ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τίτλος Μαθήματος

Ενότητα: Νεότερες θεωρητικές προσεγγίσεις: Σενάρια διδασκαλίας

Ζαχαρούλα Σμυρναίου

Σχολή Φιλοσοφίας

Τμήμα Παιδαγωγικής και Ψυχολογίας

1. Εργασία στα Παιδαγωγικά

- Καθηγήτρια: Ζαχαρούλα Γ. Σμυρναίου
- Σχολή: Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο
- Τμήμα: Μαθηματικό
- Ονοματεπώνυμο: Λαφαζανίδη Αλεξάνδρα

1.1 Τίτλος

Κάλυψη επιφάνειας κυκλικού δίσκου.

1.1.1 Περιγραφή και προαπαιτούμενες γνώσεις

Η θεματική αυτή ενότητα απευθύνεται στους μαθητές της **Β΄ γυμνασίου**. Από την Ά γυμνασίου έχει διδαχθεί στους μαθητές η έννοια του κύκλου και των στοιχείων του(βλέπε παράδειγμα κάτω). Οπότε λοιπόν για να μπορέσουν οι μαθητές να κατανοήσουν την έννοια του εμβαδού θα πρέπει να γνωρίζουν σε βάθος κάποιες έννοιες που σχετίζονται στενά με τον κύκλο (προαπαιτούμενες γνώσεις).
Ειδικότερα:
Από **γεωμετρική άποψη**, οφείλουν να γνωρίζουν πώς κατασκευάζεται ένας κύκλος και να ορίζουν την ακτίνα και την διάμετρό του. Θα πρέπει ακόμα να ξέρουν την έννοια του κυκλικού δίσκου, του και της χορδής ενός κύκλου καθώς επίσης και την σχέση που έχει η διάμετρος με την ακτίνα… Επίσης θα πρέπει οι μαθητές να ξέρουν πώς είναι γεωμετρικά το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
Από **αλγεβρική άποψη** οι μαθητές καλούνται να ξέρουν την έννοια του κύκλου και τις χαρακτηριστικές του ιδιότητες ,το μήκος L του κύκλου, το εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου, τις δυνάμεις και τις αντίστοιχες ιδιότητες, πράξεις μεταξύ αριθμών καθώς επίσης και τον αριθμό π.

1.1.2 Δυσκολίες που έχουν οι μαθητές και πιθανά λάθη

Ο κύκλος σαν ζωγραφιά είναι γνωστός από το δημοτικό. Τα παιδιά από μικρή ηλικία έχουν μάθει να ζωγραφίζουν έναν ήλιο, ένα πρόσωπο, μία μπάλα κτλ. Κοινό χαρακτηριστικό γνώρισμα όλων αυτών είναι το σχήμα τους˙ **κυκλικό**. Παρόλα αυτά ο κύκλος σαν μαθηματική έννοια και σαν δομή παρουσιάζεται πρώτη φορά στο γυμνάσιο. Παρόλη την απλότητα στη μορφή του, ο κύκλος αποτελεί μια νοητική πολλαπλότητα…Αν και δίνεται μεγάλη έμφαση στη διδασκαλία του κύκλου και ανεξάρτητα από την ευρεία χρήση του, οι μαθητές συνεχώς παρουσιάζουν πάρα πολλές αδυναμίες και συναντούν δυσκολίες στην κατανόησή του.
Καταρχάς , το κυριότερο πρόβλημα που εμφανίζεται στην ενότητα αυτή είναι η **δυσκολία** των μαθητών να καταλάβουν ότι η έννοια του εμβαδού αναφέρεται σε κυκλικό δίσκο και όχι σε κύκλο, κάτι που ακόμα και σε μεγαλύτερες τάξεις αποτελεί συχνό λάθος. **Κύκλος** λέγεται το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό σημείο Ο το κέντρο του (δηλαδή η κυκλική γραμμή) ενώ **κυκλικός δίσκος** (Ο, ρ) είναι ο κύκλος (Ο, ρ) μαζί με το μέρος του επιπέδου που περικλείει (η κυκλική γραμμή μαζί με την επιφάνεια που βρίσκεται μέσα στη γραμμή).

Οι πρώτες δυσκολίες που εμφανίζονται κατά τη διδασκαλία της ενότητας του εμβαδού ξεκινάνε από κάποιες έννοιες που συνδέονται με τον όρο αυτό. Μία τέτοια έννοια είναι ο όρος ισεμβαδικά σχήματα...Οι μαθητές δεν μπορούν να αποδεχτούν ότι μπορείς να «σπάσεις» έναν κύκλο και να συνθέσεις ένα άλλο σχήμα που να έχει το ίδιο εμβαδόν. Επιπλέον, δυσκολεύονται με τις διάφορες μονάδες μέτρησης καθώς δεν τους είχε δοθεί από δασκάλους/καθηγητές η απαραίτητη σημασία όπως επίσης και με τις μετατροπές από τη μια μονάδα στην άλλη μονάδα μέτρησης. (Σε προηγούμενες τάξεις το επίκεντρο αποτελούσαν οι αριθμοί και όχι οι μονάδες μέτρησής τους).

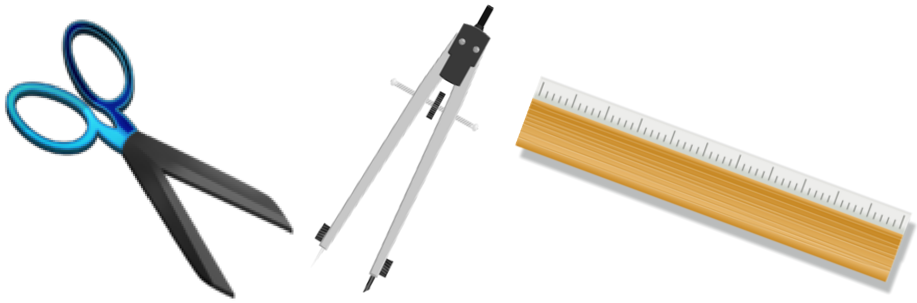
Ένα από τα συνηθέστερα λάθη των μαθητών είναι η τυποποιημένη εκμάθηση του τύπου και όχι η ουσιαστική αφομοίωσή του. Πολλές φορές όταν ο καθηγητής αλλάξει το συμβολισμό των στοιχείων-δεδομένων παρατηρείται μία σύγχυση ανάμεσα στους μαθητές. Αδυνατούν να ξεχωρίσουν τι παριστάνει κάθε δεδομένο. Επίσης, οι μαθητές δυσκολεύονται στο διαχωρισμό των τύπων της περιμέτρου ($Π=2πρ$) και του εμβαδού ($Ε=πρ^2$) λόγω της σχετικής «ομοιότητάς» τους. (ίδιοι αριθμοί ίδια σύμβολα). Ακόμη, έχει διαπιστωθεί πως κάποιοι μαθητές παρουσιάζουν δυσκολίες με τις δυνάμεις και γενικότερα με τις αλγεβρικές πράξεις καθώς ταυτίζουν την πράξη $2ρ$ με τη $ρ^2$,με αποτέλεσμα να καταλήγουν σε λάθος αποτέλεσμα.

1.2 Δραστηριότητες με τους μαθητές

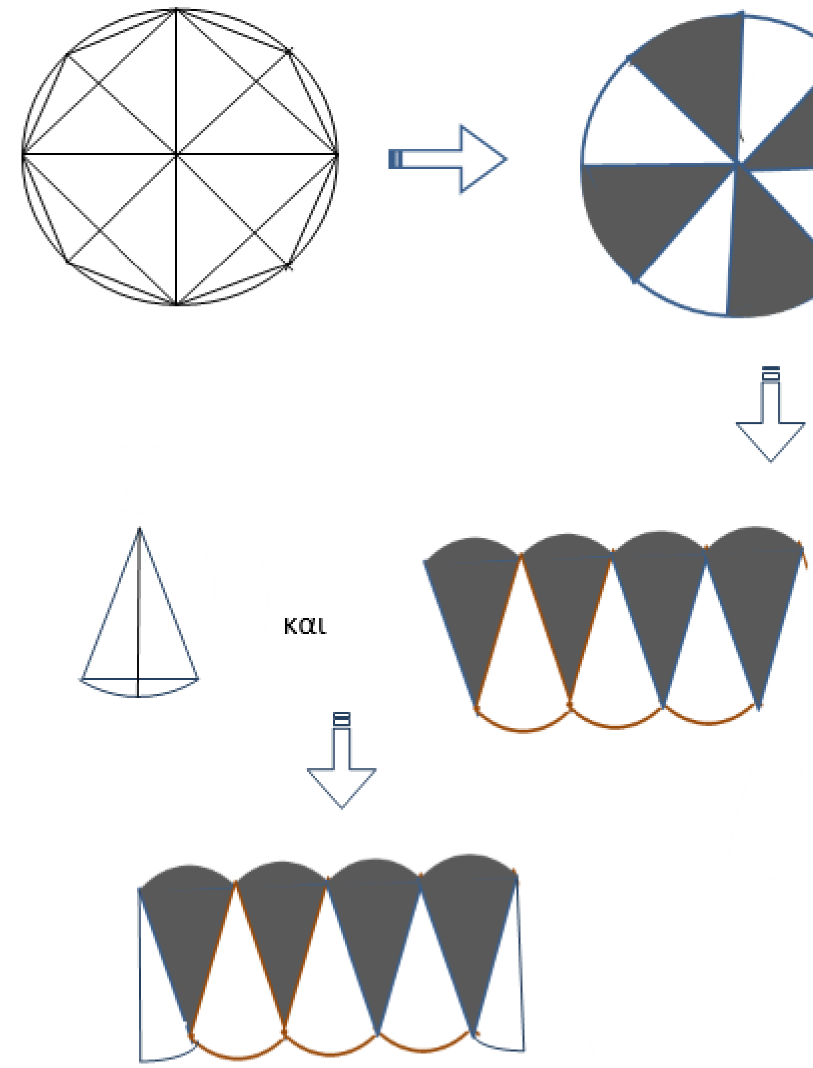
Η κατανόηση της έννοιας του εμβαδού όπως επίσης και η μέτρησή του είναι από τους σπουδαιότερους όρους στα σχολικά μαθηματικά γι' αυτό και καλύπτει μεγάλο μέρος της ύλης τους. Για το λόγο αυτό ο καθηγητής θα πρέπει να ακολουθήσει ένα πλάνο μάθησης το οποίο θα είναι **απόλυτα κατανοητό** προς τους μαθητές και παράλληλα **πολύ ελκυστικό** προς αυτούς για να κερδίσει την προσοχή τους.

