

## Ουρές Αναμονής - 1<sup>η</sup> δέσμη ασκήσεων

1. Με χρήση του Θεωρήματος του Little και της ιδιότητας PASTA να βρείτε τα ποσοστά κενού και απασχολημένου υπηρέτη, δηλαδή τα  $p_0$  και  $p_1$ , σε ένα ευσταθές  $M/GI/1/1$  με ρυθμό αφίξεων  $\lambda$  και μέσο χρόνο εξυπηρέτησης  $b$ .
2. Βρείτε τον μέσο οριακό αριθμό πελατών  $E[Q]$  στην  $GI/G/\infty$  ουρά με ενδιάμεσο χρόνο αφίξεων  $a$  και μέσο χρόνο εξυπηρέτησης  $b$ .
3. Θεωρήστε μια  $M/M/c$  ουρά με ρυθμό αφίξεων 5 πελάτες την ώρα και μέσο χρόνο εξυπηρέτησης ανά πελάτη 78 λεπτά.
  - a Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός υπηρετών  $c$  που χρειάζεται για να είναι το σύστημα ευσταθές (δηλαδή να μην απειρίζεται η ουρά);
  - b Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός υπηρετών που χρειάζεται αν η εργατική νομοθεσία επιβάλλει κάθε υπηρέτης να είναι απασχολημένος το πολύ το 80% του χρόνου του ;
4. Θεωρούμε ένα σύστημα εξυπηρέτησης με έναν υπηρέτη, στο οποίο καταφθάνουν πελάτες δύο τύπων 1 και 2, σύμφωνα με δύο ανεξάρτητες διαδικασίες Poisson με ρυθμούς  $\lambda_1$  και  $\lambda_2$  αντίστοιχα. Κάθε πελάτης ανεξαρτήτως τύπου έχει εκθετικό χρόνο εξυπηρέτησης παραμέτρου  $\mu$ . Οι πελάτες τύπου 1 έχουν απόλυτη προτεραιότητα έναντι των πελατών τύπου 2, δηλαδή όταν υπάρχουν πελάτες τύπου 1 στο σύστημα ο υπηρέτης εξυπηρετεί αυτούς και αρχίζει να εξυπηρετεί πελάτες τύπου 2 μόνο όταν δεν υπάρχουν πελάτες τύπου 1. Επιπλέον, αν ο πελάτης τύπου 2 εξυπηρετείται και αφιχθεί πελάτης τύπου 1, ο υπηρέτης διακόπτει την εξυπηρέτηση και πηγαίνει να εξυπηρετήσει τον πελάτη τύπου 1. Να βρεθεί ο μέσος αριθμός πελατών τύπου 1 και 2,  $E[Q_1]$  και  $E[Q_2]$  αντίστοιχα.
5. Να βρείτε τις οριακές κατανομές  $\{p_n\}$ ,  $\{r_n\}$  και  $\{d_n\}$  του αριθμού πελατών σε συνεχή χρόνο, σε στιγμές αφίξεων και σε στιγμές αναχωρήσεων σε μια ευσταθή  $M/M/1$  ουρά με ρυθμό αφίξεων  $\lambda$  και ρυθμό εξυπηρέτησης  $\mu$ , χρησιμοποιώντας το Θεώρημα Little, την ιδιότητα PASTA. Για το σκοπό αυτό θεωρήστε ως "σύστημα" την  $i$  θέση του συστήματος, διαδοχικά για  $i = 1, 2, \dots$  ( Σκεφτείτε ποιος είναι ο μέσος αριθμός πελατών που βρίσκεται στην  $i$  θέση του συστήματος, ποιος είναι ο μέσος ρυθμός αφίξεων στην  $i$  θέση του συστήματος και ποιος είναι ο μέσος χρόνος παραμονής ενός πελάτη σ' αυτήν ).