t) = g(x + \upsilon t)$$

$$y(x,t) = f(t - \frac{x}{\upsilon})$$

$$y(x,t) = g(t + \frac{x}{\upsilon})$$

Η ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ



ΑΣΚΗΣΗ

$$x^2 - 2bxt + b^2t^2$$

$$10\left(x^2 - b^2t^2\right)$$

$$\sigma x^2 + Tt^2$$

$$\sqrt[3]{\sin\left[(x-bt)^3\right]}$$

$$2x - 3bt$$

Ποιές
από τις 5 συναρτήσεις
y(x, t);
Μπορεί, κατ' αρχάς,
να είναι
Κυματικές Εξισώσεις

Η ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ.

ΕΙΝΑΙ ΑΡΚΕΤΗ
Η ΓΝΩΣΗ ΤΗΣ

$$y(x,t) = f(x - \upsilon t)$$

ΟΧΙ!

ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΑΙΤΗΜΑ;

ΤΟ ΕΥΡΗΜΑ

$$y(x,t) = f(x - \upsilon t)$$

ΕΙΝΑΙ ΚΑΤΙ ΣΑΝ ΟΡΙΣΜΟΣ.

Αυτό που θέλουμε να γνωρίζουμε είναι εάν μετά τη διέγερση ενός συστήματος η διάδοση της διαταραχής θα περιγράφεται από την εξίσωση του κύματος.

«ΔΥΝΑΜΙΚΟ» ΚΡΙΤΗΡΙΟ

ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΑΙΤΗΜΑ;

ΧΡΕΙΑΖΟΜΑΣΤΕ ΕΝΑ«ΔΥΝΑΜΙΚΟ»ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΜΙΑ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

που θα προκύπτει από την εφαρμογή των νόμων που περιγράφουν τις επιδράσεις πάνω στο σύστημα και θα έχει σαν λύση την:

$$y(x,t) = f(x - \upsilon t)$$

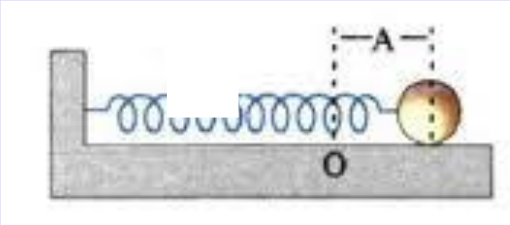
y ΑΝΑΛΟΓΟ ΑΙΤΗΜΑ
ΕΙΧΑΜΕ ΜΕΤΑ ΤΟΝ ΟΡΙΣΜΟ ΤΗΣ
ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Ο ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ
ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΑΡΜΟΝΙΚΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

$$x(t) = A\sin \omega t$$

ΤΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + kx(t) = 0$$



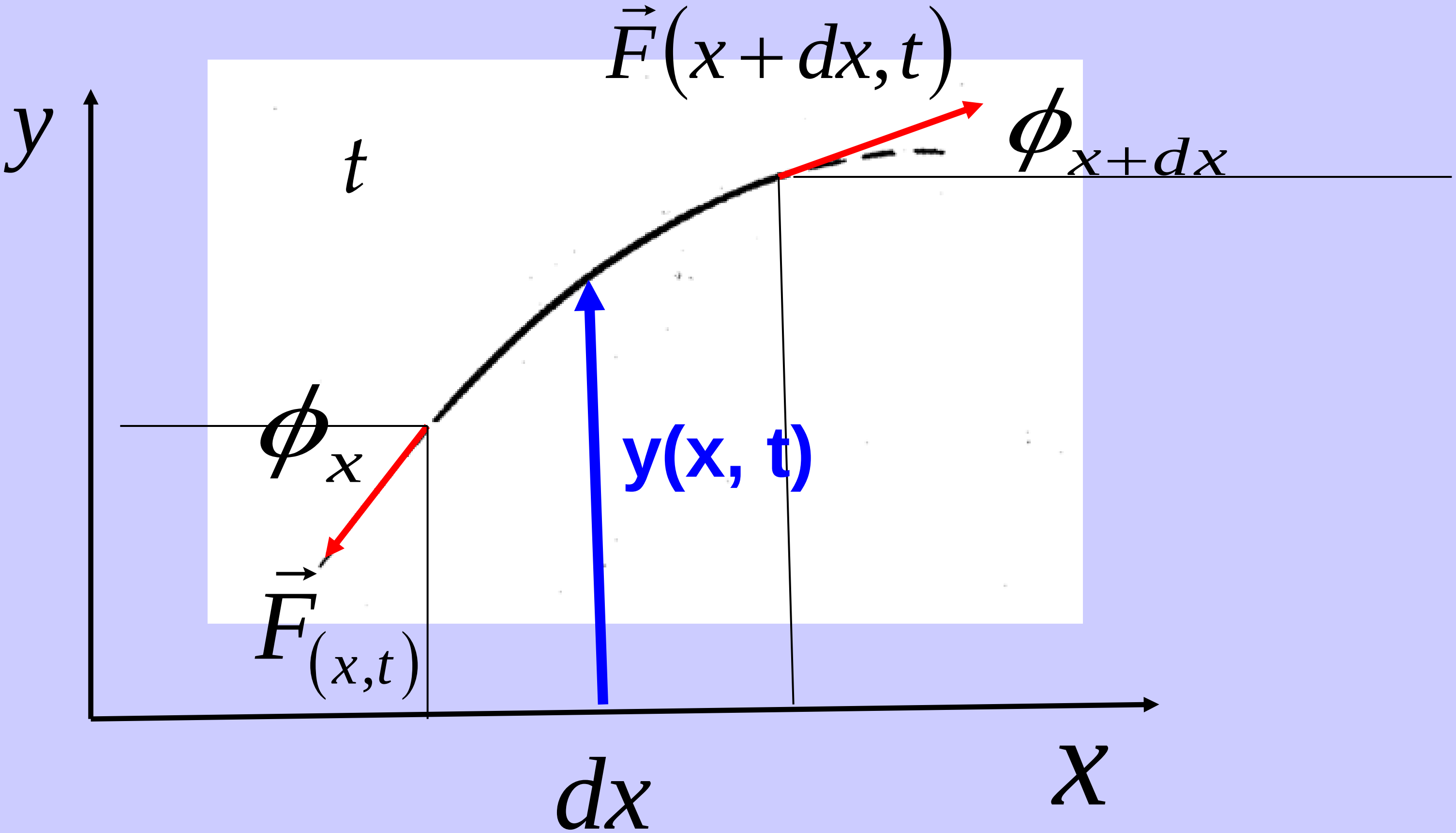
Θ.Ν.Δ

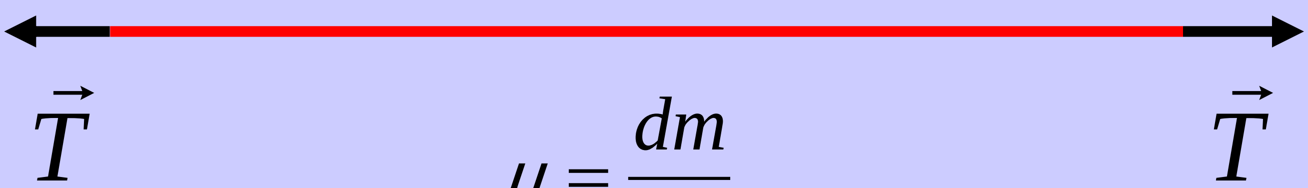
Το σώμα κάνει γ.α.τ γιατί σε μια τυχαία θέση
μετά την εφαρμογη του $F = m\gamma$ (Θ.Ν.Δ)
ικανοποιείται το δυναμικό κριτήριο που έχει σαν λύση την