1.2.1 1η Δραστηριότητα

Πρώτα απ' όλα ο καθηγητής θα τους έχει ενημερώσει από το προηγούμενο μάθημα να φέρουν μαζί τους 1 κομμάτι χαρτόνι (μεγέθους περίπου 15 x 15), διαβήτη, ορθογώνιο τρίγωνο, χάρακα και ψαλίδι. Ο καθηγητής θα ζητήσει από τους μαθητές να κατασκευάσουν με το διαβήτη έναν κύκλο πάνω στο χαρτόνι ακτίνας 5 cm. (Θα τοποθετήσουν τη μια μύτη του διαβήτη στο 0 του χάρακα και την άλλη μύτη θα την τοποθετήσουν στα 5 cm χάρακα. Με το ίδιο άνοιγμα χωρίς να τον πειράξουν θα κατασκευάσουν κύκλο με ακτίνα ίσο με 5 cm).Στη συνέχεια, θα τους ζητήσει να σχεδιάσουν δύο κάθετες διαμέτρους (με τη βοήθεια του ορθογωνίου τριγώνου) και να ενώσουν με γραμμές τα σημεία που τέμνουν τον κύκλο διαδοχικά. Μετά, από το μέσο κάθε ευθυγράμμου τμήματος (με τη βοήθεια του χάρακα) θα φέρουν γραμμές που θα ενώνουν το κέντρο του κύκλου. Θα προεκτείνουν τις γραμμές μέχρι να κόψουν τον κύκλο και μετά πάλι θα ενώσουν τα σημεία που σχηματίζονται με κάθε ένα άλλο σημείο διαδοχικά που βρίσκεται πάνω στον κύκλο.



Έτσι σχηματίζονται 8 όμοια σχηματάκια. Με το μολύβι θα χρωματίσουν πρόχειρα τα τέσσερα (από τα οκτώ ισοσκελή τρίγωνα εναλλάξ (δηλαδή ένα άσπρο ένα γκρι) καθώς επίσης και τα αντίστοιχα "κομματάκια " μεταξύ της βάσης των τριγώνων και του κύκλου . Στη συνέχεια θα κόψουν τα 8 όμοια σχήματα και θα βάλουν τα 7 από τα 8 το ένα δίπλα στο άλλο αλλά αντίθετα ανά δύο. Το 8ο σχήμα θα το χωρίσουν και θα το κόψουν στα δύο.(τρόπος: βρίσκω με το χάρακα το μέσο της βάσης του τριγώνου και ενώνω την κορυφή του τριγώνου με το μέσο και την προεκτείνω μέχρι να κόψει την άλλη γραμμή) .Έτσι σχηματίζονται δύο όμοια σχηματάκια. Το κάθε ένα από αυτά θα το πάρουν και θα το βάλουν το ένα δεξιά και το άλλο δεξιά από το σχήμα που φτιάξανε πριν κατά τον ίδιο τρόπο με τα προηγούμενα όσον αφορά την κατεύθυνση. Τέλος, θα τους βάλει να παρατηρήσουν το σχήμα που θα φτιαχτεί και να σκεφτούν πως αν ο κύκλος διασπώταν σε ολοένα και περισσότερα μικρότερα κομμάτια με την ίδια ακριβώς διαδικασία που προηγήθηκε, το σχήμα που θα δημιουργείτο σε τι θα έμοιαζε. Τέλος αφότου θα έχει γίνει συζήτηση,(ανταλλαγή απόψεων), θα βρουν τη σωστή απάντηση και ο καθηγητής θα τους βάλει να υπολογίσουν το εμβαδόν αυτού του σχήματος.. Η λύση της δραστηριότητας περιγράφεται βήμα-βήμα παρακάτω:



1.2.1.1 Λύση της δραστηριότητας

Το σχήμα που φτιάχνεται μοιάζει με ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Και ειδικότερα αν ο κύκλος διαιρεθεί σε περισσότερα κομμάτια τότε η βάση του γίνεται ολοένα και περισσότερο πιο ίσια και το σχήμα εν τέλει μοιάζει ολοένα και περισσότερο με ορθογώνιο. Το παραλληλόγραμμο αυτό έχει βάση ίση με το μισό του μήκους κύκλου. Δηλ. 2πρ/2= πρ . Επιπλέον έχει ύψος ίσο με την ακτίνα του κύκλου δηλ. ρ . Άρα το εμβαδόν του ορθογωνίου που είναι ήδη γνωστό από προηγούμενα μαθήματα έχει εμβαδόν :

Ε= βάση • ύψος = πρ •ρ = πρ^2.

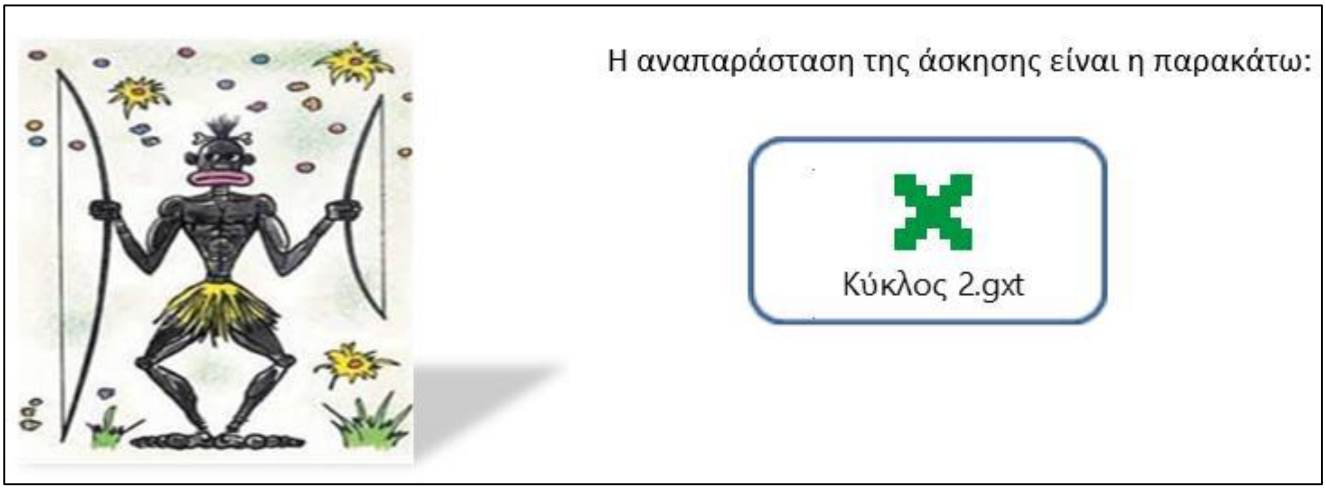
Ένα δείγμα του πώς θα ήταν το σχήμα αν ο κύκλος χωριζόταν σε περισσότερα κομμάτια είναι:

1.2.2 2^{η} Δραστηριότητα

Καθότι οι υπολογιστές στις μέρες μας χρησιμοποιούνται ολοένα και περισσότερο, ο εκπαιδευτικός καλείται να αξιοποιεί διαρκώς αυτό το μέσο της νέας τεχνολογίας με στόχο να γίνεται πιο αποτελεσματική η διδασκαλία του μαθήματος.
Έτσι λοιπόν ο καθηγητής μπορεί να χωρίσει τους μαθητές ανά δυάδες και σε κάθε θρανίο να έχει τοποθετημένο έναν υπολογιστή. Όλοι μαζί θα ανοίξουν το πρόγραμμα geonext (μαθηματικό υπολογιστικό περιβάλλον) για να σχεδιάσουν οι μαθητές μόνοι τους έναν κύκλο και να βρουν-υπολογίσουν κάποια στοιχεία του κύκλου που θα τους ζητήσει ο καθηγητής. Ανοίγοντας λοιπόν αυτό το πρόγραμμα, ο καθηγητής ζητά από τα παιδιά να ανοίξουν ένα νέο σχέδιο πατώντας την καρτέλα αρχείο και στη συνέχεια να ενεργοποιήσουν ένα σύστημα συντεταγμένων και να φτιάξουν ένα κύκλο με κέντρο το σημείο (3,4) και ακτίνα 5 μονάδες. Στη συνέχεια πατώντας δυο φορές πάνω στο εικονιδιάκι που δείχνει μια γωνία επιλέγουν την επιλογή που γράφει «Γωνία (εισάγετε το μέγεθος)».
Κάνουν κλικ πρώτα μία φορά στο κέντρο του κύκλου μετά σε ένα οποιοδήποτε σημείο του κύκλου και στο παράθυρο που θα τους ανοιχτεί γράφουνε το μέγεθος της γωνίας έστω 47°. Βλέπουν λοιπόν ότι στον κύκλο έχει σχεδιαστεί ακόμα ένα σημείο. Μετά από αυτό τους ζητά να πατήσουν το κουμπί που δείχνει ένα ευθύγραμμο τμήμα(ή άμα δείχνει ευθεία κάνουν πάλι διπλό κλικ έτσι ώστε να επιλέξουν το ευθύγραμμο τμήμα) και ενώνουν τα τρία σημεία διαγράφοντας την συγκεκριμένη γωνία μαζί με τις πλευρές της. Με δεδομένο ότι η επίκεντρη γωνία είναι 47°, ο καθηγητής ζητά από τους μαθητές να υπολογίσουν το μήκος του αντίστοιχου τόξου και το γινόμενο πρ • ρ.

