

Η Διδακτική των Μαθηματικών ως επιστημονικό πεδίο:

μια επιστημολογική προσέγγιση

Κώστας Στουραίτης, Τμήμα Μαθηματικών ΕΚΠΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων δεκαετιών, η Διδακτική των Μαθηματικών (ΔΜ) αναπτύσσεται και ωριμάζει ως ένα αυτόνομο επιστημονικό πεδίο του χώρου των ανθρωπιστικών επιστημών. Στην παρούσα μελέτη, επιχειρώντας μια ολιστική προσέγγιση αυτού του πεδίου, αναζητούμε τις απαντήσεις που υιοθετούνται από τους ερευνητές σχετικά με επιστημολογικά ερωτήματα που αποτελούν το υπόβαθρο της έρευνας: Ποια είναι η φύση της γνώσης που επιδιώκουμε και μπορούμε να έχουμε γύρω από τα φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών; Πως αποκτάται έγκυρη γνώση; Ποιοι κανόνες και κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας υιοθετούνται από την επιστημονική κοινότητα; Οι επιστημολογικές παραδοχές που οδηγούν τις απαντήσεις σε αυτά τα ερωτήματα αναζητούνται μέσα από τρία ερευνητικά παραδείγματα που εμφανίζονται στη ΔΜ: το θετικιστικό, το ερμηνευτικό και το κριτικό. Στη σημερινή φάση ανάπτυξης της ΔΜ φαίνεται να απορρίπτεται η αναζήτηση υπερβατικών αληθειών για τα φαινόμενα και η επιδίωξη μιας αμερόληπτης αντικειμενικότητας στην έρευνα. Υιοθετούνται οι ερμηνευτικές προσεγγίσεις, γίνεται αποδεκτή η πολλαπλότητα των θεωριών και υιοθετούνται κανόνες και κριτήρια αξιολόγησης που βλέπουν την έρευνα ως πειστική επιχειρηματολογία.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Θεωρώντας ως σταθμό την ίδρυση των πρώτων διεθνών περιοδικών (ESM – Educational Studies in Mathematics, ZDM – Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,

JRME – Journal for Research in Mathematics Education) και συνεδρίων (ICME – International Congress on Mathematics Education, PME – International Group for the Psychology of Mathematics Education) που είναι αφιερωμένα στα προβλήματα της μαθηματικής εκπαίδευσης, μπορούμε να πούμε ότι η Διδακτική των Μαθηματικών (ΔΜ) ως συγκροτημένο ερευνητικό πεδίο μετρά ήδη τέσσερις δεκαετίες ζωής από τα τέλη της δεκαετίας του '60 (αν και οι ρίζες της είναι προγενέστερες).

Ως πεδίο έρευνας η ΔΜ αντλεί ιδέες, οπτικές και μεθοδολογίες από διαφορετικά επιστημονικά πεδία (μαθηματικά, φιλοσοφία, επιστημολογία, ψυχολογία, γνωσιακή επιστήμη, πληροφορική, ιστορία, κοινωνιολογία κ.α.) τις οποίες προσαρμόζει στη μελέτη των φαινομένων της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών. Η σύνθεση διαφορετικών οπτικών και η ολοκλήρωσή τους θεωρείται αναγκαία λόγω της πολυπλοκότητας των φαινομένων που μελετούνται και των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών των μαθηματικών ως αντικείμενο μάθησης.

Μέχρι τη δεκαετία του 70 ο χώρος της ΔΜ, αντλώντας μεθοδολογίες από τις θετικές εμπειρικές επιστήμες, κυριαρχείται από τις ποσοτικές μεθόδους έρευνας. Στο *συμπεριφοριστικό* πλαίσιο της αρχικής φάσης ανάπτυξης της ΔΜ, οι μέθοδοι που ταιριάζουν καλύτερα είναι οι μετρήσεις μέσω δοκιμασιών, οι πειραματικές μέθοδοι για τον έλεγχο υποθέσεων και η στατιστική επεξεργασία των δεδομένων.