$$x(t) = A\sin \omega t$$

Στην περίπτωση της διάδοσης
εγκάρσιου παλμού σε χορδή
το ίδιο πρέπει να κάνουμε.
Να απομονώσουμε
ένα τυχαίο στοιχειώδες τμήμα της
μια τυχαια χρονική στιγμή,
να βρούμε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του
και να δούμε
αν ικανοποει μια διαφορική εξίσωση – δυναμικό κριτήριο
που έχει σαν λύση την:

$$\boxed{y(x,t) = f(x - \upsilon t)}$$





$$\mu = \frac{dm}{dx}$$

ΠΡΟΤΥΠΟ

Οι αλληλεπιδράσεις – δυνάμεις
στη μηχανική περιγράφονται από τις δυνάμεις

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Συνεπώς το δυναμικό κριτήριο που αναζητούμε θα πρέπει να έχει αυτόν τον όρο.
Με αφετηρία την

$$y(x,t) = f(x - \upsilon t)$$

με διαδοχικές παραγωγίσεις της
y(x, t) ως προς το t και x
διαμορφώνεται το δυναμικό κριτήριο.

$$y(x,t) = f(x - \upsilon t)$$

$$\boxed{h = x - \upsilon t}$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \frac{df(h)}{dh}\frac{\partial h(x-\upsilon t)}{\partial t} = -\upsilon\frac{df(h)}{dh} \quad (1)$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \frac{df(h)}{dh}\frac{\partial h(x-\upsilon t)}{\partial x} = \frac{df(h)}{dh} \quad (2)$$

ΧΡΟΝΙΚΟΣ ΡΥΘΜΟΣ

$$\boxed{\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}}$$

ΧΩΡΙΚΟΣ ΡΥΘΜΟΣ

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΕΙΣΤΕ!

Ο χρονικός ρυθμός μεταβολής της y είναι ανάλογος του χωρικού ρυθμού.

ΠΑΡΑΤΗΡΕΙΣΤΕ

την αλληλεξάρτηση της χωρικής και της χρονικής συμπεριφοράς.

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

ΓΙΑΤΙ

ΔΕΝ ΣΤΑΜΑΤΑΜΕ ΕΔΩ;

ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΟ ΕΝΑ

ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ;

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{df(h)}{dh} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = \frac{d}{dh}\left\{-\upsilon \frac{df(h)}{dh}\right\}\frac{\partial h(x-\upsilon t)}{\partial t} = -\upsilon^2 \frac{df^2(h)}{dh^2} \qquad (3)$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \frac{df(h)}{dh} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{d}{dh}\left(\frac{df(h)}{dh}\right)\frac{\partial h(x-\upsilon t)}{\partial x} = \frac{d^2 f(h)}{dh^2} \qquad (4)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}}$$

Η ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

$$\boxed{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}}$$

ΑΥΤΟ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ

ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΚΡΙΤΗΡΙΟ!

ΣΥΝΟΨΗ

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

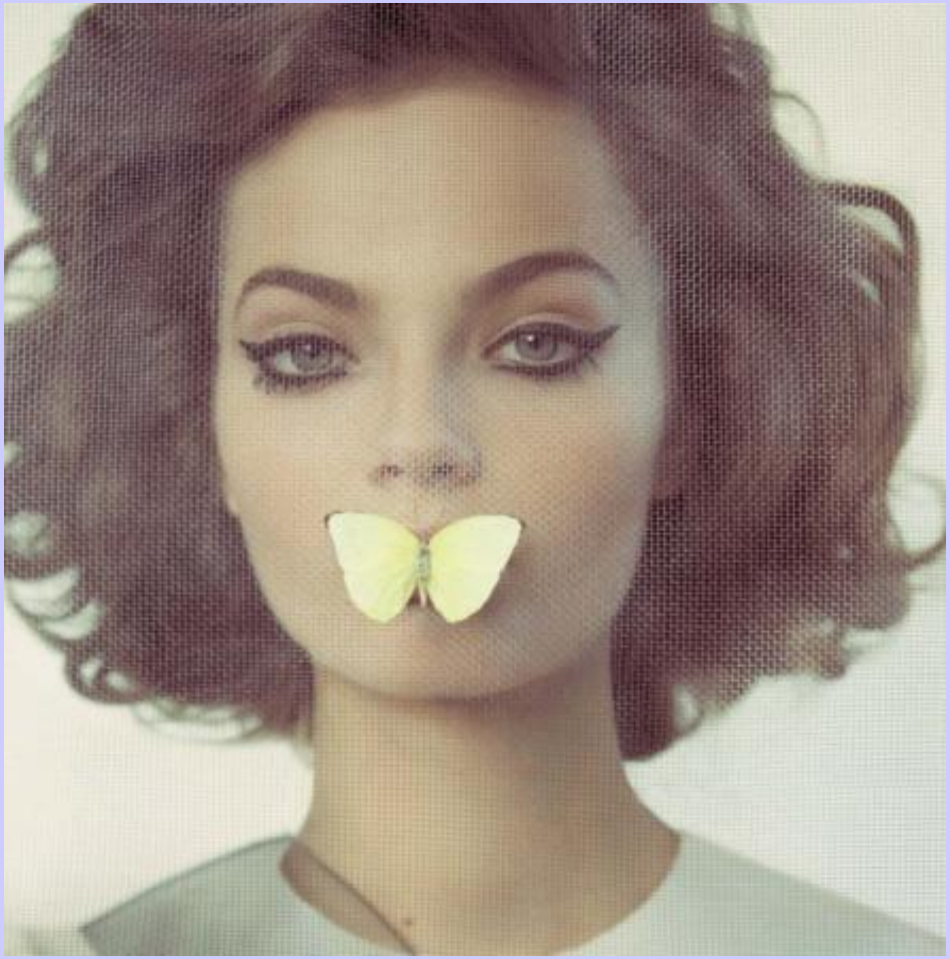
ΜΙΑ ΔΙΠΛΑ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΙΜΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ
ΠΟΥ ΤΟ ΟΡΙΣΜΑ ΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΖΕΙ ΤΟ ΧΡΟΝΟ ΜΕ ΤΟ ΧΩΡΟ ΜΕ ΤΟΝ ΤΡΟΠΟ

$y(x,t) = f(x-\upsilon t)$

ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΥΣΑ ΔΙΑΔΟΣΗ ΔΙΑΤΑΡΑΧΗΣ ΠΟΥ ΔΙΑΔΙΔΕΤΑΙ ΧΩΡΙΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΜΕ ΤΑΧΥΤΗΤΑ υ

ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ ΤΗ

ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ



ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ

«ΑΝΑΚΡΙΝΟΥΜΕ»

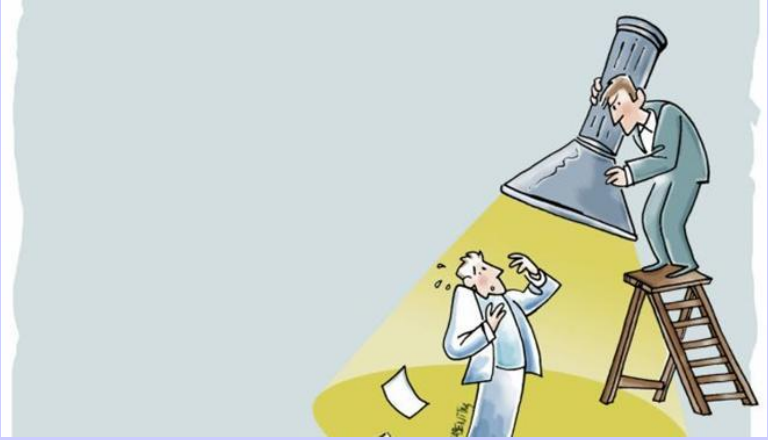
ΤΟΥΣ

ΤΥΠΟΥΣ ΦΥΣΙΚΗΣ!