1.2.2.1 Λύση της άσκησης

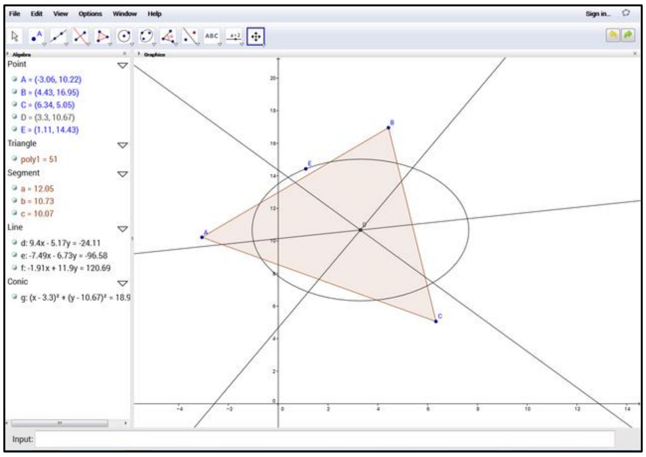
Γνωρίζουμε ότι το μήκος ενός τόξου είναι L =2πρ • μ/360.
Το τόξο είναι 47 ° όσο και η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία που βαίνει σε αυτό. Άρα:
L =πρ • μ/180 =πρ • 47/180 = πρ • 0, 26= π• 5 • 0, 26= π • 1,3 => L =1,3π.
Το γινόμενο πρ • ρ= 5π • 5=25π.



1.2.3 $3^{η}$ Δραστηριότητα

Έρευνες που έχουν διεξαχθεί σε πολλά σχολεία έχουν δείξει πως οι μαθητές χάνουν ολοένα και περισσότερο το ενδιαφέρον τους για την παρακολούθηση στο μάθημα. Αποτελεί λοιπόν άμεση ανάγκη να βρεθεί από το καθηγητή μία λύση για να κάνει τη διδασκαλία του πιο ελκυστική. Μία τέτοια
Σελίδα 9

λύση είναι η χρήση διαδραστικών πινάκων καθότι αυξάνουν το ενδιαφέρον και τον ενθουσιασμό των παιδιών και τους δίνουν ένα κίνητρο για να συμμετέχουν μέσα στο μάθημα.
Έτσι λοιπόν ο καθηγητής μέσω του διαδραστικού πίνακα θα μεταβεί σε ένα ελεύθερο λογισμικό μαθηματικών όπως είναι για παράδειγμα το geogebra και θα φτιάξει σε αυτό το περιβάλλον την άσκηση που επιθυμεί για να τη λύσουν οι μαθητές μαζί με τη βοήθειά του.



Ο καθηγητής ανοίγει το πρόγραμμα geogebra και επιλέγει το κατάλληλο κουμπί για να σχεδιάσει έναν κύκλο με κέντρο Ο. Στη συνέχεια σχεδιάζει ένα εγγεγραμμένο τετράγωνο (τετράγωνο που οι κορυφές του είναι σημεία του κύκλου) πατώντας την επιλογή κανονικού πολυγώνου. Μετά, ονοματίζει τις τέσσερις κορυφές του τετραγώνου με Α,Β,Γ,Δ ξεκινώντας από την πάνω αριστερά κορυφή και συνεχίζοντας κατά τα δεξιά καθώς επίσης και το μέσον του τόξου ΑΒ με το γράμμα Μ. Επιλέγοντας το κουμπί που λέει πολύγωνο κατασκευάζει ένα τρίγωνο εγγεγραμμένο στον κύκλο με βάση το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα σημεία Γ,Δ και κορυφή το σημείο Μ. Πατώντας την επιλογή του μολυβιού ο καθηγητής χρωματίζει μια περιοχή. Με δεδομένο ότι η πλευρά του τετραγώνου είναι 6 cm ζητάει από τους μαθητές να υπολογίσουν το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής. Η γραφική απεικόνιση της άσκησης δίνεται παρακάτω:

(αρχείο geogebra)

1.2.3.1 Λύση της άσκησης

Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο άρα η Β γωνία είναι ορθή. Η πλευρά ΑΒ είναι ίση με την πλευρά ΒΓ ως πλευρές τετραγώνου άρα ΑΒ= 6cm. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. Άρα από Πυθαγόρειο Θεώρημα έχω ότι $(ΑΓ)^2 = (ΑΒ)^2 + (ΒΓ)^2$. Άρα $(ΑΓ)^2 = 36+36$, $ΑΓ = \sqrt{2 \cdot 36}$ => $ΑΓ = 6 \cdot \sqrt{2}$ cm. Όμως η ΑΓ είναι διάμετρος του κύκλου άρα η ακτίνα ρ του κύκλου είναι $ρ = \frac{δ}{2}$ => $ρ = 3 \cdot \sqrt{2}$ Εμβαδόν κυκλικού δίσκου = $πρ^2$. Άρα το εμβαδόν του μισού είναι ίσο με $\frac{πρ^2}{2}$ δηλαδή

$Ε.μ = \frac{π \cdot (3 \cdot \sqrt{2})^2}{2} = π \cdot 9 \cdot \frac{2}{2} = 9 \cdot π$ cm ^{2} .Το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ (ορθογωνίου) είναι $\frac{(ΑΒ) \cdot (ΒΓ)}{2}$ δηλ. $Ε.τ. = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$ cm ^{2} . Άρα το <u>ζητούμενο</u> εμβαδόν είναι Ε.ζ .=Ε.μ-Ε.τ.= 9·π-18.

Άρα Εγραμμ/νου = 9π- 18 cm ^{2}.

1.3 Πορεία Δραστηριοτήτων

Ο καθηγητής οργανώνει τη διδασκαλία του κατά τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να απευθύνεται σε όλους αδιακρίτως τους μαθητές και να γίνει όσο το δυνατόν πιο κατανοητή η νέα μαθηματική έννοια .Έτσι λοιπόν ξεκινάει με την πρώτη δραστηριότητα(χαρτοκοπτική) η οποία καλύπτει όλη την βαθμίδα των μαθητών από τους πιο αρχάριους μέχρι τους πιο προχωρημένους και τους ζητάει να χωρίσουν έναν

κύκλο σε ίσα κομμάτια και να φτιάξουν ένα ισεμβαδικό σχήμα ακολουθώντας κάποια βήματα έτσι ώστε μέσα από αυτό να καταλήξουν μόνοι τους οι μαθητές στον τύπο του εμβαδού του κυκλικού δίσκου στηριζόμενοι σε μία ήδη γνωστή έννοια · του εμβαδού ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
Τα μέσα που χρησιμοποιήθηκαν είναι:

- Χαρτόνι
- Διαβήτης
- Ορθογώνιο τρίγωνο
- ψαλίδι και
- χάρακας

Ο καθηγητής συνεχίζει τη διδασκαλία του με τη δεύτερη δραστηριότητα η οποία απευθύνεται σε μαθητές οι οποίοι έχουν γνώση των προηγούμενων μαθημάτων καθώς ζητείται από αυτούς να υπολογίσουν το μήκος τόξου που έχουν ήδη διδαχθεί και έτσι ελέγχει έμμεσα τι θυμούνται από τα προηγούμενα μαθήματα. Επιπλέον, ο καθηγητής ζητώντας τους να υπολογίσουν το γινόμενο πρ* ρ τους συνηθίζει στην εύρεση του εμβαδού που είναι καινούρια έννοια. (Έμμεσα περιμένει να του πουν ότι το γινόμενο αυτό είναι το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου που βρήκανε στην προηγούμενη δραστηριότητα).
Τα μέσα που χρησιμοποιήθηκαν είναι:

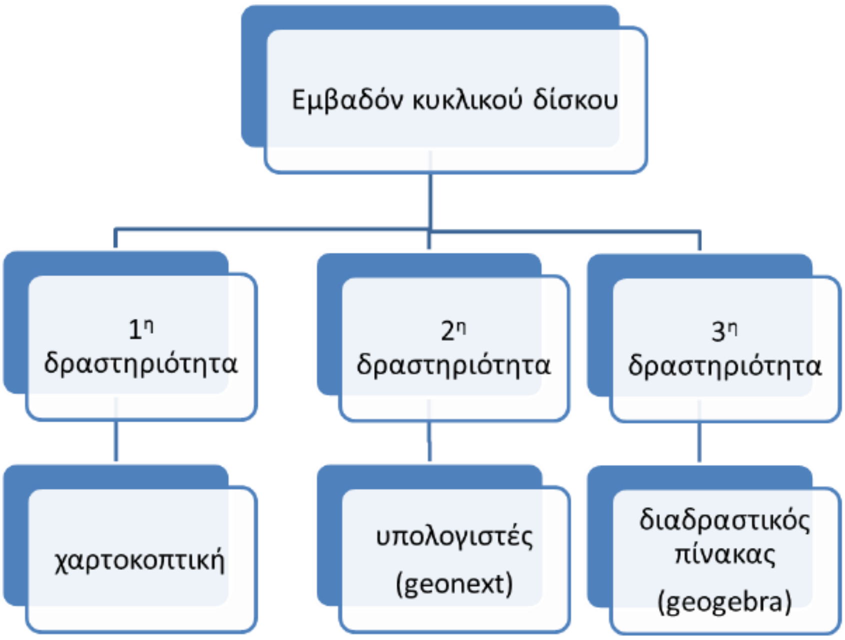
- υπολογιστής και
- ένα ελεύθερο πρόγραμμα μαθηματικών , το geonext.

Τέλος, ο καθηγητής αναθέτει στους μαθητές την τρίτη δραστηριότητα η οποία είναι λίγο πιο απαιτητική καθώς έχει περισσότερες πράξεις και οι μαθητές καλούνται να συνδυάσουν πολλά πράγματα. Πρέπει οι τελευταίοι να σκεφτούν να φέρουν μια βοηθητική γραμμή ,τη διάμετρο του κύκλου, να υπολογίσουν το εμβαδόν του μισού κυκλικού δίσκου και να αφαιρέσουν από αυτό το εμβαδόν του μισού εγγεγραμμένου τετραγώνου ή αλλιώς του τριγώνου που σχηματίζεται μέσω της βοηθητικής γραμμής.

Τα μέσα που χρησιμοποιήθηκαν σε αυτή τη δραστηριότητα είναι:

- διαδραστικός πίνακας, προτζέκτορας, υπολογιστής
- ελεύθερο πρόγραμμα μαθηματικών , το geogebra.

