



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών

Θεωρητική Φυσική II (Κβαντική Μηχανική)

Ενότητα: Μαθηματικός formalισμός

Όνομα Καθηγητή: Ξάνθος Μαϊντάς

Τμήμα: Μαθηματικό

1. Φορμαλισμός της Κβαντικής Μηχανικής4

1. Φορμαλισμός της Κβαντικής Μηχανικής

1. **α)** Αν ένας τελεστής είναι κανονικός, δηλαδή $[A, A^+] = 0$, τότε αν $\hat{A}|u_a\rangle = a|u_a\rangle$ συνεπάγεται ότι $\hat{A}^+|u_a\rangle = a^*|u_a\rangle$.

β) Οι ερμιτιανοί τελεστές έχουν πραγματικές ιδιοτιμές.

γ) Αν ο τελεστής A είναι κανονικός τότε σε διαφορετικές ιδιοτιμές αντιστοιχούν ορθογώνια ανύσματα.

δ) Στην αναπαράσταση πινάκων των τελεστών να δείξετε ότι ο ερμιτιανός συζυγής πίνακας είναι ανάστροφος και μιγαδικός συζυγής.
2. Δίνονται δύο φυσικά μεγέθη L, M για τα οποία ισχύει $[L, M] = -iC$. Να δείξετε ότι $(\Delta L)(\Delta M) \geq \frac{|C|}{2}$.
Να κάνετε εφαρμογή στην περίπτωση των τελεστών θέσης και ορμής.
3. **α)** Να μελετηθεί η χρονική εξέλιξη της μέσης τιμής $\langle A \rangle$ ενός φυσικού μεγέθους A .

β) Να δειχθούν οι παρακάτω σχέσεις $\frac{d}{dt}\langle \vec{r} \rangle = \frac{\langle \vec{p} \rangle}{m}$ και $\frac{d}{dt}\langle \vec{p} \rangle = -\langle \vec{\nabla} V \rangle$ (Θεώρημα Ehrenfest)
4. Αν η κυματοσυνάρτηση $|\Psi\rangle$ που περιγράφει ένα φυσικό σύστημα δίνεται από τη σχέση $|\Psi\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} c_n |\Psi_n\rangle$ όπου οι ιδιοσυναρτήσεις $|\Psi_n\rangle$ ορίζουν ορθοκανονική βάση τότε

α) $C_n = \langle \Psi_n | \Psi \rangle$

β) $\sum_{n=1}^{\infty} |C_n|^2 = 1$

γ) Η μέση τιμή του φυσικού μεγέθους A , όταν το σύστημα περιγράφεται από την κατάσταση $|\Psi\rangle$ είναι: $\langle A \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n |C_n|^2$ όπου α_n είναι οι ιδιοτιμές του τελεστή \hat{A} .
5. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η κατάσταση ενός συστήματος δίνεται από την σχέση $|\Psi\rangle_0 = \sum_{n=1}^{\infty} c_n |\Psi_n\rangle$ όπου οι $|\Psi_n\rangle$ είναι ιδιοσυναρτήσεις της Χαμιλτονιανής με αντίστοιχες ιδιοτιμές E_n , δηλαδή $\hat{H} |\Psi_n\rangle = E_n |\Psi_n\rangle$. Να μελετήσετε την χρονική εξέλιξη του συστήματος, δηλαδή να προσδιορίσετε την κυματοσυνάρτηση που περιγράφει το σύστημα την χρονική στιγμή $t > 0$.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.00

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Ξάνθος Μαϊντάς, 2015. Ξάνθος Μαϊντάς «Θεωρητική Φυσική II (Κβαντική Μηχανική). Μαθηματικός φορμαλισμός». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/MATH22/>

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

