

Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα - Ιούνιος 2013

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΜ :

ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Διάρκεια διαγωνίσματος : 2.5 ώρες. Πρώτη αποχώρηση : 1 ώρα.

2. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

3. Οι απαντήσεις να είναι αιτιολογημένες. Απαντήσεις χωρίς να φαίνεται η απαιτούμενη εργασία είναι σα να μην έχουν δοθεί.

4. Γράψτε αμέσως τα στοιχεία σας στο γραπτό σας στα θέματα και σε κάθε πρόσθετη κόλλα που ζητάτε, πρόχειρη ή όχι. Γραπτό χωρίς στοιχεία στη διάρκεια της εξέτασης μηδενίζεται.

5. Επιτρέπεται η χρήση calculator αλλά ΟΧΙ κινητού τηλεφώνου. Κινητό πάνω στο έδρανο συνεπάγεται μηδενισμό του γραπτού.

Καλή Επιτυχία.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1. (α) Δείξτε ότι ένα ισορροπημένο ($\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$) πρόβλημα μεταφοράς έχει άριστη λύση.

(β) Σε ένα διυλιστήριο δύο τύποι αργού πετρελαίου A και B αναμειγνύονται κατά δύο διαφορετικές διαδικασίες P και Q και παράγουν βενζίνη. Κάθε κύκλος της διαδικασίας P απαιτεί 6 μονάδες αργού πετρελαίου τύπου A και 4 μονάδες τύπου B, ενώ κάθε κύκλος της διαδικασίας Q απαιτεί 3 μονάδες αργού πετρελαίου τύπου A και 5 μονάδες τύπου B. Οι διαθέσιμες ποσότητες αργού πετρελαίου είναι 180 μονάδες τύπου A και 200 μονάδες τύπου B. Το κέρδος ανά κύκλο παραγωγής είναι ίσο με 2 και 3 για τις διαδικασίες P και Q, αντίστοιχα. Το πρόβλημα είναι να βρεθεί ο αριθμός των κύκλων παραγωγής από κάθε διαδικασία (επιτρεπτές και μη ακέραιες τιμές) που αποφέρει το μέγιστο δυνατό κέρδος.

[β1] Να γίνει η μαθηματική διατύπωση του προβλήματος.

[β2] Να λυθεί γραφικά.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2. Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \max \quad & (2x_1 - 3x_2) \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 1 \\ & -x_1 + 2x_2 \geq 1 \\ & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Handwritten notes: $\circ + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow$ (circled w_1), w_2

Handwritten notes: $\min w_1 + w_2$
 $w_1 - w_2 \leq 2x_1$
 $w_1 + 2w_2 \geq -3x_2$
 $w_1 \geq 0, w_2 \leq 0$
 ?
 \rightarrow

(α) Να βρεθεί η άριστη λύση αλγοριθμικά.

(β) Να γραφεί το δυικό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και να βρεθεί η άριστη λύση του.

Handwritten notes: $x_1 \cdot (w_1 - w_2 - 2) = 0$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3. Μια μεταφορική εταιρεία διακινεί ένα προϊόν από 3 αποθήκες σε 3 καταστήματα λιανικής πώλησης. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται το μοναδιαίο κόστος μεταφοράς από κάθε αποθήκη σε κάθε κατάστημα

	Κατάστημα		
Αποθήκη	1	2	3
1	8	5	12
2	5	10	6
3	7	9	7

Handwritten note: -?

Οι διαθέσιμες ποσότητες προϊόντος στις αποθήκες 1,2,3 είναι 350, 350 και 100 μονάδες, αντίστοιχα, ενώ οι απαιτούμενες ποσότητες στα καταστήματα 1,2,3 είναι 150, 270 και 260 μονάδες, αντίστοιχα. Αν παραμείνει προϊόν σε μια αποθήκη χωρίς να μεταφερθεί σε κατάστημα, το κόστος αποθήκευσης είναι ίσο με 10 ανά μονάδα στην αποθήκη 1, 12 ανά μονάδα στην αποθήκη 2 και 8 ανά μονάδα στην αποθήκη 3. Το κόστος ελλείψεων ανά μονάδα προϊόντος στα καταστήματα 1,2,3 είναι ίσο με 7,9 και 7, αντίστοιχα.

Να βρεθεί ο τρόπος διακίνησης του προϊόντος που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος μεταφοράς, αποθήκευσης και ελλείψεων. Να αναφέρετε σε ποιες αποθήκες παραμένουν αδιάθετα προϊόντα ή/και σε ποια καταστήματα παρατηρούνται ελλείψεις.

Συνέχεια πίσω

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.

Ένα εργαστήριο έχει παραγγελίες για παράδοση ενός αριθμού ηλεκτρονικών εργαλείων κατά τις επόμενες 4 περιόδους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα

Περίοδος	1	2	3	4
Αριθμός Εργαλείων	3	3	2	2

Σε κάθε περίοδο μπορούν να παραχθούν 2 ή 3 εργαλεία (η παραγωγή μιας μονάδας μόνο δεν είναι εφικτή λόγω περιορισμών των υλικών και της διαδικασίας παραγωγής). Επίσης σε κάθε περίοδο μπορούν να αποθηκευθούν το πολύ 2 μονάδες για επόμενες περιόδους.