1.3.1 Διάγραμμα ροής



1.4 Καινοτομία και προσθετική αξία

Οι νέες τεχνολογίες ολοένα και περισσότερο στις μέρες μας ασκούν μεγάλη επιρροή στον τομέα της εκπαίδευσης. Οι υπολογιστές, το Διαδίκτυο (γνωστό σε όλους Ίντερνετ), οι διαδραστικοί πίνακες αποτελούν πρόκληση στην εκπαίδευση προσφέροντας πολλά πλεονεκτήματα. Ο καθηγητής λοιπόν, υποχρεούται να είναι διαρκώς ενήμερος για όλα τα παραπάνω και καλείται να τα αξιοποιεί έτσι ώστε να εμπλουτίζει τη διδασκαλία του για να γίνεται το μάθημά του πιο προσιτό στους μαθητές και πιο ενδιαφέρον. Έτσι λοιπόν ο καθηγητής, χρησιμοποιεί τον υπολογιστή (το πιο διαδεδομένο μέσο τεχνολογίας) καθώς επίσης και διαδραστικό πίνακα για να μιλήσει στους μαθητές για το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου. Ακόμη, κάνει χρήση κάποιων λογισμικών (geogebra, geonext) μαθηματικού περιεχομένου για να εξοικειώσει τα παιδιά με την κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων μέσω αυτών των προγραμμάτων…
Πέρα από τα δύο λογισμικά που προαναφέρθηκαν ,το geogebra και το geonext (δύο πάρα πολύ χρήσιμα εργαλεία που καλύπτουν τεράστια γκάμα του τομέα των μαθηματικών, άλγεβρα, γεωμετρία, πίνακες, γραφήματα κτλ)υπάρχουν πολλά ανάλογα ελεύθερα λογισμικά που αφορούν τα μαθηματικά (γεωμετρία και άλγεβρα) και μπορεί άνετα ο εκπαιδευτικός να τα χρησιμοποιεί κατά τη διάρκεια του μαθήματος αλλά και οι ίδιοι οι μαθητές, έτσι ώστε :

- να συμμετέχουν και εκείνοι στη διδασκαλία,
- να πειραματίζονται,
- να ερευνούν και
- όλοι μαζί μετά να καταλήγουν σε ένα τελικό συμπέρασμα ανταλλάσσοντας απόψεις. Μερικά τέτοια προγράμματα είναι τα παρακάτω:
- Το graphmatica (χρήσιμο για την άλγεβρα και την ανάλυση καθώς σχεδιάζει γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων αλλά και υπολογίζει ολοκληρώματα),
- το mathGV (χρήσιμο για την κατασκευή μιας γραφικής παράστασης ενώ του δίνεις μόνο τον τύπο ,κατάλληλο για σχεδιασμό τρισδιάστατων σχεδίων και περιστροφή αυτών),
- το graphcalc (επίσης κατάλληλο για σχεδιασμό γραφικών παραστάσεων , επίλυση εξισώσεων και ολοκληρωμάτων), καθώς επίσης και
- τα MSWlogo και
- ο χελωνόκοσμος (ελεύθερα λογισμικά με τη βοήθεια των οποίων ο μαθητής μπορεί να κατασκευάσει απίστευτα γραφικά και σχήματα δίνοντας κάποιες εντολές σε ένα βέλος ή μια χελώνα αντίστοιχα).

Αξίζει βέβαια να επισημανθεί πως και η πρώτη δραστηριότητα (χαρτοκοπτική) αποτελεί επίσης μια καινοτομία στον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας καθώς οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί δεν συνηθίζουν να χρησιμοποιούν αυτή τη μέθοδο στο μάθημά τους.

1.5 Στόχοι διδασκαλίας

Ένας καθηγητής για να θεωρηθεί πετυχημένος πρέπει μέσω της διδασκαλίας του να έχει καταφέρει τους μαθητές να τον παρακολουθούν διαρκώς με αμείωτο ενδιαφέρον, να έχουν κατανοήσει βαθιά την καινούρια μαθηματική έννοια και να μπορούν να την εφαρμόσουν οποιαδήποτε στιγμή. Έτσι λοιπόν πρέπει να οργανώσει ένα πλάνο και συγκεκριμένα να εφαρμόσει δραστηριότητες που να απευθύνονται σε όλους αδιακρίτως τους μαθητές (αρχάριους ,μέτριους ,προχωρημένους). Οι στόχοι ενός εκπαιδευτικού ευρύτερα, αξιοποιώντας τη νέα τεχνολογία μπορούν να χωριστούν σε 3 κατηγορίες:

- Γνωστικούς
- Συναισθηματικούς
- Ψυχοκινητικούς

1.5.1 Γνωστικοί στόχοι

Ο καθηγητής μέσα από τη διδασκαλία του στοχεύει στο να διαπιστώσει αν ο ίδιος ήταν σαφής και να αποκτήσουν οι μαθητές τις απαραίτητες γνώσεις έτσι ώστε:

1) Να μπορούν να κατασκευάσουν έναν κύκλο με τη χρήση μαθηματικών λογισμικών
2) Να μπορούν και να ξέρουν να εφαρμόζουν τον τύπο του εμβαδού όποτε τους ζητείται σε κάποιο ερώτημα (αλλά και συνδυαστικά με άλλα πιο σύνθετα θέματα)
3) Να γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης του εμβαδού και τις μετατροπές τους από τη μια στην άλλη μονάδα
4) Να μπορούν να ξεχωρίζουν την περίμετρο από την έννοια του εμβαδού
5) Να κατανοήσουν πως η έννοια του εμβαδού αναφέρεται σε κυκλικό δίσκο και όχι σε κύκλο, καθώς υπολογίζει επιφάνεια

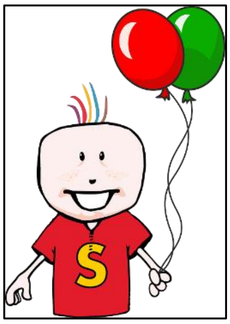
1.5.2 Συναισθηματικοί στόχοι

Οι μαθητές μετά το πέρας του μαθήματος σύμφωνα με τις προδιαγραφές του εκπαιδευτικού πρέπει :

1) Να συνειδητοποιήσουν την αξία της συνεργασίας και της ομαδικότητας
2) Να αποκτήσουν υπευθυνότητα απέναντι στη χρήση των υπολογιστών
3) Να ενισχυθεί η αυτοεκτίμηση και η αυτοπεποίθησή τους έτσι ώστε να τολμούν να διατυπώνουν την άποψή τους αναλαμβάνοντας οι ίδιοι δράση και πρωτοβουλίες
4) Να έχουν τη δυνατότητα να συζητούν τα διάφορα αποτελέσματα-συμπεράσματα που έχουν βρει στην έρευνά τους και να ακούν τα αντίστοιχα των άλλων συμμαθητών τους
5) να έχουν τη δυνατότητα να εφαρμόζουν το εμβαδόν στην πράξη σε πραγματικές καταστάσεις πχ. μέτρηση δαπέδου, χαλιών ,στρεμμάτων γης κ.λπ.

1.5.3 Ψυχοκινητικοί στόχοι

Όσον αφορά τους ψυχοκινητικούς στόχους οι μαθητές μετά το τέλος της διδασκαλίας θα μπορούν:



- να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες και να τολμούν νέα πράγματα.
- να εφαρμόζουν το εμβαδόν στην πράξη σε πραγματικές καταστάσεις. πχ. μέτρηση δαπέδου, χαλιών ,στρεμμάτων γης κ.λπ.
- να χρησιμοποιούν ευρέως τα νέα τεχνολογικά μέσα(υπολογιστές, προτζέκτορες κτλ.)

1.6 Θεωρίες μάθησης

Πάρα πολλοί σπουδαίοι-μεγάλοι Άνθρωποι ξεκινώντας από την αρχαιότητα κιόλας ασχολήθηκαν με την μάθηση και ειδικότερα με τον τρόπο με τον οποίο μπορεί ένα άτομο να συλλάβει μία γνώση. Ο Πλάτωνας για παράδειγμα στόχευε στο να επιλέξει τόσο τα κατάλληλα μαθήματα για τους μαθητές του όσο και την αρμόζουσα μέθοδο διδασκαλίας του έτσι ώστε να αποδώσει με τον καλύτερο δυνατό τρόπο την γνώση του.

1.6.1 Πλάτωνας

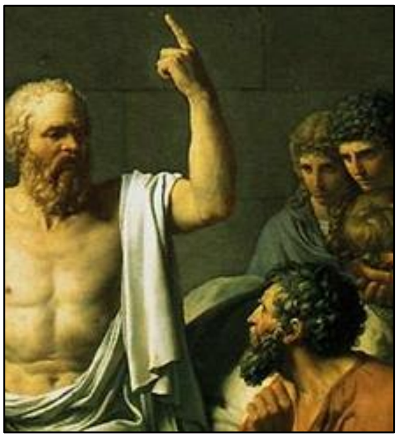
Ο **Πλάτωνας** πίστευε στη θεωρία του ότι ένα άτομο για να λάβει μια γνώση πρέπει να είναι και να νιώθει ελεύθερο. Όριζε την Παιδεία ως την τέχνη εκείνη που μεταστρέφει την ψυχή από την έννοια του **γίγνεσθαι** στην περιοχή του **όντος**. Η Παιδεία για τον Πλάτωνα δεν ξεκινάει από τη γέννηση του παιδιού αλλά από τη στιγμή της σύλληψης του (για αυτό και οι γονείς του και κυρίως η μάνα κατά την κύηση πρέπει να ενεργεί με κύριο μέλημα την ηρεμία και τη γαλήνη του παιδιού.). Πίστευε πως βάση για την μελέτη όλων των επιστημών αποτελούν οι αριθμοί για αυτό και υποστήριζε **πως όλοι,**

έπρεπε να επιδίδονται στη γεωμετρία και στην στερεομετρία καθώς αποτυπώνεται καλύτερα στον ανθρώπινο εγκέφαλο.