Ωστόσο, από τη δεκαετία του 80 και με μεγαλύτερη ταχύτητα στη δεκαετία του 90, η έρευνα στη ΔΜ αποκτά βαθμιαία διαφορετική εικόνα. Η στροφή προς τον *κονστрукτιβισμό* και τις οπτικές της γνωστικής ψυχολογίας, επέδρασαν προς μια αντίστοιχη στροφή στις μεθόδους έρευνας. Η εστίαση σε ερωτήματα για τις νοητικές διαδικασίες του μαθητή απαιτούσαν κλινικές συνεντεύξεις, παρατήρηση, μακροχρόνιες μελέτες περίπτωσης και άλλες ποιοτικές μεθόδους συλλογής και ανάλυσης των δεδομένων. Η στροφή αυτή επιταχύνθηκε και πήρε και άλλες κατευθύνσεις, όταν στην

εστίαση άρχισε να μπαίνει το κοινωνικό και πολιτιστικό περιβάλλον του μαθητή και οι αλληλεπιδράσεις στην τάξη των μαθηματικών, και θεωρίες μάθησης όπως η *κοινωνικοπολιτισμική* (με αναφορές στον Vygotsky) και αργότερα η *πλαισιοθετημένη μάθηση* (situated learning) (Σακονίδης, 2007). Εθνογραφικές μέθοδοι και η συμμετοχική παρατήρηση άρχισαν να χρησιμοποιούνται για τη διερεύνηση της σημασίας που έχουν τα μαθηματικά και η μάθησή τους σε συγκεκριμένες ομάδες με πολιτισμικά, επαγγελματικά ή άλλα χαρακτηριστικά. Επιπλέον, η στροφή προς την τάξη των μαθηματικών, τη βελτίωση της διδασκαλίας και την επαγγελματική ανάπτυξη του εκπαιδευτικού παρείχε το έδαφος για την ανάπτυξη της έρευνας – δράσης και των ερευνητικών κοινοτήτων πρακτικής, όπου συνεργάζονται δάσκαλοι και ερευνητές.

Η αλλαγή πορείας της ΔΜ δεν ήταν πάντα ομαλή. Ο Kilpatrick (1992) αναφέρεται σε *κρίση της εκπαιδευτικής έρευνας* στο τέλος της δεκαετίας του 70 και μιλά για "μια θεμελιώδη αλλαγή παραδείγματος". Ενδεικτική της "*αλλαγής παραδείγματος*" είναι η διαμάχη (debate) ποσοτικών – ποιοτικών μεθόδων στις δεκαετίες του 80 και του 90, που κατέληξε με την καθιέρωση των ποιοτικών μεθόδων έρευνας (παράλληλα με τις ποσοτικές) και του ερμηνευτικού παραδείγματος.

Συνοψίζοντας, θα μπορούσαμε να πούμε ότι οι μεταβολές εστίασης από το αντικείμενο (μαθηματικά) προς το άτομο (ψυχολογία) και κατόπιν το περικείμενο (κοινωνιολογία), οδήγησαν σε αντίστοιχες μετατοπίσεις στις χρησιμοποιούμενες μεθόδους στη ΔΜ. Αυτές οι μεταβολές εκφράζουν τη μετατόπιση του πεδίου

- από την προσπάθεια αποκάλυψης της απόλυτης και αντικειμενικής αλήθειας για τους νόμους που διέπουν τα φαινόμενα της ΔΜ
- προς την αναζήτηση ερμηνειών για την κατανόηση των φαινομένων όπως τα βιώνουν οι μαθητές και οι δάσκαλοι των μαθηματικών μέσα στο κοινωνικό και πολιτισμικό πλαίσιο.

Που βρίσκεται όμως σήμερα η ΔΜ;

"Στο τέλος του [20ου] αιώνα, κάποιος βλέπει έναν πολλαπλασιασμό οπτικών, θεωριών και μεθόδων. Από τη μια μεριά αυτό ήταν αναμφισβήτητα υγιές: Το πεδίο έχοντας διαφύγει από τους παραδειγματικούς και θεωρητικούς περιορισμούς (straitjackets) του προηγούμενου μέρους του αιώνα, ξεχειλίξε από ενέργεια και υπερδιέγερση. ... Από την άλλη μεριά, έχοντας αφήσει χίλια λουλούδια να ανθίσουν, είναι ώρα για τους ερευνητές της ΔΜ να καθαρίσουν τον κήπο τους. Πρέπει να αρχίσουμε να θέτουμε τα δύσκολα ερωτήματα γύρω από τη θεωρία και τις μεθόδους που θα μας βοηθήσουν να προχωρήσουμε." (Schoenfeld, 2002)

Τα προβλήματα της επιστημονικής συγκρότησης της ΔΜ, το επιστημολογικό υπόβαθρο της έρευνας (οι παραδοχές για τη φύση της επιδιωκόμενης γνώσης και την εξασφάλιση της εγκυρότητάς της), η σύγκριση αυτού του πεδίου με άλλες επιστήμες είναι προβλήματα που έχουν απασχολήσει και απασχολούν τους ερευνητές του χώρου.