ΠΡΕΠΕΙ
ΝΑ ΑΠΟΚΑΛΥΠΤΟΥΜΕ
ΦΥΣΙΚΕΣ ΕΙΚΟΝΕΣ
ΠΟΥ ΚΡΥΒΟΥΝ.

ΑΝΑΚΡΙΣΗ

ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ



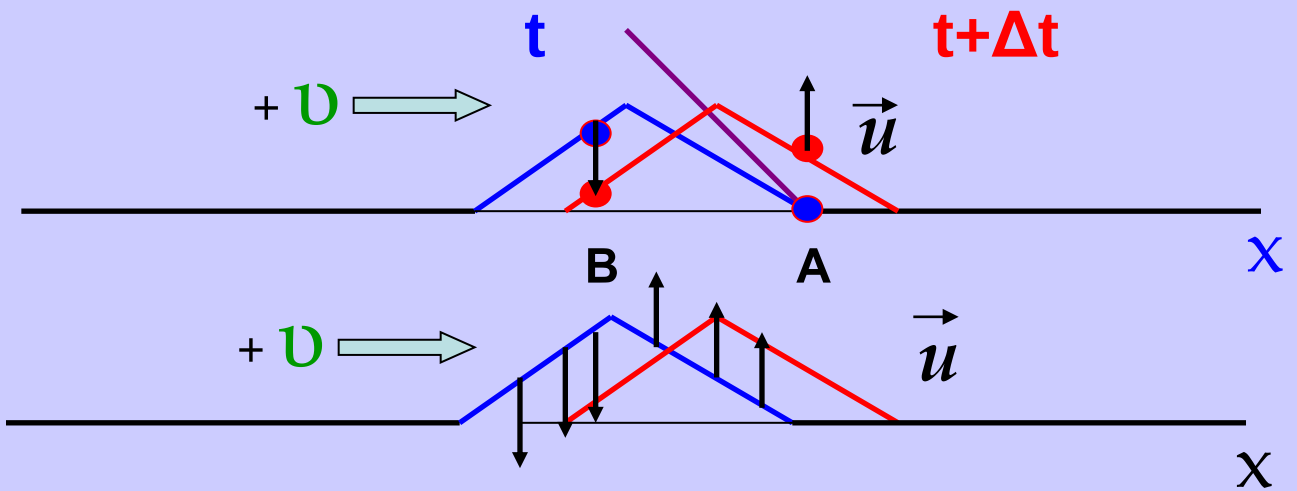
$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

ΓΕΦΥΡΑ

ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΟ;

ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΟ;

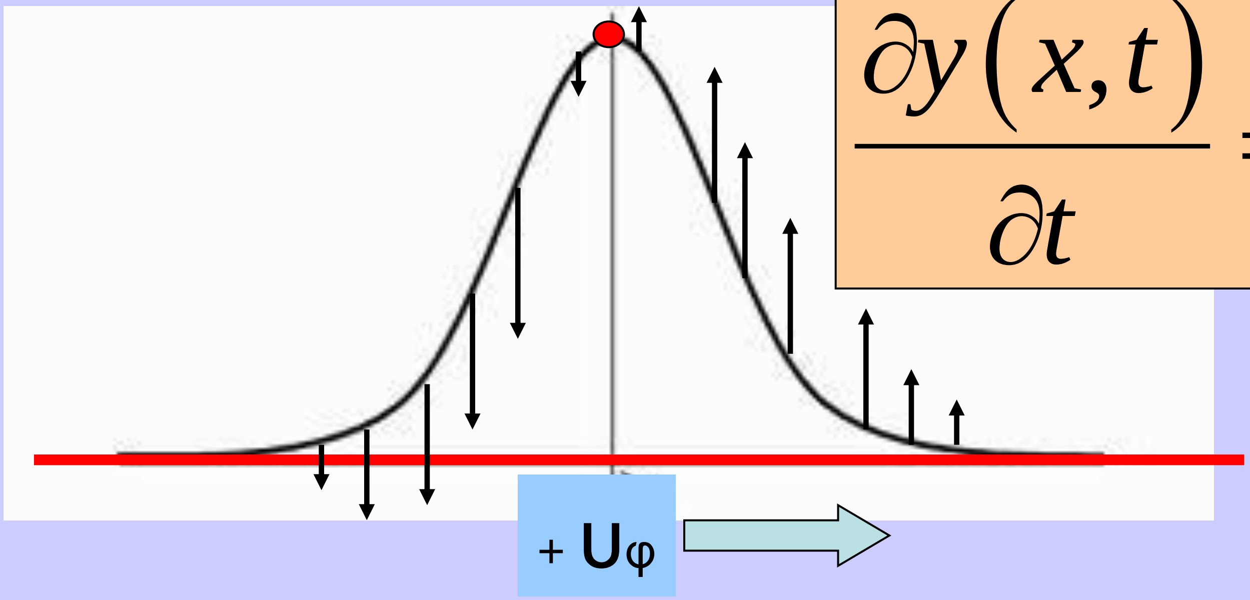
$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$



ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ (u) = -(υ) ΚΛΙΣΗ

Βρείτε μια ποιοτική διαφορά των δύο ταχυτήτων.

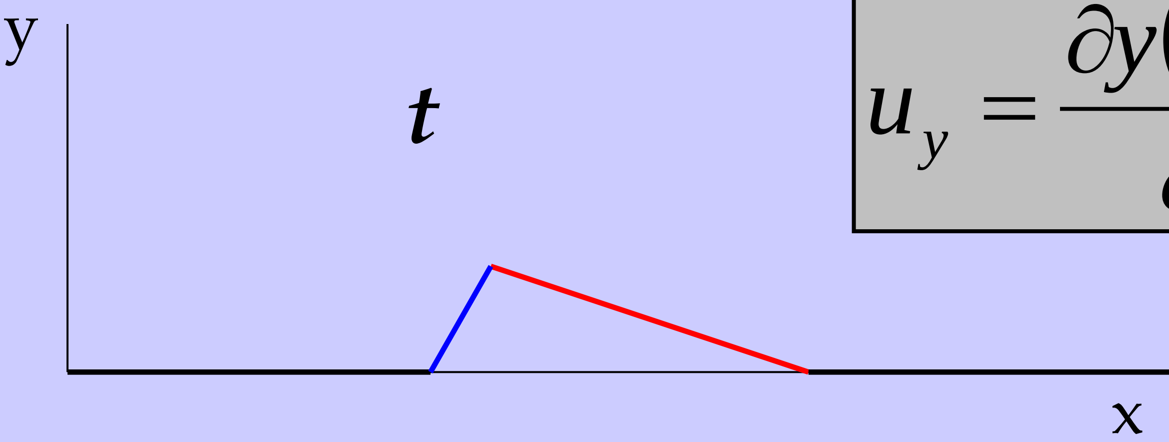
ΜΡΟΡΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ $u > c$;