Σε αυτή λοιπόν τη θεωρία πρέπει να στηριχτεί ο καθηγητής σήμερα για να διδάξει μια έννοια. Πρέπει πρώτα να το αναπαραστήσει γεωμετρικά, έτσι ώστε οι μαθητές να έχουν μια πρώτη οπτική επαφή με το αντικείμενο (γιατί όπως λέει χαρακτηριστικά και ένα ρητό μία εικόνα ισοδυναμεί με χίλιες λέξεις). Στη συγκεκριμένη μαθηματική ενότητα ο καθηγητής σαν πρώτη δραστηριότητα (χαρτοκοπτική) χρησιμοποιεί αντικείμενα και σχεδιάζει σχήματα για να γίνει κατανοητή η νέα γνώση…

1.6.2 Σώκρατης

Ένας άλλος μεγάλος φιλόσοφος (εκτός από τον Πλάτωνα) ήταν και ο **Σωκράτης**. Ο Σωκράτης ήταν θερμός υποστηριχτής της θεωρίας που αναφέρει ότι κάτι για να θεωρηθεί αληθινό πρέπει να έρθει αντιμέτωπο με κάτι άλλο. Δηλ. η αλήθεια κάθε ανθρώπου και στη δικιά μας περίπτωση η γνώση –γνώμη κάθε μαθητή για να θεωρηθεί σωστή πρέπει να συγκρουστεί με τη γνώση-γνώμη κάποιου άλλου. Ο Σωκράτης **τόνιζε την αξία της συζήτησης** που κατά τα λεγόμενά του σημαίνει συνεργασία σε μια κοινή αναζήτηση της αλήθειας.



Για αυτό το λόγο και ο καθηγητής, αφήνει τον κάθε μαθητή, άλλοτε ατομικά και άλλοτε ομαδικά (χωρίζει τους μαθητές σε δυάδες ο καθηγητής για την δραστηριότητα 2) να πειραματιστεί, να εκφράσει την άποψη του, να την ανταλλάξει με την άποψη των υπόλοιπων συμμαθητών του έτσι ώστε να βρουν τη σωστή λύση και να καταλήξουν όλοι μαζί στο τελικό συμπέρασμα.

1.6.3 Σύγχρονες Θεωρίες Μάθησης

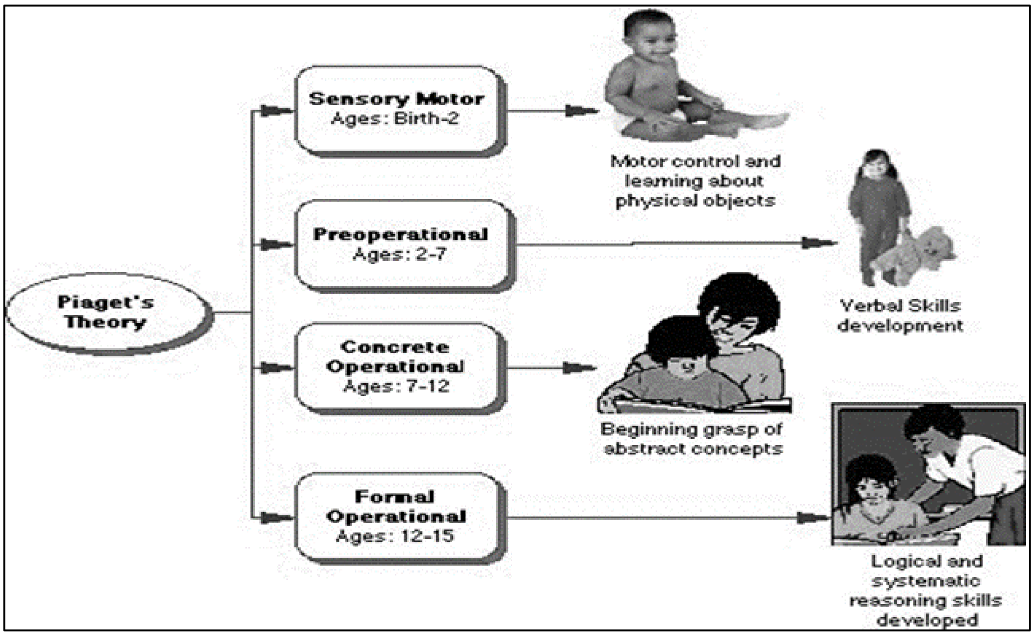
Εκτός όμως από μεγάλους φιλοσόφους υπήρξαν και κάποιοι μεγάλοι ψυχολόγοι οι οποίοι έδρασαν τα μεταγενέστερα χρόνια και των οποίων ο ρόλος ήταν καθοριστικός στον τομέα της εκπαίδευσης. Ανέπτυξαν διάφορες θεωρίες μάθησης πολλές από τις οποίες παρουσιάζουν ομοιότητες αλλά και διαφορές.. Μία θεωρία μάθησης αποτελεί ένα συστηματικά οργανωμένο σύνολο που στηρίζεται σε εμπειρικά και πειραματικά δεδομένα και αποσκοπεί στην εκμάθηση μιας έννοιας. Κατά το 1970 και μετά εντοπίζεται η **θεωρία του κονστρουκτιβισμού (εποικοδομιτισμός – γνωστικές θεωρίες)**.Οι γνωστικοί ψυχολόγοι εστιάζουν στο εσωτερικό του γνωστικού συστήματος του ατόμου ,στη δομή και τη λειτουργία του: η μάθηση συνίσταται στην τροποποίηση των γνώσεων.

Κύριοι εκπρόσωποι αυτής της θεωρίας είναι **ο Jean Piaget , ο Jerome Bruner και ο Gerard Vergnaud.**

1.6.4 Piaget

Ο **J. Piaget** υποστηρίζει πως η μάθηση είναι μια ενεργή διαδικασία . Η εμπειρία και το να κάνει ο μαθητής λάθη καθώς επίσης και η προσπάθεια επίλυσης ενός προβλήματος αποτελούνκαθοριστικούς παράγοντες για την διαδικασία σύλληψης της πληροφορίας. Είναι πάρα πολύ σημαντικό για τον Piaget ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζεται η πληροφορία. Για το λόγο αυτόλοιπόν ο καθηγητής αναθέτει στους μαθητές δραστηριότητες, για να προβληματιστούν, να παλέψουν νοητικά και σε περίπτωση που κάνουν λάθος να μην τους «καταδικάσει», αλλά αντίθετα να τους εμψυχώσει, να τους ενθαρρύνει για να συνεχίσουν την προσπάθεια γιατί μέσω αυτής θα φτάσουν στην αλήθεια που είναι η λύση. Ο Piaget θεωρεί πως το παιδί κατά βάθος μαθαίνει τον χώρο, μαθαίνει τον χρόνο, μαθαίνει την αιτιότητα: τα οικοδομεί μέσω μιας διαδικασίας που αποτελεί τα **στάδια**:

Κατά τον Piaget η γνωστική ανάπτυξη του ατόμου ξεκινάει από την γέννηση (σε αντίθεση με τον Πλάτωνα) μέχρι την ηλικία των 2 ετών (αισθησιοκινητικό στάδιο) δηλ. το παιδί αντιλαμβάνεται τον κόσμο με βάση τις αισθήσεις και τις κινήσεις. Από την ηλικία των 2 ετών μέχρι τηνηλικία των 7 ετών το άτομο δεν έχει μάθει ακόμα να σκέφτεται και να κρίνει (προσυλλογιστικό ή προεννοιολογικό στάδιο).Στη συνέχεια, δηλ. ηλικία από 7-12 ετών τοπαιδί αρχίζει να κατηγοριοποιεί, να ταξινομεί να κάνει λογικές συνθέσεις και να συνδυάζει αντικείμενα (στάδιο συγκεκριμένων λέξεων). (Το παιδί στο δημοτικό μαθαίνει το εμβαδόν πολλών επιφανειών και σιγά σιγά τα κατηγοριοποιεί στο μυαλό του).



Τέλος από τα 12 έτη και μετά, το παιδί είναι σε θέση να χρησιμοποιεί τα διάφορα σύμβολα και αρχίζει να χρησιμοποιεί την αφηρημένη σκέψη (τυπική αφαιρετική σκέψη),(εδώ εντάσσονται τα παιδιά του γυμνασίου).
Με λίγα λόγια **η μάθηση δεν μεταδίδεται απλώς τροποποιείται**. Ο κονστρουκτιβισμός προσανατολίζεται στο μαθητή, έχει σαν **επίκεντρο όλων το μαθητή**. Ο Piaget όπως και ο Πλάτωνας όπως επίσης και οι Bruner και Vygotsky παρακάτω ,θεωρούν σαν δομική βάση το **σχήμα**. Το σχήμα είναι ένα εργαλείο δράσης και γενίκευσης. Γι αυτό και ο καθηγητής για να διδάξει αλλά και να εξηγήσει κάτι χρησιμοποιεί το σχήμα.(και οι 3 δραστηριότητες για το εμβαδόν κυκλικού δίσκου χρησιμοποιούν σχήμα). Τέλος, αξίζει να τονιστούν πολύ σημαντικές αρχές –μεθόδους στις οποίες στηρίχτηκε ο **Piaget: την αφομοίωση και τη συμμόρφωση**.

Η **αφομοίωση** είναι μια διαδικασία με την οποία καινούρια πράγματα **ενσωματώνονται** στις προϋπάρχουσες δομές γνώσεων. (Ο καθηγητής χρησιμοποιεί το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου έτσι ώστε μέσω των ισεμβαδικών σχημάτων που είναι καινούρια έννοια να μιλήσει για το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου)
Η **συμμόρφωση** από την άλλη μεριά είναι μια διαδικασία με την οποία οι δομές των γνώσεων **τροποποιούνται** για να προσαρμοστούν στις νέες καταστάσεις.(Στην έκτη δημοτικού τα παιδιά μαθαίνουν για την έννοια του εμβαδού του κύκλου και το μαθαίνουν ως το γινόμενο $πρ^2$,δηλ. το εμβαδόν συνδέεται μόνο με την ακτίνα. Στη β΄ γυμνασίου οι μαθητές μπορούν να υπολογίσουν το εμβαδόν και αν γνωρίζουν και άλλα στοιχεία του κύκλου δηλ. το μήκος του κύκλου τη διάμετρό του κ.λ.π. που αποτελούν καινούρια έννοια)

Ο **Bruner** κινήθηκε στα ίδια πλαίσια με το Piaget. Στοιχείο του αποτελεί η καθοδηγούμενη ανάπτυξη. Ειδικότερα ,υποστήριζε πως η **σταδιακή ανακάλυψη** αποτελεί ένα κίνητρο για το μαθητή, πως πρέπει ο τελευταίος να έρχεται **αντιμέτωπος με προβληματικές καταστάσεις** (όπως και ο Piaget) και πως ο εκπαιδευτικός πρέπει να παίζει το ρόλο του **καθοδηγητή-εμψυχωτή**. Πρέπει δηλαδή να βοηθάει το μαθητή στο να ανακαλύψει εκείνος τη γνώση. Χαρακτηριστικά ανέφερε ότι μπορούμε να διδάξουμε οτιδήποτε σε οποιαδήποτε ηλικία αρκεί να βρούμε τον κατάλληλο τρόπο. Παρατηρούμε δηλ. ότι και εκείνος έδινε πολύ μεγάλη βάση στον τρόπο διδασκαλίας. Γι αυτό λοιπόν και ο καθηγητής βλέπουμε ότι δεν διατυπώνει τον ορισμό του εμβαδού αλλά μέσα από τις δραστηριότητες αφήνει τους μαθητές να τον ανακαλύψουν μόνοι τους.