Σε μια περίοδο που η ΔΜ διεθνώς έχει αρχίσει να θεωρείται ως ένα αυτόνομο και ώριμο επιστημονικό πεδίο, ισότιμο με τις άλλες επιστήμες, τα επιστημολογικά ερωτήματα είναι σημαντικά στα πλαίσια μιας προσπάθειας ολιστικής προσέγγισής της. Η σημασία των ερωτημάτων αυτών τονίζεται από δύο παράγοντες: πρώτον, το ότι συνεχίζουν να υπάρχουν (ιδιαίτερω στην Ελλάδα) φωνές αμφισβήτησης της εγκυρότητας και υποτίμησης του ρόλου της ΔΜ και, δεύτερον, το γεγονός ότι πολλές φορές οι ερευνητές τα παραμερίζουν ή τα αγνοούν, κάτω από την πίεση της παραγωγής συγκεκριμένων ερευνητικών αποτελεσμάτων.

Η συζήτηση γύρω από αυτά τα προβλήματα μας απασχόλησε στα πλαίσια των μεταπτυχιακών σπουδών μας¹. Στην παρούσα μελέτη επιχειρούμε να προτείνουμε μια

¹ Το παρόν άρθρο αποτελεί συμπύκνωση και περαιτέρω επεξεργασία της διπλωματικής εργασίας του γράφοντος για το μεταπτυχιακό δίπλωμα στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών. Η εργασία με τίτλο "Η συγκρότηση της Διδακτικής των Μαθηματικών ως επιστημονικό πεδίο και τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας. Μια πρώτη επιστημολογική προσέγγιση", εκπονήθηκε με την καθοδήγηση επιτροπής αποτελούμενης από τους Σπύρου Π. (επιβλέπων), Πόταρη Δ. και Σακονίδη Χ., αντίτυπό της

εκδοχή για τον τρόπο που θα μπορούσαμε να "διαβάσουμε" τη ΔΜ ως αναδύομενο επιστημονικό πεδίο, χωρίς να θεωρούμε ότι αυτή η ανάγνωση είναι η μοναδική ορθή.

Θεωρούμε ότι η αναζήτηση απαντήσεων στα επιστημολογικά ερωτήματα πρέπει από τη μια μεριά να στηρίζεται στην ερευνητική πρακτική του χώρου – σε αυτό που κάνουν οι επιστήμονες – και από την άλλη να έχει αναφορές σε ευρύτερες επιστημολογικές θεωρίες και οπτικές. Έτσι, η παρούσα μελέτη αποτελεί μια βιβλιογραφική ανασκόπηση των απαντήσεων που δίνουν ερευνητές του χώρου σε επιστημολογικά ερωτήματα και επιχειρεί μια σύνθεση αυτών των απόψεων μέσα σε ένα ευρύτερο επιστημολογικό πλαίσιο. Μετά από μια σύντομη εισαγωγή, περιγράφουμε τα τρία κύρια ερευνητικά παραδείγματα (θετικιστικό, ερμηνευτικό, κριτικό) που επηρέασαν και επηρεάζουν την έρευνα στη ΔΜ και τις επιστημολογικές παραδοχές για αυτήν. Κατόπιν εξετάζουμε ορισμένα χαρακτηριστικά της ΔΜ (πολλαπλότητα των οπτικών, τεκμηρίωση αντί της απόδειξης των ισχυρισμών, κυριαρχία της ερμηνείας έναντι της αιτιώδους εξήγησης των φαινομένων) που την διακρίνουν από τις εμπειρικές θετικές επιστήμες. Τέλος, εξετάζουμε τη διαμόρφωση των κριτηρίων και των κανόνων της έρευνας κάτω απ' το φως των υιοθετούμενων επιστημολογικών υποθέσεων.

2. ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΚΑ ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

Στην παρούσα μελέτη εξετάζουμε τις υιοθετούμενες απαντήσεις στα επιστημολογικά ερωτήματα που σχετίζονται με:

- τη φύση της γνώσης που μπορούμε να αποκτήσουμε σχετικά με τα φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών. Επιδιώκουμε την αποκάλυψη

καθολικών νόμων και κανονικοτήτων ή την κατανόηση των φαινομένων όπως τα βιώνουν οι παράγοντες που εμπλέκονται στη μαθηματική εκπαίδευση (μαθητές, δάσκαλοι, κ.α.); Επιδιώκουμε την αιτιώδη εξήγηση των φαινομένων ή την ερμηνεία τους μέσα στο πλαίσιο που εκδηλώνονται;

- την *εγκυρότητα της γνώσης* και το βαθμό στον οποίο αυτή εξασφαλίζεται μέσα από τις χρησιμοποιούμενες μεθοδολογίες.
- τα *κριτήρια – κανόνες αξιολόγησης* των αποτελεσμάτων της έρευνας της ΔΜ που υιοθετούνται από την ίδια την επιστημονική κοινότητα και συνδέονται με τους δύο προηγούμενους άξονες.

Αν και τα επιστημολογικά ερωτήματα δεν είναι νέα στη ΔΜ, οι απαντήσεις που φαίνεται να υιοθετούνται μεταβάλλονται με το χρόνο και σχετίζονται με την παράδοση που συμμετέχει ο κάθε ερευνητής. Ρητά ή υπόρρητα, οι ερευνητές του χώρου υιοθετούν διαφορετικές προσεγγίσεις και οπτικές, οι οποίες συνήθως φαίνονται στις δημοσιεύσεις τους, χρωματισμένες με το προσωπικό τους ύφος και προτιμήσεις. Αυτές οι διαφορετικές προσεγγίσεις εξετάζονται παρακάτω μέσα από τα διαφορετικά παραδείγματα που είναι ορατά στην έρευνα στην ΔΜ.

3. ΤΑ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΤΗ ΔΜ

Συχνά στη βιβλιογραφία χρησιμοποιείται ο όρος "*παράδειγμα*" (που προέρχεται από το έργο του Kuhn "*Δομή των επιστημονικών επαναστάσεων*") για να περιγράψει ένα *συνολικό και συνεκτικό τρόπο να δει κανείς τα φαινόμενα και την έρευνα για αυτά*. Συναρτημένη στο παράδειγμα είναι η *επιστημονική κοινότητα* – το σύνολο των επιστημόνων που βλέπουν τον κόσμο μέσα από τους φακούς αυτού του παραδείγματος, που λύνουν τους "γρίφους" και τα προβλήματα που θέτει το παράδειγμα και εκπαιδεύουν τις επόμενες γενιές μέσα από αυτό.

Ο Ernest (1998) αναγνωρίζει την ύπαρξη διαφορετικών ερευνητικών παραδειγμάτων στην εκπαιδευτική έρευνα, το καθένα με τις δικές του παραδοχές σχετικά με την ύπαρξη του κόσμου (οντολογία), τη φύση της γνώσης (επιστημολογία), και τον τρόπο απόκτησής της (μεθοδολογία). Αναφέρει τρία κύρια παραδείγματα, το επιστημονικό (scientific) ή θετικιστικό, το ερμηνευτικό και το κριτικό. Μια τέτοια ταξινόμηση στηρίζεται στο έργο του J. Habermas για την έρευνα στις κοινωνικές επιστήμες (Carr, 1985) και του T. Popkewitz για την εκπαιδευτική έρευνα (Romberg, 1992). Αν και δεν είναι η μοναδική, θεωρούμε ότι αυτή η ταξινόμηση είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για την εξέταση των επιστημολογικών υποθέσεων που υιοθετούνται στα πλαίσια της ΔΜ.

Η ύπαρξη των διαφορετικών αυτών παραδειγμάτων δεν υπονοεί ότι θα μπορούσε να γίνει μια αυστηρή κατάταξη της έρευνας και πολύ περισσότερο των ερευνητών της ΔΜ σε αντίστοιχα στεγανά τμήματα.

3.1 Θετικιστικό παράδειγμα

Το *επιστημονικό (ή θετικιστικό) παράδειγμα* προέρχεται από τον ορθολογισμό και τις επιστημονικές μεθόδους των φυσικών επιστημών, της πειραματικής ψυχολογίας κλπ. Κεντρική θέση κατέχει η αναζήτηση γενικών νόμων και η επιδίωξη αντικειμενικότητας, πρόβλεψης και επαναληψιμότητας. Η έμφαση δίνεται κυρίως στις ποσοτικές μεθόδους αλλά μπορεί να χρησιμοποιούνται και κάποιες ποιοτικές.

