Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα: 18ο Μάθημα - 30/06/2014 (κ Μπουρνέτας) (43)

Άσκηση 1 (Παλιό θέμα): Εργοστάσιο παράγει ένα μηχάνημα

Μήνες	1	2	3	4
Παραγγελίες (d_t)	2	1	5	2

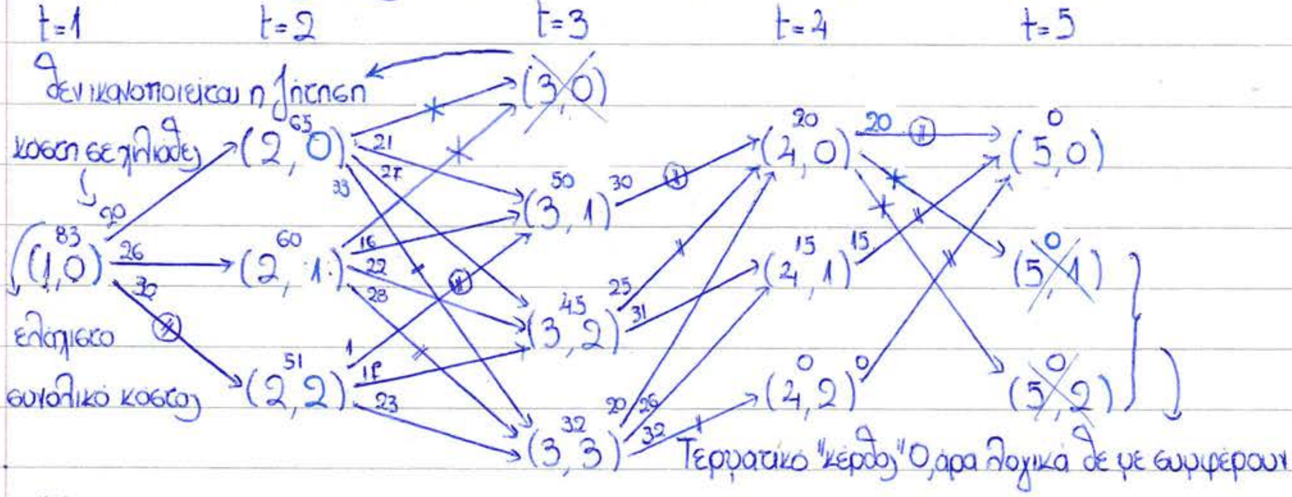
(*) Χωρητικότητα αποθήκης $M=3$

Κόστος έναρξης παραγωγής = 10.000
Κόστος παραγωγής (k_t): 5.000/μηχάνημα με δυναμικότητα $m=4$ } Πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων
Κόστος αποθήκευσης (h_t): 1000/μηχάνημα για κάθε περίοδο (*)

Μοντελοποίηση σε Π.Δ.Π (πρέπει να υπάρχει στο χαρτί, αλλιώς δεν παίρνουμε μονάδες)

1) Βήματα: μήνες, $t=1,2,3,4$
2) Κατάσταση: x_t = απόθεμα στην αρχή της περιόδου t
3) Απόφαση: a_t = ποσότητα παραγωγής με $D_t(x_t)$: $\max\{0, d_t-x_t\} \le a_t \le \min\{4, 3+d_t-x_t\}$
4) Κόστος ενός βήματος: $C_t(x_t,a_t) = k_t(a_t) + (x_t+a_t-d_t)h_t$
5) Δυναμική: $x_{t+1} = x_t + a_t - d_t$
6) Τερματικό κόστος: $\hat{C}(x_{n+1}) = 0 \rightarrow$ Έχω υποθέσει 0

Συνάρτηση βέλτιστης τιμής: $v(t,x_t) = \min\{C_t(x_t,a_t)+v(t+1, x_t+a_t-d_t)\}$, $v(n+1, x_{n+1}) = \hat{C}(x_{n+1}) = 0$



$k(0)=0$, $k(1)=15000$, $k(2)=20000$, $k(3)=25000$, $k(4)=30000$

$v(5,0)=0 \Rightarrow v(4,0)=20+v(5,0)=20$, $v(4,1)=15+v(5,0)=15$

$v(3,2)=\min\{25+v(4,0), 31+v(4,1)\} = \min\{25+20, 31+15\} = 45$

Άρα $a_1=4$, $a_2=0$, $a_3=4$, $a_4=2$ → Άρα τα προσθέτω είναι 10 (οι παραγγελίες που είχα)

Άσκηση 2.