$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

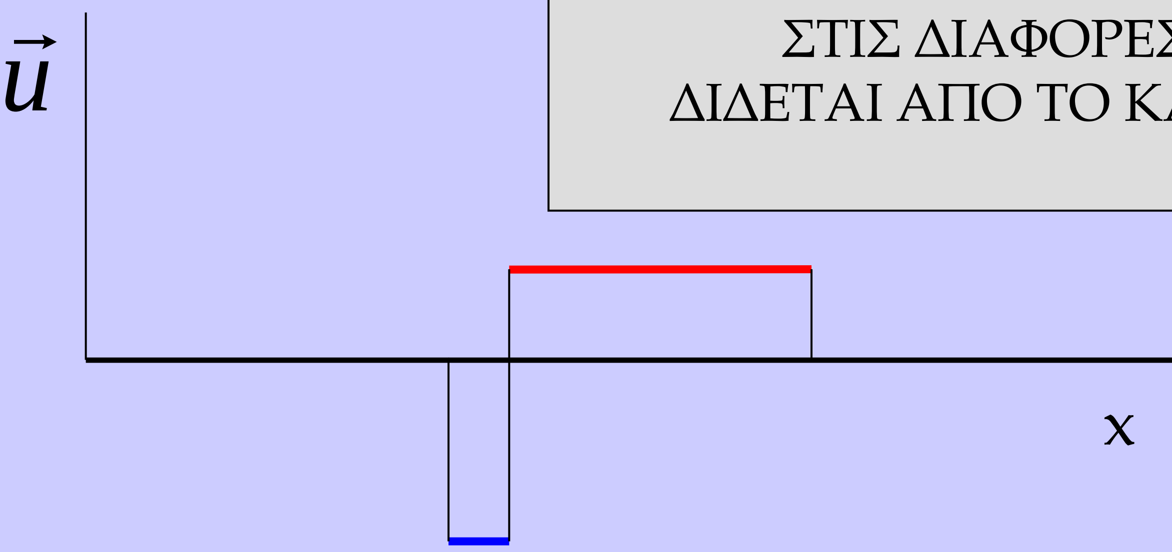
Στα κύματα που οδεύουν προς τα δεξιά
η εγκάρσια ταχύτητα είναι θετική
όπου η κλίση είναι αρνητική και αντίστροφα.

Η ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ
ΤΗΣ ΚΟΡΥΦΗΣ ΤΟΥ ΠΑΛΜΟΥ
ΕΧΕΙ ΜΕΤΡΟ ΜΗΔΕΝ.

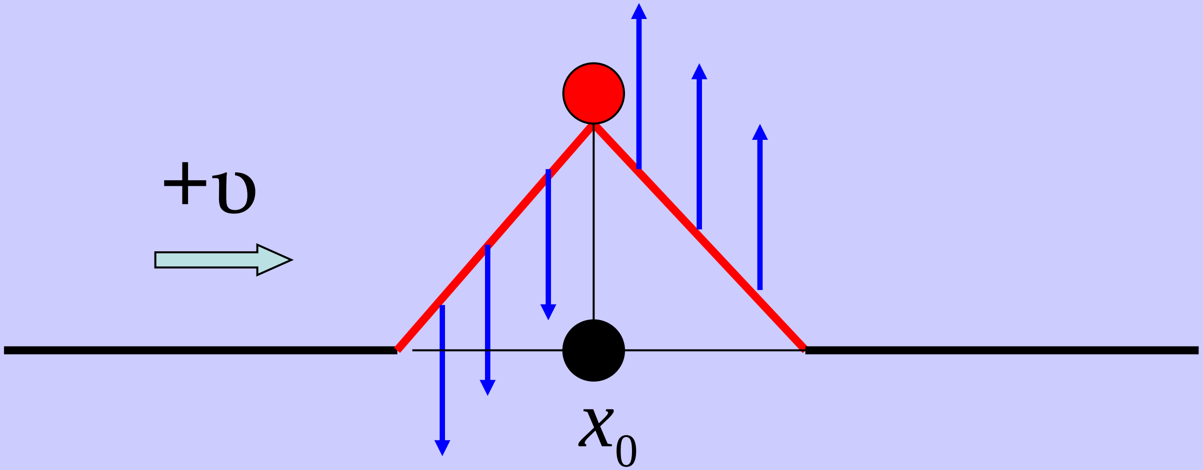


$$u_y = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$

ΠΡΟΣ ΤΑ ΠΟΥ ΚΙΝΕΙΤΑΙ Ο ΤΡΙΓΩΝΙΚΟΣ ΠΑΛΜΟΣ ΑΝ Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΕΓΚΑΡΣΙΩΝ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ ΣΤΙΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΘΕΣΕΙΣ ΔΙΔΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΟ ΚΑΤΩ ΣΧΗΜΑ;



Τριγωνικός παλμός διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x. Στο στιγμιότυπο, τα μπλε ανύσματα απεικονίζουν τις εγκάρσιες ταχύτητες στοιχειωδών τμημάτων της χορδής.



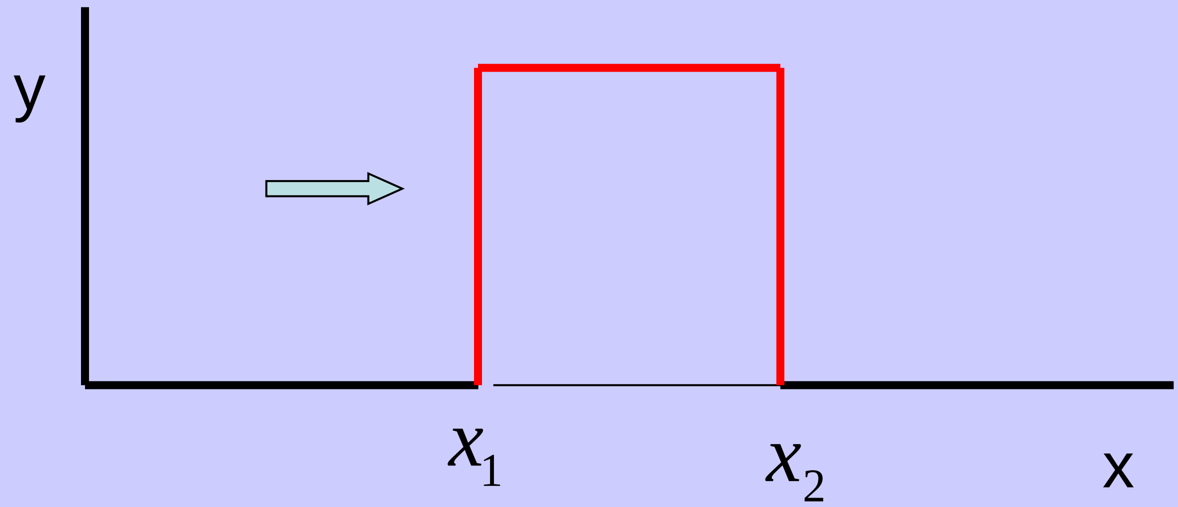
Παρατηρείστε την απότομη αλλαγή της ταχύτητας στη θέση x_0