1.6.5 Vergnaud

Όσον αφορά το **Vergnaud** και αυτός πίστευε (όπως ο Πλάτωνας , ο Piaget ο Bruner) στην πρωταρχικό ρόλο της έννοιας του σχήματος. Επίσης ανέπτυξε το **εννοιολογικό πεδίο** μιας έννοιας σύμφωνα με το οποίο ο καθηγητής για να διδάξει μια νέα έννοια πρέπει να αναφέρει άλλες έννοιες γνωστές στους μαθητές που σχετίζονται με τη νέα έννοια, να καθορίσει σε ποιες καταστάσεις μπορεί να εφαρμοστεί η νέα έννοια και τέλος με ποια σύμβολα-αναπαραστάσεις μπορεί να αποδοθεί.
Έτσι λοιπόν ο καθηγητής για να διδάξει την έννοια του εμβαδού στηρίχθηκε στο εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου, μια έννοια που την είχαν διδαχθεί ήδη τα παιδιά σε προηγούμενα μαθήματα και μέσω των ισεμβαδικών σχημάτων μπόρεσε να εντάξει την έννοια του εμβαδού του κυκλικού δίσκου.

1.6.6 Papert

Δεν πρέπει βέβαια να μην αναφερθεί και ο **S. Papert** ο οποίος ήταν θερμός υποστηρικτής της συνεργατικής διδασκαλίας,(όπως και ο Σωκράτης) της ανταλλαγής απόψεων και της άποψης ότι ο καθηγητής πρέπει να παίζει το ρόλο του «μάστορα » στο σχολείο.(όπως και ο Bruner).(αντιστοιχία με τη συγκεκριμένη ενότητα έγινε προηγουμένως-συνδυασμός).Πρέπει με άλλα λόγια να διδάσκει στα παιδιά πώς να χρησιμοποιούν τη νέα γνώση σε διάφορα προβλήματα. Μην ξεχνάμε βέβαια ότι το τελευταίο αποτελεί και έναν από τους κύριους στόχους του κάθε καθηγητή.

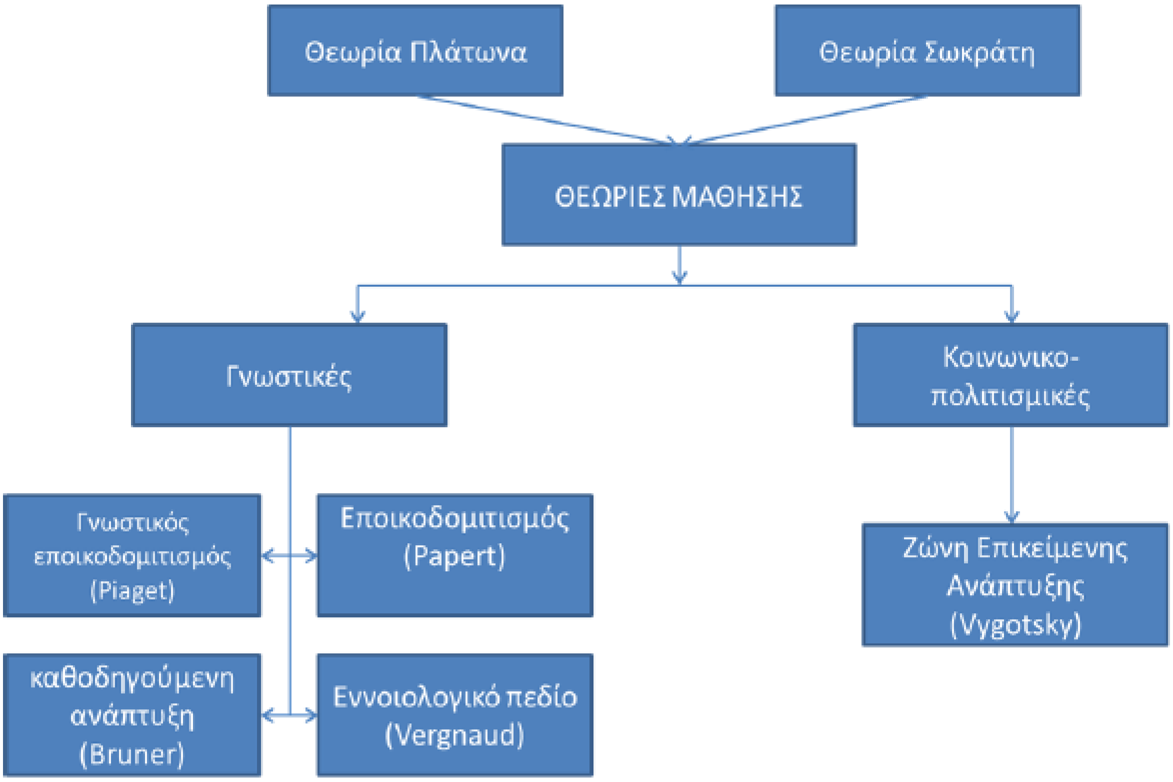
1.6.7 Vygotsky

Πέρα όμως από τις γνωστικές θεωρίες υπάρχουν και οι **κοινωνικο-πολιτισμικές θεωρίες** κύριος εκπρόσωπος των οποίων αλλά και εισηγητής είναι ο Ρώσος ψυχολόγος **Vygotsky**. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή ο μαθητής δεν είναι παθητικός δέκτης αλλά δρον υποκείμενο. Επιπλέον χαρακτηριστικό αυτής της θεωρίας είναι η συνεργατική μάθηση (Σωκράτης, Papert) κατά την οποία ο μαθητής αλληλεπιδρά με τους άλλους συμμαθητές ανταλλάσσοντας απόψεις. Βασική αρχή της θεωρίας του είναι **«η Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης»** η οποία ορίζεται ως διαδικασία μετάβασης του μαθητή από ένα επίπεδο Α (που δημιούργησε μόνος του) σε ένα επίπεδο Β (που δημιούργησε με την καθοδήγηση ενηλίκων (καθηγητή) ή με τη συνεργασία συνομηλίκων(συμμαθητές)). Κύρια χαρακτηριστικά της είναι:

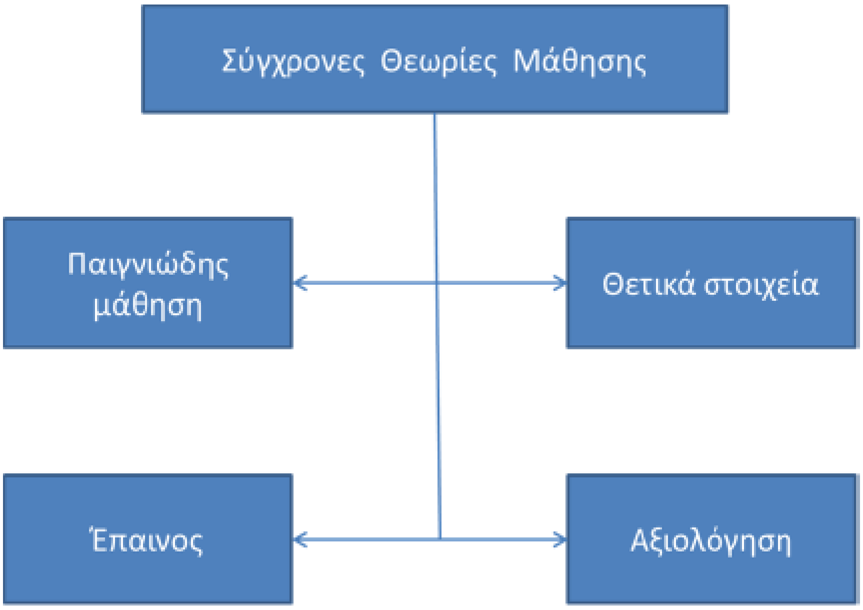
- καθοδήγηση,
- ανατροφοδότηση,
- συνεργασία.

Στη συγκεκριμένη θεματική ενότητα ο καθηγητής αναθέτει πρωτοβουλίες στους μαθητές δίνοντας τους κάποιες εντολές για το σχεδιασμό του κύκλου της δραστηριότητας 2 (καθοδηγεί- εμψυχώνει), τους διορθώνει σε πιθανά λάθη (ανατροφοδότηση- ενθάρρυνση) χωρίς να τους τιμωρεί και τέλος επιτρέποντας τους να κάθονται ανά δύο στα θρανία έχοντας έναν υπολογιστή (συνεργασία) αλλά και να ανταλλάσσουν απόψεις όλοι μαζί (ανατροφοδότηση ξανά) ανακαλύπτουν την νέα γνώση. Βέβαια, δεν πρέπει να παραληφθούν και οι **σύγχρονες θεωρίες μάθησης** όπως για παράδειγμα η **παιγνιώδης μάθηση** καθώς ο καθηγητής αξιοποιεί σύγχρονα μέσα για να κάνει πιο κατανοητό αλλά και πιο ενδιαφέρον το μάθημά του. (σύγχρονα λογισμικά μαθηματικών, ηλεκτρονικούς υπολογιστές, διαδραστικούς πίνακες). Στις θεωρίες μάθησης επίσης ανήκουν ο **έπαινος, τα θετικά στοιχεία** (ο καθηγητής επιδοκιμάζει την προσπάθεια του μαθητή) και τέλος η **αξιολόγηση** η οποία γίνεται μέσα από διάφορα τεστ-διαγωνίσματα με τα οποία ο εκπαιδευτικός ελέγχει την πρόοδο των παιδιών.