Ο Popkewitz (αναφέρεται στο Romberg, 1992) περιγράφει τις εξής αλληλοσχετιζόμενες υποθέσεις που διαμορφώνουν το θετικιστικό παράδειγμα:

- η καθολικότητα της θεωρίας
- η δέσμευση σε μια αμερόληπτη επιστήμη, στην ανεξαρτησία της από τις αξίες και τους στόχους των ανθρώπων

- η πεποίθηση ότι ο κοινωνικός κόσμος αποτελείται από διακριτές μεταβλητές οι οποίες αλληλεξαρτώνται με αιτιώδεις σχέσεις
- η πεποίθηση της τυποποιήσιμης γνώσης που περιέχει την σαφήνεια και ακρίβεια των μεταβλητών πριν την έρευνα
- η εμπιστοσύνη στα μαθηματικά κατά τη διαμόρφωση της θεωρίας, που περιέχει την ποσοτικοποίηση των μεταβλητών και την λογικοπαραγωγική δομή της γνώσης.

Μια χαρακτηριστική θετικιστική προσέγγιση για τη ΔΜ βρίσκουμε στο πρώτο συνέδριο ICME: "Έχω ελάχιστες ελπίδες ... μέχρι να μετατρέψουμε τη ΔΜ σε μια πειραματική επιστήμη... Πρέπει να ακολουθήσουμε τις διαδικασίες που χρησιμοποιούν οι συνάδελφοί μας στη φυσική, τη χημεία, τη βιολογία κλπ με σκοπό να οικοδομήσουμε μια θεωρία της μαθηματικής εκπαίδευσης ... " (Begle, 1969)

Η συνήθης εφαρμογή του θετικιστικού παραδείγματος στη ΔΜ είναι η εξέταση μεταβλητών σχετικών με την τάξη και το μαθητή και η αναζήτηση συσχετίσεων μεταξύ αυτών. Οι πειραματικές μέθοδοι, στις οποίες οι τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής αλλάζουν μετά από ελεγχόμενη αλλαγή στις τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής, εκφράζουν την προσπάθεια ανακάλυψης *κανονικοτήτων και αιτιωδών σχέσεων*. Οι ποσοτικές έρευνες που χρησιμοποιούν στατιστικά εργαλεία συνιστούν προσπάθειες διατύπωσης *στατιστικών νόμων* για την περιγραφή, εξήγηση και πρόβλεψη των φαινομένων.

Παρόλα τα πλεονεκτήματα που αποδίδονται στις θετικιστικές προσεγγίσεις (αξιοπιστία και εγκυρότητα των συμπερασμάτων της έρευνας, γενικευσιμότητά τους στον πληθυσμό) και παρά την κυριαρχία του σε πολλά πεδία της επιστημονικής δραστηριότητας, το θετικιστικό παράδειγμα έχει υποστεί σκληρή κριτική.

Οι μέθοδοι που αναπτύχθηκαν σε άλλα πεδία έρευνας (βιολογία, ιατρική, αγροτική τεχνολογία) μεταφέρθηκαν στην εκπαίδευση. Αλλά στα πεδία που αναπτύχθηκαν οι στατιστικές μέθοδοι του ελέγχου υποθέσεων, μπορεί να ελεγχθεί η επίδραση άλλων μεταβλητών εκτός της ανεξάρτητης και της εξαρτημένης, *κάτι που σπανίως μπορεί να γίνει στην εκπαιδευτική έρευνα* (Kilpatrick, 1992). Στη ΔΜ η απομόνωση και ο έλεγχος των μεταβλητών είναι πολύ δύσκολη υπόθεση, και ποτέ δεν επιτυγχάνεται πλήρως. Για παράδειγμα, οι διαφορετικές συνθήκες διδασκαλίας στις δύο όμοιες ομάδες (πειραματική και ελέγχου) ενός πειράματος δημιουργούν πολλές αμφιβολίες για το ποιος παράγοντας προκάλεσε την αλλαγή στην εξαρτημένη μεταβλητή (π.χ. την επίδοση των μαθητών σε ένα τεστ).

Αλλά προχωρώντας περισσότερο, *γιατί να θέλουμε να απομονώσουμε τους παράγοντες που επηρεάζουν ένα φαινόμενο;* Είναι πλέον αποδεκτό ότι η ίδια η πολυπλοκότητα των φαινομένων και οι πολλές όψεις τους είναι τα χαρακτηριστικά που κάνουν τα φαινόμενα να είναι αυτά που είναι. Αν μπορούσαν να αναλυθούν σε διακριτούς παράγοντες δεν θα ήταν τα ίδια. Τα συστήματα που αποτελούν προτεραιότητα για τη ΔΜ