Σηματοδοτείται

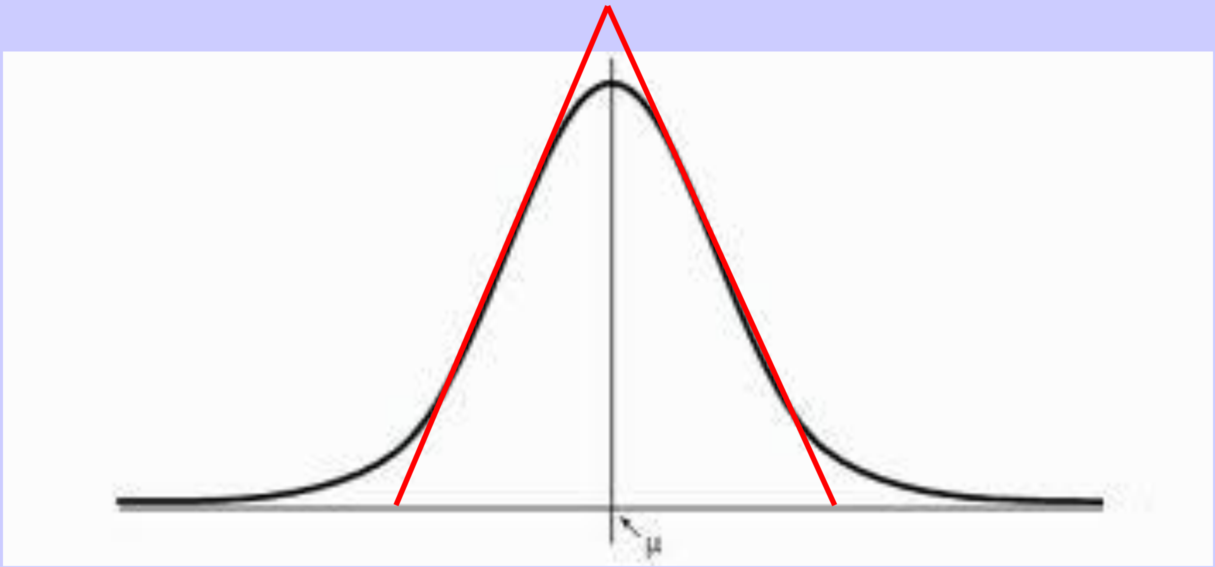
ΑΠΕΙΡΗ επιτάχυνση!

Επιτρέπεται κάτι τέτοιο;

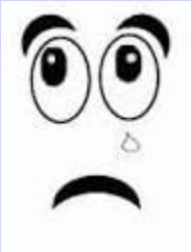
Τετραγωνικός παλμός διαδίδεται κατά μήκος του άξονα x προς τα δεξιά. Να γίνει το διάγραμμα της κατανομής των εγκάρσιων ταχυτήτων στις διάφορες θέσεις της χορδής.



Σηματοδοτείται αποκατάσταση
ΑΠΕΙΡΗΣ εγκάρσιας ταχύτητας
στις θέσεις
x_1 x_2
κατά τη διάδοση του παλμού!
Δικαιολογείστε γιατί δεν είναι εφικτό αυτό.



ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΜΕ ΜΕΤΑΞΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ - ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ
ΔΙΕΥΘΕΤΗΣΕΩΝ
ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΔΙΕΥΘΕΤΗΣΕΩΝ.



Η ΕΞΙΣΩΣΗ

$$y(x,t)=\frac{b^3}{b^2+(x-\upsilon t)^2}$$

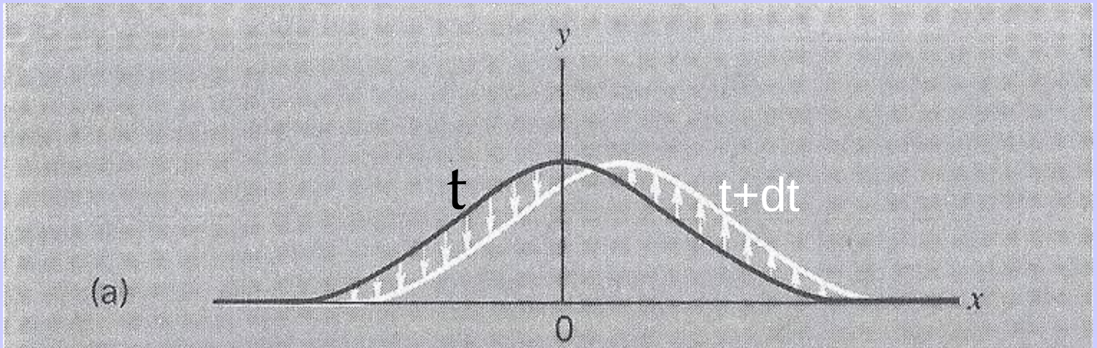
ΑΣΚΗΣΗ

ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ ΚΥΜΑΤΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ;

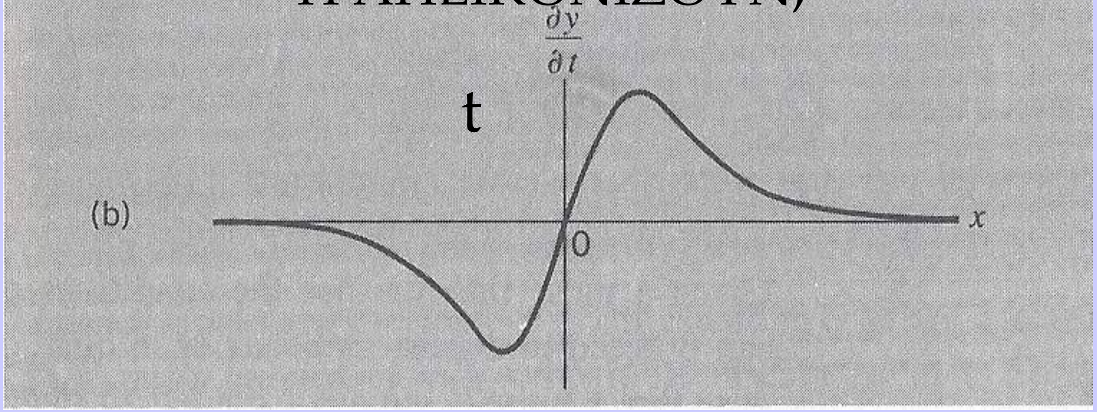
ΤΙ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΟΥΝ ΟΙ:

$$y(x,t=0)=\frac{b^3}{b^2+x^2}$$

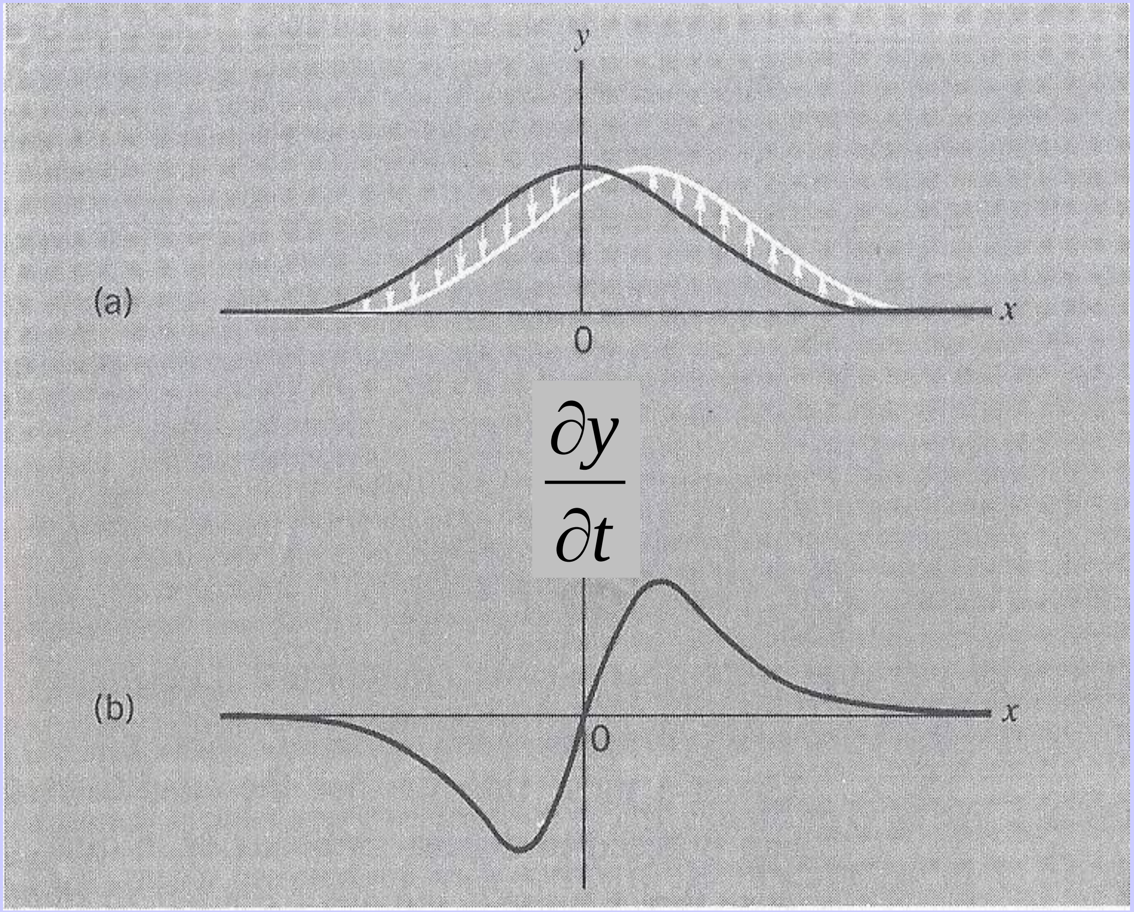
$$u(x,t=0)=\frac{2b^3\upsilon x}{\left(b^2+x^2\right)^2}$$



ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΕΙΣΤΕ ΤΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ.
ΤΙ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΟΥΝ;



ΓΙΑΤΙ Ο ΠΑΛΜΟΣ «ΣΠΡΩΧΝΕΤΑΙ» ΝΑ ΚΙΝΗΘΕΙ ΠΡΟΣ ΤΑ ΔΕΞΙΑ; ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΕΞΗΓΗΣΗ.



$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΑ $\boldsymbol{u}$ = -υ ΚΛΙΣΗ

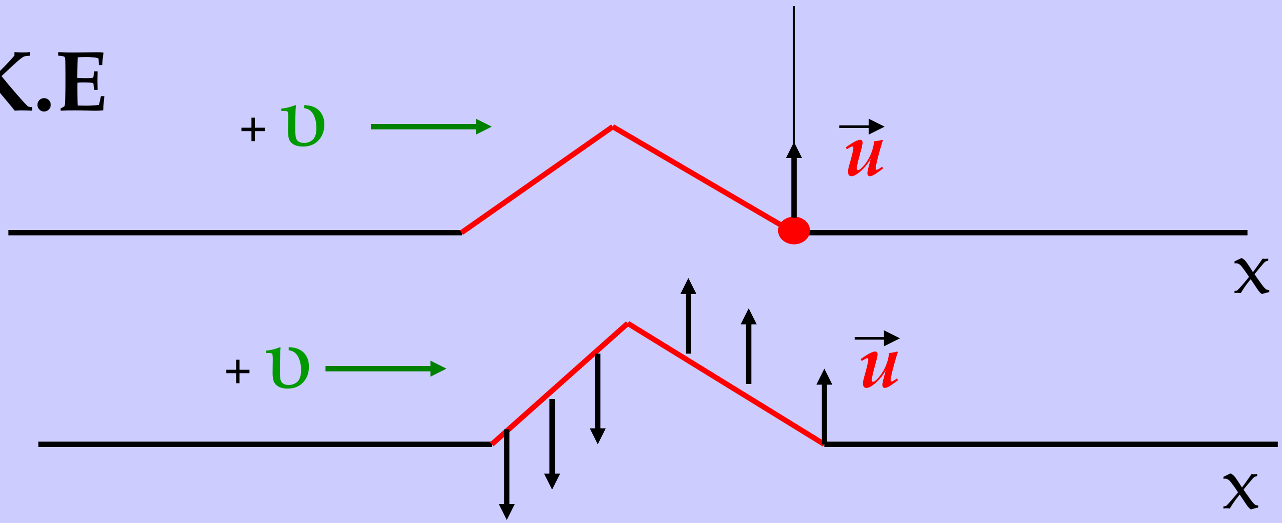
Η εγκάρσια ταχύτητα προσδιορίζει την Κινητική Ενέργεια.

Η κλίση προσδιορίζει τη Δυναμική Ενέργεια.
ΓΙΑΤΙ;
Όπου και όταν υπάρχει Κινητική Ενέργεια
υπάρχει ανάλογη Δυναμική Ενέργεια.
Συμφωνείτε;
Το περιμένατε;