Φορτηγό χωρητικότητας 10 μονάδες βάρους (B), 4 κουτιά: κάθε κουτί ή θα μπει ή όχι

Κουτί	Βάρος (g_t)	Αξία (R_t)
1	6	15
2	5	11
3	3	7
4	2	4

Πώς θα φορτώσω το φορτηγό, ώστε να μεγιστοποιηθεί η αξία; Είναι πρόβλημα κατανομής πόρων/φόρτωσης φορτίων!

Μοντελοποίηση ΠΔΠ.

1) Βήματα: κουτιά, $t=1,2,3,4$

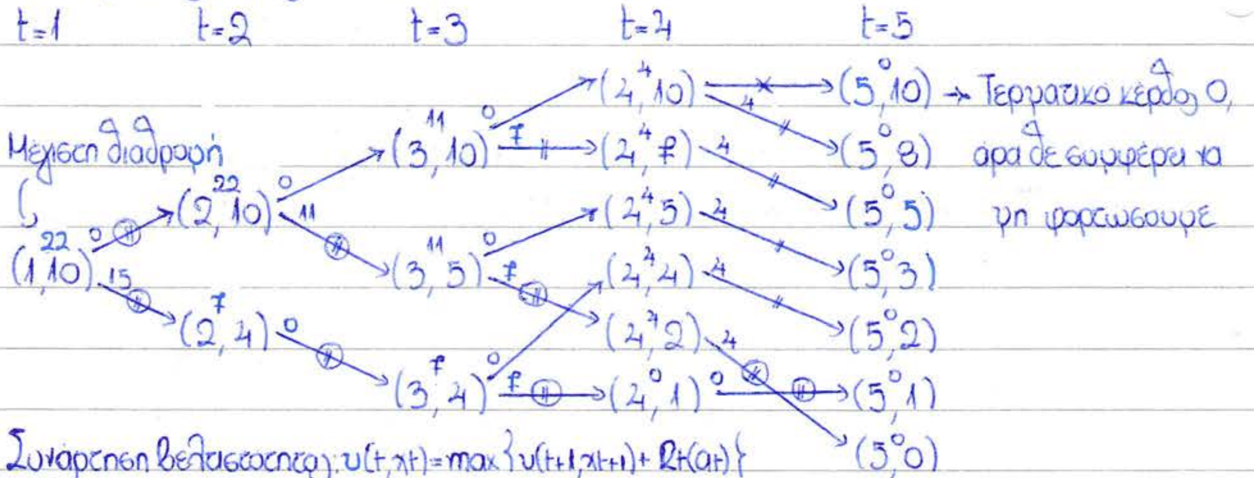
2) Κατάσταση: x_t = χώρος που απομένει στο φορτηγό

3) Απόφαση: $a_t = \begin{cases} 0, & \text{αν δεν φορτωθεί} \\ 1, & \text{αν φορτωθεί} \end{cases}$ με $D_t(x_t) = \begin{cases} \{0\}, & \text{αν } x_t < g_t \\ \{0,1\}, & \text{αν } x_t \geq g_t \end{cases}$

4) Κέρδος ενός βήματος: $R_t(a_t) = \begin{cases} 0, & \text{αν } a_t = 0 \\ R_t, & \text{αν } a_t = 1 \end{cases}$

5) Δυναμική: $x_{t+1} = \begin{cases} x_t, & \text{αν } a_t = 0 \\ x_t - g_t, & \text{αν } a_t = 1 \end{cases}$

6) Τερματικός κέρδος: $\hat{c}(x_{n+1}) = 0$



Συνάρτηση βελτιστότητας: $v(t,x_t) = \max\{v(t+1,x_{t+1}) + R_t(a_t)\}$

Διαδρομή 1: 0-1-1-1 (Θα φορτώσω τα κουτιά 2,3,4)

Διαδρομή 2: 1-0-1-0 (Θα φορτώσω τα κουτιά 1,3)

Άσκηση 3: Ένας δήμος αποτελείται από n διαμερίσματα. Εκπροσωπείται από k αντιπροσώπους.
Αριθμός εκπροσώπων κάθε διαμερίσματος ανάλογος του πληθυσμού.