Το κόστος παραγωγής είναι ίσο με 40 για 2 μονάδες και 50 για 3 μονάδες του προϊόντος, ενώ το κόστος αποθήκευσης είναι ίσο με 10 μονάδες ανά περίοδο και ανά μονάδα προϊόντος. Για προϊόντα που παραμένουν στην αποθήκη μετά την 4η περίοδο παραγωγής υπάρχει επίσης κόστος αποθήκευσης ίσο με 10 ανά μονάδα.

Στην αρχή της πρώτης περιόδου υπάρχουν 2 εργαλεία στην αποθήκη. Τόσο η παραγωγή όσο και η πώληση των εργαλείων γίνονται ακαριαία στην αρχή κάθε περιόδου.

(α) Να διατυπωθεί το πρόβλημα ως υπόδειγμα δυναμικού προγραμματισμού.

(β) Να βρεθεί η πολιτική παραγωγής και αποθήκευσης που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος.

Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα - Ιούνιος 2013

ΟΜΑΔΑ ΘΕΜΑΤΩΝ 2

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΜ :

ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Διάρκεια διαγωνίσματος : 2.5 ώρες. Πρώτη αποχώρηση : 45 λεπτά.

2. Απαντήστε σε όλα τα θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

3. Οι απαντήσεις να είναι αιτιολογημένες. Απαντήσεις χωρίς να φαίνεται η απαιτούμενη εργασία είναι σα να μην έχουν δοθεί.

4. Γράψτε αμέσως τα στοιχεία σας στο γραπτό σας στα θέματα και σε κάθε πρόσθετη κόλλα που ζητάτε, πρόχειρη ή όχι. Γραπτό χωρίς στοιχεία στη διάρκεια της εξέτασης μηδενίζεται.

5. Επιτρέπεται η χρήση calculator αλλά ΟΧΙ κινητού τηλεφώνου. Κινητό πάνω στο έδρανο συνεπάγεται μηδενισμό του γραπτού.

Καλή Επιτυχία.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1. (α) Δώστε τους ορισμούς των παρακάτω όρων:

- (i) Κυρτός συνδυασμός σημείων.
- (ii) Ακρότατο σημείο ενός κυρτού συνόλου.
- (iii) Βασική λύση ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού.
- (iv) Μη-εκφυλισμένη βασική εφικτή λύση.

(β) Έστω π.γ.π. σε κανονική μορφή και \underline{x}_0 μια μη εκφυλισμένη βασική εφικτή λύση του. Δώστε αναλυτικά μια ικανή συνθήκη για να είναι η \underline{x}_0 άριστη λύση (χωρίς απόδειξη).

← - ?

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2. Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \max \quad & (3x_1 + 2x_2) \\ & x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1 \leq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(α) Να λυθεί γραφικά.

(β) Να λυθεί αλγοριθμικά.

(γ) Να γραφεί το δυϊκό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και να βρεθεί η άριστη λύση του.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3. Ένας μηχανολόγος μηχανικός κάνει μελέτη για την ενεργειακή κατανάλωση ενός κτηρίου σε μια απομακρυσμένη περιοχή. Στο κτήριο μπορούν να χρησιμοποιηθούν 3 πηγές ενέργειας, φωτοβολταϊκή εγκατάσταση στην οροφή, ηλεκτρική γεννήτρια και καυστήρας πετρελαίου. Οι ανάγκες του κτηρίου κάθε μέρα υπολογίζονται σε 40 μονάδες για θέρμανση χώρου, 60 μονάδες για θέρμανση νερού και 40 μονάδες για φωτισμό. Το μέγεθος της οροφής επιτρέπει την τοποθέτηση φωτοβολταϊκών με δυναμικότητα 50 μονάδων ενέργειας τη μέρα, ενώ η δυναμικότητα της ηλεκτρογεννήτριας είναι 85 μονάδες και του καυστήρα 45 μονάδες τη μέρα. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται το κόστος σε ευρώ ανά μονάδα ενέργειας που παράγεται από κάθε πηγή. Επιπλέον ενέργεια που παράγεται από τη φωτοβολταϊκή εγκατάσταση και δεν καταναλώνεται μπορεί να διοχετευθεί σε γειτονικό κτήριο με κέρδος 5 ευρώ ανά μονάδα.

Συνέχεια πίσω

Πηγή	Τύπος Ενέργειας		
	Θέρμανση Νερού	Θέρμανση Χώρου	Φωτισμός
Φωτοβολταϊκά	10	20	15
Ηλεκτρογεννήτρια	16	15	20
Καυστήρας	8	7	25

Να βρεθεί η κατανομή της ενεργειακής κατανάλωσης από τις διάφορες πηγές που ελαχιστοποιεί το καθαρό συνολικό κόστος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4. Σε ένα φορτηγό χωρητικότητας 10 τόννων μπορούν να τοποθετηθούν 4 είδη φορτίων των οποίων το βάρος και η αξία ανά μονάδα φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Αντικ. i	Βάρος b_i (τόννοι ανά μονάδα)	Αξία w_i (χιλιάδες ευρώ/μονάδα)
1	6	30
2	5	25
3	3	12
4	2	10

Το ζητούμενο είναι πόσες μονάδες από κάθε είδος θα φορτωθούν ώστε να μεγιστοποιηθεί η συνολική αξία που θα φορτωθεί στο όχημα.

(α) Να διατυπωθεί το πρόβλημα ως πρόβλημα δυναμικού προγραμματισμού και να γραφούν οι εξισώσεις βελτιστότητας.

(β) Να βρεθούν όλοι οι βέλτιστοι τρόποι φόρτωσης.