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

Κ.Ε

Δ.Ε

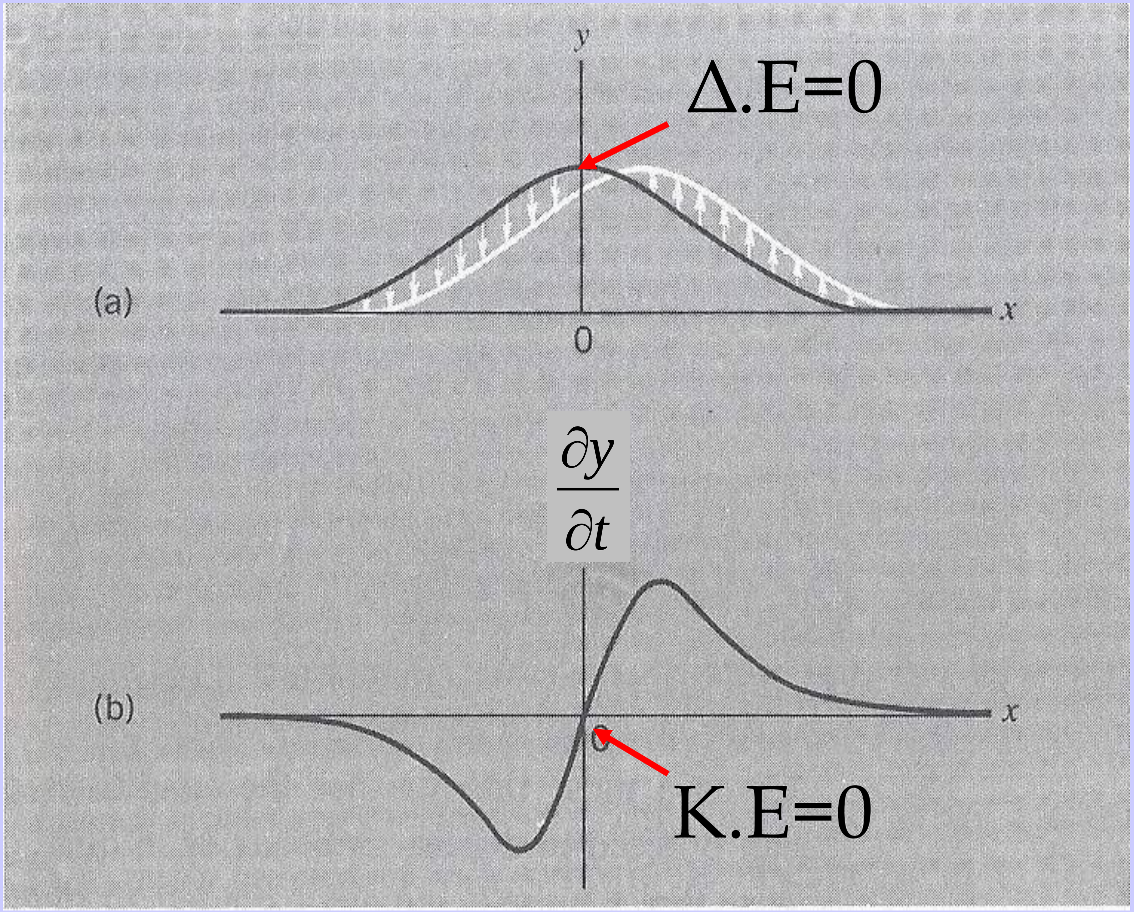


Κ.Ε ~ Δ.Ε

ΕΞΩΦΡΕΝΙΚΟ

;

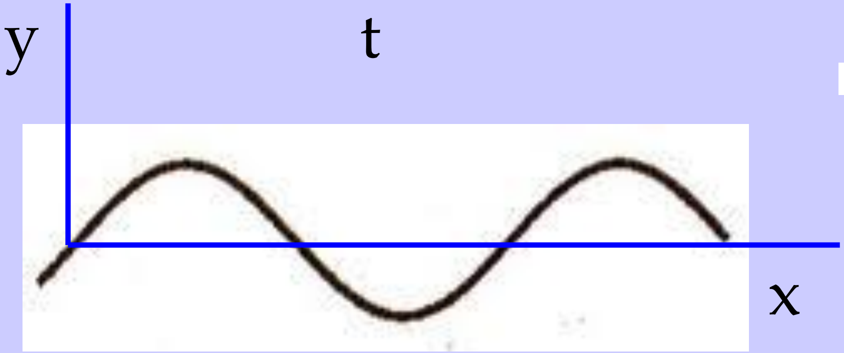
$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

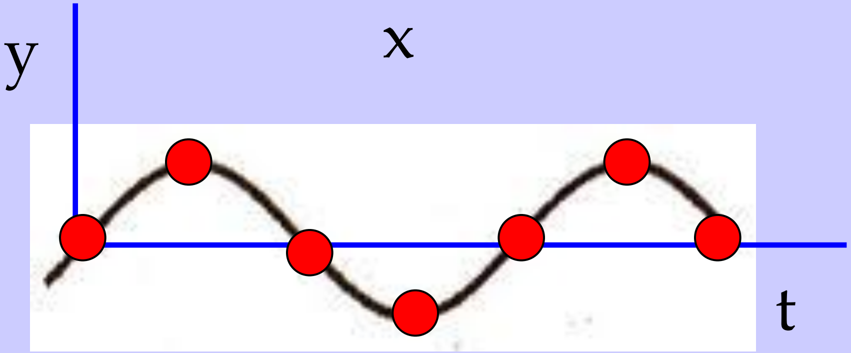


$$y(x, t) = A\cos(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

ΕΙΝΑΙ ΜΕΓΑΛΟ ΛΑΘΟΣ ΝΑ ΤΑΥΤΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΚΙΝΗΣΗ ΜΙΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΟΥΣ ΜΑΖΑΣ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΜΕ ΤΗΝ **ΕΛΕΥΘΕΡΗ** ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΜΙΑΣ ΜΑΖΑΣ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΔΕΜΕΝΗ ΣΕ ΕΝΑ ΕΛΑΤΗΡΙΟ!





Τα κόκκινα σημεία πόση Κ.Ε και Δ.Ε έχουν;

«ΑΝΑΚΡΙΣΗ» ΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

$$\boxed{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑ

κ

ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

$$\kappa = \frac{\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left[1+\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} << 1 \Rightarrow k = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 x}$$

$(u$

ΥΠΑΡΧΕΙ ΘΕΤΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ ΟΠΟΥ Η ΧΟΡΔΗ ΕΧΕΙ ΤΑ ΚΟΙΛΑ ΠΡΟΣ ΤΑ ΠΑΝΩ.

$$R = \frac{1}{\kappa}$$

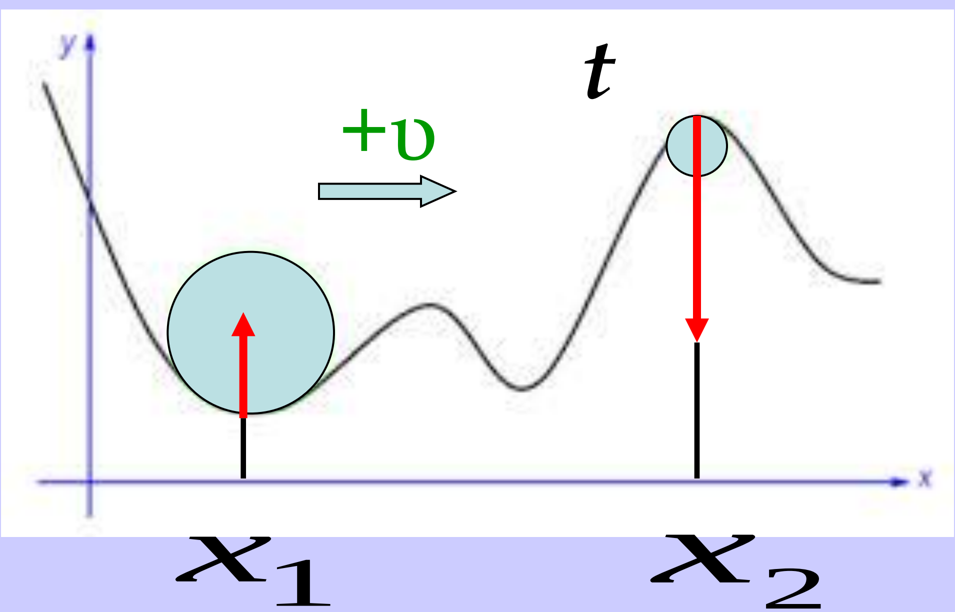
ΑΚΤΙΝΑ ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑΣ

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

ΚΑΜΠΥΛΟΤΗΤΑ

ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

Δικαιολογείστε εννοιολογικά τη σχέση καμπυλότητας-ακτίνας καμπυλότητας με την επιτάχυνση.