Έστω d_i ο απαιτούμενος αριθμός εκπροσώπων από το διαμέρισμα $i \to \sum_{i=1}^{n} d_i = k$

Πρόβλημα: Μπορεί κάποια $d_i \notin \mathbb{Z}$

πχ $d_1=1.3$	1, 0.3 λιγότερο	1, 0.3 λιγότερο
$d_2=1.3$	1, 0.3 λιγότερο	2, 0.7 περισσότερο
$d_3=2.4$	3, 0.6 περισσότερο	2, 0.4 λιγότερο
$k=5$	1.2 συνολικό σφάλμα	1.4 συνολικό σφάλμα

Θέλω ελαχιστοποίηση σφάλματος. Αν στο διαμέρισμα i πάνε $a_i \in \mathbb{Z}$ αντιπρόσωποι, σφάλμα $|d_i - a_i|$

i) Να ορίσω το μοντέλο και να γράψω τη εξίσωση βελτιστότητας του

ii) Να βρεθεί σύνθεση εκπροσώπων για $n=3$, $k=3$, $d_1=0.4$, $d_1=1.4$, $d_3=1.2$

Έχουμε πρόβλημα κατανομής πόρων. Μοντελοποίηση σε Π.Δ.Π.:

1) Βήματα: διαμερίσματα $t=1,2,\dots,n$

2) Κατάσταση: x_t = αριθμός αντιπροσώπων που απομένει να συμπληρωθούν

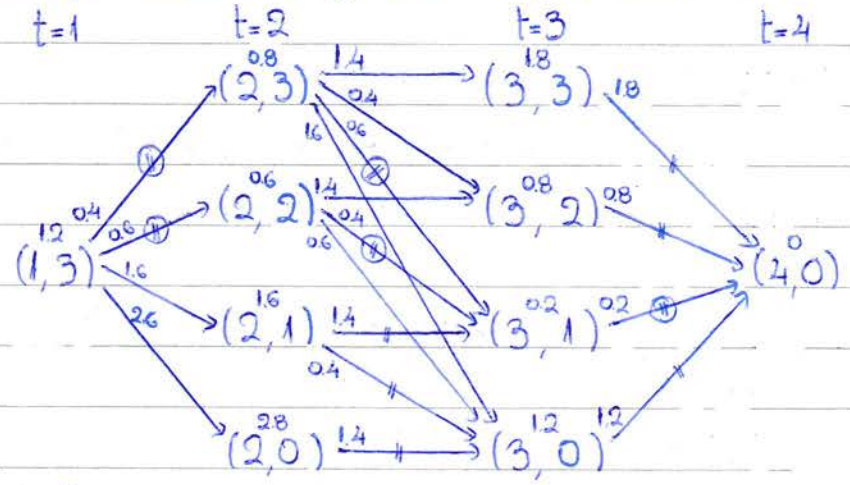
3) Απόφαση: a_t = αριθμός αντιπροσώπων στο διαμέρισμα t

4) Κέρδος ενός βήματος: $R_t(a_t) = |d_t - a_t|$

5) Δυναμική: $x_{t+1} = x_t - a_t$

6) Τερματικό κόστος: $\hat{c}(x_{n+1}) = 0$, αφού πρέπει να χρησιμοποιηθούν όλοι οι αντιπρόσωποι

Συνάρτηση βελτιστότητας: $v(t,x_t) = \min\{v(t+1,x_{t+1}) + R_t(a_t)\}$



Εναλλακτική 1: 0-2-1 } Ελάχιστο σφάλμα 1.2

Εναλλακτική 2: 1-1-1