Συνοπτικά λοιπόν έχουμε:



Σύγχρονες θεωρίες μάθησης:



1.7 Φύλλο εργασίας

Το φύλλο εργασίας που φτιάχνει ο καθηγητής προς τους μαθητές το μοιράζει στην αρχή της διδασκαλίας τους έτσι ώστε οι μαθητές να γνωρίζουν τι περιλαμβάνει το πλαίσιο της διδασκαλίας. Το φύλλο εργασίας πρέπει να είναι **καθοδηγητικό** (οι μαθητές κατανοούν το πλαίσιο της διδασκαλίας, παρακολουθούν την πορεία)και **μεταγνωστικό** (ο μαθητής γνωρίζει τον τρόπο με τον οποίο μαθαίνει κάτι, μαθαίνει μόνος του και το εφαρμόζει).

1.8 Φύλλο αξιολόγησης

Το φύλλο αξιολόγησης είναι μια γραπτή πληροφόρηση του καθηγητή για την πρόοδο του κάθε μαθητή ξεχωριστά. Είναι απαραίτητο καθώς μέσα από αυτό ο εκπαιδευτικός γνωρίζει το δυναμικό της τάξης και οργανώνει τον τρόπο διδασκαλίας του, διαπιστώνει σε ποιο βαθμό πέτυχε η διδακτική του προσπάθεια καθώς επίσης και να ενημερώνει το κηδεμόνα για την σχολική επίδοση του μαθητή με την ανάλογη βέβαια παιδαγωγική ευαισθησία. Μπορεί να είναι **διαγνωστικό** τεστ (ο εκπαιδευτικός το μοιράζει στην αρχή του μαθήματος στα παιδιά προκειμένου να διαπιστώσει αν έχουν τις προαπαιτούμενες γνώσεις για τη συγκεκριμένη θεματική ενότητα), **διαμορφωτικό** τεστ το οποίο επιτυγχάνεται έμμεσα μέσα από τις ερωτήσεις αλλά και ασκήσεις που θέτει ο καθηγητής στους μαθητές καθ' όλη τη διάρκεια του μαθήματος, **αθροιστικό-τελικό** (διαγωνίσματα) το οποίο καλύπτει μεγάλο εύρος της σχολικής ύλης και τέλος **σύγχρονο** όπως είναι για παράδειγμα τα διάφορα πρότζεκτ καινοτομικής δημιουργικότητας που ενισχύουν την αξία της συνεργασίας και της ομαδικότητας.

1.9 Φύλλο αξιολόγησης εκπαιδευτικού

Το φύλλο αξιολόγησης εκπαιδευτικού το μοιράζει ο εκπαιδευτικός στους μαθητές να το συμπληρώσουν ανώνυμα σύμφωνα με την άποψή τους για το μάθημα αλλά και για τον ίδιο τον καθηγητή. Μπορεί να περιλαμβάνει ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, πινακάκι για να μαρκάρουν οι μαθητές την καταλληλότερη για αυτούς επιλογή, ερωτήσεις βαθμολόγησης αλλά και ερωτήσεις ανάπτυξης για να διατυπώσουν οι μαθητές τα σχόλιά τους.

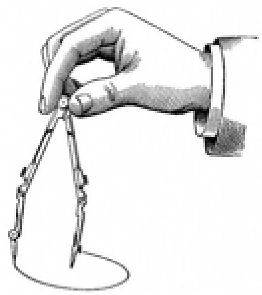
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Γυμνάσιο: ______________________
Τάξη: ___________
Θεματική ενότητα: Εμβαδόν κυκλικού δίσκου
Ονοματεπώνυμο:_______________________________

Δραστηριότητα 1

Συμπληρώστε τα κενά:

- Ε = π_ *_
- Ε = ρ*___



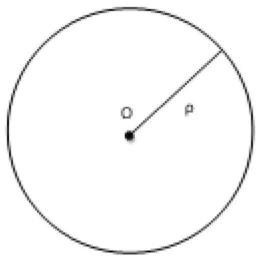
Δραστηριότητα 2

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα:

Ακτίνα	Εμβαδόν
5 cm	cm^2
10 m	cm^2
0,3 dm	cm^2

Δραστηριότητα 3

Έστω κύκλος (Ο, ρ) με μήκος 30π μονάδες. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.



<u>Δραστηριότητα 4</u>

Έστω κύκλος (Ο, ρ). Αν υποδιπλασιάσουμε την ακτίνα του κύκλου τότε το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου τότε:

Α. διπλασιάζεται Β. τετραπλασιάζεται Γ. υποδιπλασιάζεται
Δ. υποτετραπλασιάζεται Ε. παραμένει σταθερό.

Κύκλωσε τη σωστή επιλογή και αιτιολογήστε την.

<u>Δραστηριότητα 5</u>

Στην επιφάνεια εργασίας υπάρχει το αρχείο circle.ggb. Ανοίξτε το και τραβώντας την μαύρη κουκίδα (που βρίσκεται πάνω αριστερά κάτω από το ν=4) προς τα δεξιά αλλά μετά και προς τα αριστερά παρατηρείστε τι συμβαίνει και γράψτε παρακάτω τα συμπεράσματά σας:

circle.ggb

<u>Εφαρμογές για περαιτέρω διερεύνηση:</u>

1. Μεταβείτε στην εξής ιστοσελίδα και υπολογίστε το εμβαδόν στις διάφορες περιπτώσεις: **http://www.transum.org/software/SW/Starter_of_the_day/Students/Circles.asp?Level=3**
2. Στο παρακάτω λογισμικό logo προσπαθήστε να δημιουργήσετε έναν κύκλο με τη βοήθεια των οδηγιών που δίνονται: **http://www.transum.org/software/Logo/**
3. Αναζητείστε στο διαδίκτυο πώς το εμβαδόν του κύκλου εφαρμόζεται σήμερα σε διάφορους τομείς της καθημερινότητας.

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ ΦΥΛΛΟΥ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Δραστηριότητα 1

Ε = πρ*ρ

Ε = ρ*ρπ

Δραστηριότητα 2

Ακτίνα	Εμβαδόν
5 cm	25π cm^2
10 m	1000000π cm^2
0,3 dm	9π cm^2

Δραστηριότητα 3

$L = 2\pi\rho \Rightarrow 30\pi = 2\pi\rho \Rightarrow \rho = 15$ μονάδες

Εμ. $= \pi\rho^2 = \pi \cdot (15)^2 = 225\pi$ τετραγωνικές μονάδες

Δραστηριότητα 4

$E1 = \pi\rho^2$

$E2 = \pi \cdot \left(\frac{\rho}{2}\right)^2 = \pi\rho^2 \cdot \frac{1}{4}$ Άρα σωστή απάντηση είναι η Δ.

Δραστηριότητα 5

Όσο τραβάμε την κουκίδα προς τα δεξιά παρατηρούμε ότι ο κύκλος διασπάται σε περισσότερα μικρότερα κομμάτια και ότι το αντίστοιχο κάτω σχήμα πλησιάζει ολοένα και περισσότερο το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Άρα αφού τα δύο σχήματα είναι ισεμβαδικά, δηλ. έχουν το ίδιο εμβαδόν άρα το εμβαδόν κύκλου ισούται με βάση * ύψος 9 εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου) δηλ. Εμ.κ.δ. $= \pi\rho^2$

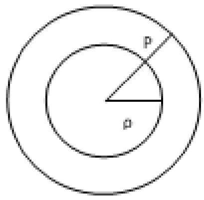
<u>ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ</u>

<u>Θεματική ενότητα</u>: <u>Εμβαδόν κυκλικού δίσκου</u>
<u>Ονοματεπώνυμο</u>:________________________________
<u>Χρόνος :</u> <u>1 διδακτική ώρα</u>

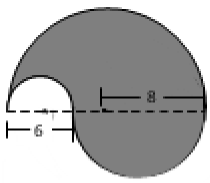
1)Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ) και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας

α) Αν τριπλασιάσουμε την ακτίνα ρ ενός κύκλου τότε το εμβαδόν του τριπλασιάζεται.	**Σ**	**Λ**
β) Ένας κύκλος έχει εμβαδόν ίσο αριθμητικά με το μήκος του όταν η ακτίνα του είναι 2	**Σ**	**Λ**
γ) Αν ο κυκλικός δίσκος έχει εμβαδόν π cm^2 τότε ο κύκλος έχει μήκος ίσο με 4π cm.	**Σ**	**Λ**
δ) Ένας κύκλος έχει διάμετρο 32 mm τότε το εμβαδόν του είναι ίσο με 256π cm^2	**Σ**	**Λ**
ε) Αν το μήκος κύκλου είναι L τότε $E = \frac{1}{4} \cdot \rho \cdot L$	**Σ**	**Λ**

2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου του παρακάτω σχήματος όπου Ρ=3 cm και ρ=2 cm (κυκλικός δακτύλιος είναι το τμήμα μεταξύ δύο ομόκεντρων κύκλων)



3) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χρωματιστού χωρίου στο παρακάτω σχήμα:



Καλή Επιτυχία!