$$k = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 x}$$

$$R = \frac{1}{\kappa}$$

ΣΤΟΝ ΤΥΠΟ

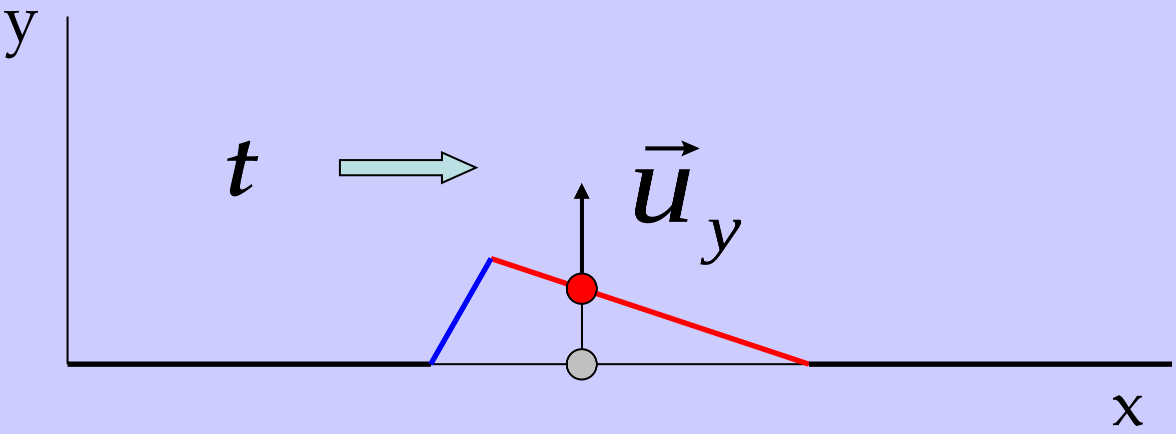
ΥΠΑΡΧΕΙ ΤΟ ΑΠΟΤΥΠΩΜΑ

ΤΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΧΡΟΝΟΥ-ΧΩΡΟΥ.

Η ΧΩΡΙΚΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΛΟΓΗ

ΤΗΣ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ.



$\vec{u}_y$

x_1

Ποια είναι η επιτάχυνση

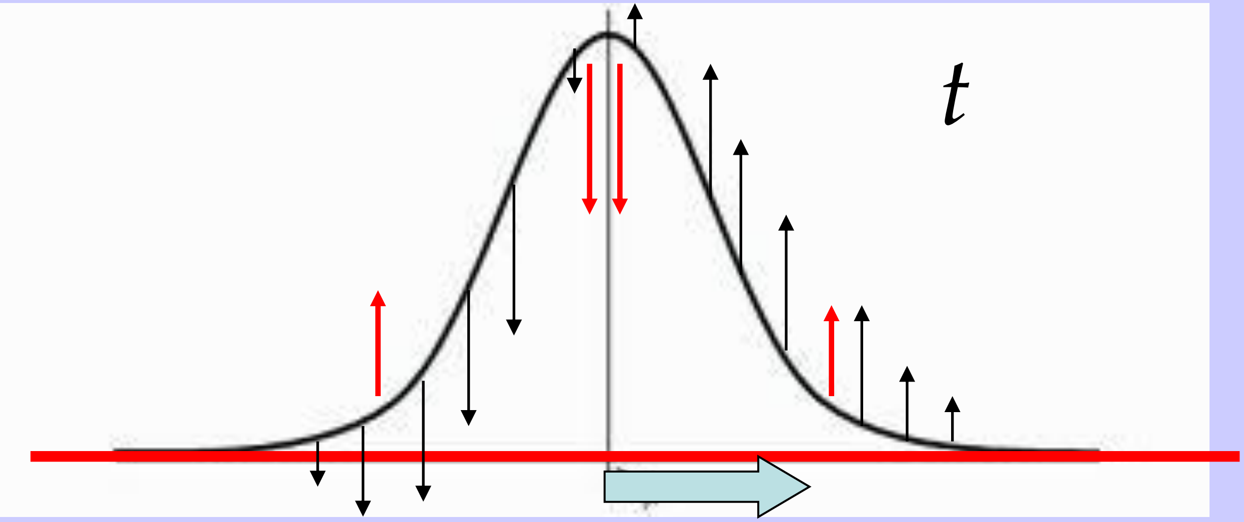
στη θέση

x_1

;

$$\kappa = \frac{\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left[1+\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}}$$

$$R = \frac{1}{\kappa}$$



Η ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ
ΕΧΕΙ ΦΟΡΑ
ΠΡΟΣ ΤΑ ΠΑΝΩ
ΟΠΟΥ
Η ΚΑΜΠΥΛΗ
ΣΤΡΕΦΕΙ
ΤΑ ΚΟΙΛΑ
ΠΡΟΣ ΠΑΝΩ.

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

$$\kappa = \frac{\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2}}{\left[1+\left(\dfrac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial y\left(x,t\right)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y\left(x,t\right)}{\partial x}$$

$$\left|\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right| << 1$$

ΠΡΟΤΥΠΟ

ΣΥΝΕΠΩΣ

$u << \upsilon$

Η ΦΥΣΙΚΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ

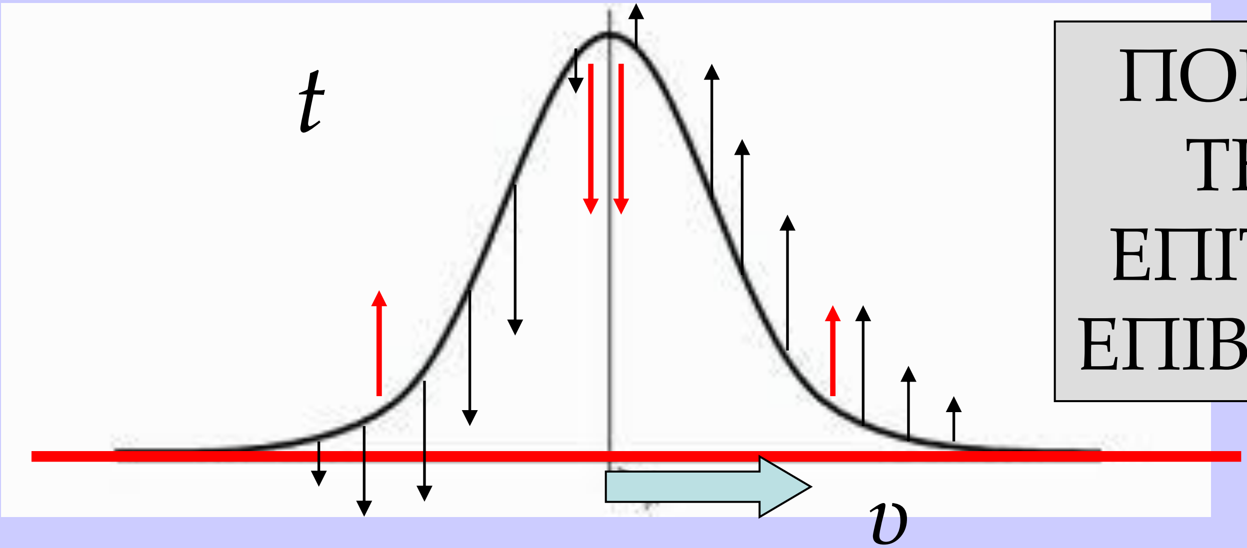
u

ΕΙΝΑΙ ΜΙΚΡΟΤΕΡΗ ΤΗΣ

''ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ''

υ

ΗΤΑΝ ΑΥΤΟ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟ;



ΠΟΙΑ ΤΜΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΝΤΑΙ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΝΤΑΙ;

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

ΣΑΣ ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ!

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Οι Εικόνες, τα Σχήματα, τα Διαγράμματα και οι Φωτογραφίες που χρησιμοποιούνται στο παρόν έργο αποτελούν αντικείμενο πνευματικής ιδιοκτησίας (copyright)