Απαντήσεις του φύλλου Αξιολόγησης

1)

α) $\rho' = 3\rho$ άρα $E' = \pi(\rho')^2 = \pi\,(3\rho)^2 = 9\,\rho^2\,\pi = 9\,E$	Άρα	Λ
β) $L = 2\pi\rho = \pi\rho^2 = E \Rightarrow 2\rho = \rho^2 \Rightarrow \rho^2 - 2\rho = \rho\,(\rho-2) = 0 \Rightarrow \rho = 2$	Άρα	Σ
γ) $E = \pi\rho^2 = \pi \Rightarrow \rho^2 = 1 \Rightarrow \rho = 1$ Άρα $L = 2\pi\rho = 2\pi$	Άρα	Λ
δ) $\rho = \frac{32}{2} = 16$ mm $= 1{,}6$ cm Άρα $E = \pi\rho^2 = \pi\,(1{,}6)^2 = 2{,}56\pi$ cm^2	Άρα	Λ
ε) $L = 2\pi\rho$, $E = \pi\rho^2 = \pi\rho \cdot \rho = \frac{L}{2}\rho$	Άρα	Λ

2)

Εμ.μεγάλο $= \pi \cdot (\rho+P)^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi$

Εμ.μικρό $= \pi\rho^2 = \pi \cdot 4 = 4\pi$

Άρα **Εμ.δακτ.** = Εμ.μεγάλο - Εμ.μικρό $= 25\pi - 4\pi =$ **21π cm^2**

3)

Παρατηρούμε ότι το σχήμα αποτελείται από τρεις κύκλους, ένα μεγάλο, ένα μεσαίο και ένα μικρό. Η ακτίνα του μεγάλου κύκλου είναι $R = 8$ μονάδες. Άρα Εμεγ.$= \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 8^2 = 64\pi$ τετραγωνικές μονάδες. Όμως μας ενδιαφέρει το μισό εμβαδόν. Άρα $E1 = \frac{64\pi}{2} = 32\pi$ τετραγωνικές μονάδες.
Η ακτίνα του μικρού κύκλου είναι $\rho = \frac{6}{2} = 3$ μονάδες. Άρα Εμικρού $= \pi\rho^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ τετραγωνικές μονάδες. Εμάς μας ενδιαφέρει το μισό εμβαδόν. Άρα $E2 = \frac{9\pi}{2}$ τετραγωνικές μονάδες. Από το σχήμα βλέπω ότι η ακτίνα του μεγάλου κύκλου είναι 8 και η διάμετρος του μικρού κύκλου είναι 6. Άρα $8-6 = 2$ μονάδες είναι η απόσταση των κέντρων του μικρού και του μεγάλου κύκλου. Άρα η διάμετρος του μεσαίου κύκλου είναι $\delta = 8+2 = 10$ μονάδες. Άρα $P = \frac{10}{2} = 5$ μονάδες. Συνεπώς το Εμεσαίου $= \pi P^2 = 25\pi$ τετραγωνικές μονάδες. Όπως και πριν μας ενδιαφέρει το μισό εμβαδόν άρα $E3 = \frac{25\pi}{2}$ τετραγωνικές μονάδες. Άρα το τελικό ζητούμενο εμβαδόν με τη βοήθεια του σχήματος είναι
Εζητ.$= E1 - E2 + E3 = 32\pi - \frac{9\pi}{2} + \frac{25\pi}{2} = \frac{64\pi - 9\pi + 25\pi}{2} = \frac{80\pi}{2} = 40\pi$ τετραγωνικές μονάδες.

<u>ΦΥΛΛΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ</u>

<u>Τάξη:</u> Β΄γυμνασίου
<u>Καθηγητής:</u>
<u>Θεματική ενότητα :</u> Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

Το παρακάτω ερωτηματολόγιο-φύλλο αξιολόγησης του καθηγητή είναι ανώνυμο έτσι ώστε οι μαθητές να απαντήσουν με ειλικρίνεια χωρίς να υπάρχει ο φόβος της αντίδρασης του καθηγητή σε περίπτωση αρνητικών σχολίων.

1)Σημειώστε με ένα τικ (✓) την κατηγορία που πιστεύετε ότι σας αντιπροσωπεύει καλύτερα:

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ - ΜΑΘΗΜΑ

	Διαφωνώ πλήρως	**Διαφωνώ**	**Ουδέτερη γνώμη**	**Συμφωνώ**	**Συμφωνώ απόλυτα**
Το μάθημα ήταν καλά οργανωμένο .					
Το μάθημα με βοήθησε στο να κατανοήσω βαθιά την νέα έννοια.					
Το μάθημα ήταν ενδιαφέρον.					
Οι δραστηριότητες ήταν ενδιαφέρουσες.					
Οι δραστηριότητες ήταν επιμορφωτικές.					
Οι δραστηριότητες ήταν συντονισμένες.					
Οι δραστηριότητες ήταν απόλυτα κατανοητές					
Οι δραστηριότητες είχαν κλιμακωτή δυσκολία					

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ

	Διαφωνώ πλήρως	Διαφωνώ	Ουδέτερη γνώμη	Συμφωνώ	Συμφωνώ πλήρως
αυταρχικός					
νευρικός					
ειρωνικός					
αδιάφορος					
βαρετός					
απαιτητικός					
Φιλικός					
ενθαρρυντικός					
επικοινωνιακός					
συνεργάσιμος					
ευχάριστος					
προσιτός					
συζητήσιμος					
πρόθυμος να βοηθήσει					

ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ

	Διαφωνώ	Ουδέτερη γνώμη	Συμφωνώ	Συμφωνώ πλήρως
Ο καθηγητής χρησιμοποίησε και άλλα μέσα πέρα από τον κλασικό πίνακα				
Οι νέες τεχνολογίες ήταν ενδιαφέρουσες				
Τα νέα μέσα βοήθησαν στην πλήρη κατανόηση της έννοιας				
Η χρήση σύγχρονων μέσων βελτίωσε την ποιότητα της εκπαίδευσης				
Η χρήση των ψηφιακών μέσων ενθαρρύνει τους μαθητές στο να συμμετέχουν στο μάθημα				

2)Ποιες ήταν οι κυριότερες αδυναμίες που παρατηρήσατε στο συγκεκριμένο μάθημα ή στον καθηγητή: Γράψτε τα σχόλια σας.

3) Τι έχετε να προτείνετε για τη βελτίωση του μαθήματος? Γράψτε τα σχόλια σας

Βαθμολογήστε με άριστα το 10

α. την παράδοση του μαθήματος ……..
β. την εξέταση του μαθήματος ……..
γ. τη συμπεριφορά του καθηγητή ……..
δ. το ενδιαφέρον του για το μάθημα ……..
ε. το ενδιαφέρον σας για το μάθημα ……..
στ. τη συμμετοχή σας στο μάθημα ……..

Σας ευχαριστώ πολύ

2. Βιβλιογραφία

http://korinthos.uop.gr/~hcicte10/proceedings/130.pdf

http://egpaid.blogspot.com/2010/05/blog-post_5733.html

http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B105/386/2552,9992/

http://www.transum.org/Software/OnetoOne/

http://users.sch.gr/kampranis/freemath.htm

http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%94%CE%B9%CE%B1%CE%B4%CF%81%CE%B1%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C%CF%82_%CF%80%CE%AF%CE%BD%CE%B1%CE%BA%CE%B1%CF%82

http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B105/386/2552,9990/

http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B105/386/2552,9991/

http://kpekastor.kas.sch.gr/peekpe/proceedings/Synedria_3_Sx_Progr/Karavida.pdf

http://neamathisi.com/learning-by-design/glossary/knowledge-objectives/

http://www.deutsch.gr/img/theoriesmathisis.pdf

http://dschool.edu.gr/

http://www.pischools.gr/download/programs/EuZin/ergasies_03_04_dim/kriti33_64.pdf

http://www.omilosmeleton.gr/pdf/Platoandeducation.pdf

http://www.patakis.gr/viewshopproduct.aspx?id=571536

http://www.slideshare.net/npapastam/ss-3098038

http://eclass.uoa.gr/modules/document/file.php/MATH307/%CE%9C%CE%B1%CE%B8%CE%AE%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B1%201%20%26%202/Constructivism%20Piaget%20Vergnaud.pdf

Διδακτική μάθημα 1 του κυρίου Γ. Ψυχάρη (Διαφάνειες στο Power Point)

Θεωρίες μάθησης της κυρίας Ζ. Σμυρναίου (Διαφάνειες στο Power Point)

Βιβλίο : Γνωστική Ψυχολογία και Διδακτική (Αναστάσιος Π. Κουτσούκος , Ζαχαρούλα Γ. Σμυρναίου)

Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Εικόνα 1. "Scissors" by This artwork is fully created by Aziz Natour. - http://azizgfx.com. Licensed under GFDL via Wikimedia Commons. Σύνδεσμος: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Scissors.png#mediaviewer/File:Scissors.png

Εικόνα 2. Compass by “OpenClips”. License: CC0 Public Domain. Free for commercial use / No attribution required. Σύνδεσμος: http://pixabay.com/en/pair-of-compasses-dividers-circle-154075/ Πηγή: http://pixabay.com/

Εικόνα 3. Ruler by “OpenClips”. License: CC0 Public Domain. Free for commercial use / No attribution required. Σύνδεσμος: http://pixabay.com/en/ruler-school-length-class-152561/ Πηγή: http://pixabay.com/

Εικόνα 4. "Lecture Recording" by http://www.classroom-clipart.com/ and Microsoft. Licensed under CC BY-SA 3.0 via Wikipedia. Σύνδεσμος: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Lecture_Recording.png#mediaviewer/File:Lecture_Recording.png

Εικόνα 5. Ακτίνια. Copyrighted by «Ψηφιακό Σχολείο». Σύνδεσμος: http://ebooks.edu.gr/modules/ebook/show.php/DSGYM-B105/372/2488,9584/ . Πηγή: http://dschool.edu.gr/

Εικόνα 6. "Interactive whiteboard at CeBIT 2007" by svonog - http://flickr.com/photos/svonog/432774995/. Licensed under CC BY 2.0 via Wikimedia Commons. Σύνδεσμος: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interactive_whiteboard_at_CeBIT_2007.jpg#mediaviewer/File:Interactive_whiteboard_at_CeBIT_2007.jpg

Εικόνα 7. "Geogebra software" by EdwardFlint - This screenshot is of a program that has been released under a free software license. Licensed under CC BY-SA 3.0 via Wikipedia. Σύνδεσμος: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Geogebra_software.png#mediaviewer/File:Geogebra_software.png

Εικόνα 8. Balloon happy child by “OpenClips”. License: CC0 Public Domain. Free for commercial use / No attribution required. Σύνδεσμος: http://pixabay.com/en/balloon-happy-child-infant-kid-154183/ Πηγή: http://pixabay.com/

Εικόνα 9. "Platopainting". Licensed under Public Domain via Wikimedia Commons. Σύνδεσμος: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Platopainting.jpg#mediaviewer/File:Platopainting.jpg

Εικόνα 10. "David - The Death of Socrates detail" by Tableau de Charles Matthew Griego, "La mort de Socrate". Licensed under Public Domain via Wikimedia Commons. Σύνδεσμος: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:David_-_The_Death_of_Socrates_detail.jpg#mediaviewer/File:David_-_The_Death_of_Socrates_detail.jpg

Εικόνα 11. Στάδια ανάπτυξης κατά τον Piaget. Copyrighted by es.slideshare.net/. Σύνδεσμος: http://es.slideshare.net/AndreaOrtiz18/jean-piaget-36359856 . Πηγή: http://es.slideshare.net/

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.