"είναι πολύπλοκα, δυναμικά, συνεχώς προσαρμοζόμενα και αυτορυθμιζόμενα συστήματα, και οι συμπεριφορές τους και οι "τρόποι σκέψης" τους δεν μπορούν να περιγραφούν με τεχνητούς τρόπους χρησιμοποιώντας απλοϊκούς κανόνες εισόδου – εξόδου (ή απλές αλγεβρικές ή πιθανολογικές εξισώσεις) που αγνοούν αναδυόμενα φαινόμενα και κύκλους ανατροφοδότησης, στους οποίους δεύτερης τάξης επιδράσεις συχνά υπερτερούν των επιδράσεων πρώτης τάξης. ...[Οι παράγοντες] μπορεί να μην είναι δυνατό να απομονωθούν γιατί η φύση τους μπορεί να αλλάξει αν διαχωριστούν από τα πολύπλοκα ολιστικά συστήματα στα οποία είναι ενσωματωμένοι" (English, Tirosh, Jones, Bartolini & Lesh, 2002).

Η ισχυρή εμπιστοσύνη προς τις στατιστικές μεθόδους δείχνει, σύμφωνα με την Batanero (2000) ότι προσδοκούμε από αυτές "περισσότερα από αυτά που μπορούν να

μας παρέχουν και στο βάθος αυτής της προσδοκίας είναι το φιλοσοφικό πρόβλημα της εύρεσης επιστημονικών κριτηρίων για να δικαιολογήσουμε τους επαγωγικούς συλλογισμούς". Ακόμα κι αν οι χειρισμοί μας μέσα στο τυπικό σύστημα της στατιστικής είναι σωστοί, "δεν υπάρχει εγγύηση ότι η ερμηνεία των αποτελεσμάτων του τυπικού συστήματος θα αντανακλούν με ακρίβεια πλευρές του πραγματικού κόσμου..." (Schoenfeld, 2002). Η Adda (1998), αναφερόμενη στις στατιστικές αναλύσεις ερωτηματολογίων, δηλώνει: "Ξέρουμε τώρα ότι η ερμηνεία των απαντήσεων στις ερωτήσεις δεν είναι καθόλου προφανής. Αντιθέτως, εκεί βρίσκεται η πολυπλοκότητα."

Με τη χρήση παραδοσιακών ποσοτικών μεθόδων, συχνά αγνοούνται τα διυποκειμενικά νοήματα που διαμορφώνονται κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδράσεων στην τάξη. Αυτά τα νοήματα είναι έξω από το οπτικό πεδίο τέτοιων μεθόδων, *δεν είναι ούτε αναγνωρίσιμα, ούτε μετρήσιμα από αυτές* (Eisenhart, 1988). Κι όμως είναι αυτά που ίσως ερμηνεύουν το πώς αναδύονται και εξελίσσονται τα φαινόμενα.

3.2 Ερμηνευτικό παράδειγμα

Το *ερμηνευτικό παράδειγμα* αναπτύχθηκε από τις κοινωνιολογικές μεθόδους, την ανθρωπολογία και την εθνογραφία. Η κεντρική έννοια που βρίσκεται στη βάση αυτού του παραδείγματος είναι η έννοια της *ερμηνείας* που αντικαθιστά την έννοια της νομολογικής εξήγησης (Hollis, 2005, Ernest, 1998).

Το ζητούμενο δεν είναι να εξηγήσουμε τις πράξεις με σχήματα βασισμένα στη σχέση αιτίου - αποτελέσματος, αλλά να τις εντάξουμε σε ένα γενικότερο σύστημα σκοπών, επιδιώξεων και πεποιθήσεων του ατόμου και σε ένα πλαίσιο κοινωνικών κανόνων και πρακτικών της ομάδας, και έτσι να τις κάνουμε κατανοητές. "Αντί να

αναζητάμε τις αιτίες της συμπεριφοράς των υποκειμένων, επιδιώκουμε να συλλάβουμε το νόημα της δράσης" (Hollis, 2005, σ.31)

Το ερμηνευτικό παράδειγμα στη ΔΜ εκφράζεται μέσα από τις εθνογραφικές προσεγγίσεις, τις οπτικές της συμβολικής αλληλεπίδρασης, τις φαινομενολογικές προσεγγίσεις κλπ. Σύμφωνα με την Eisenhart (1988), τα διϋποκειμενικά νοήματα που διαμορφώνονται μέσα στην πρακτική της τάξης των μαθηματικών είναι νοήματα και νόρμες υπόρρητες που συγκροτούνται μέσα στη δράση και την αλληλεπίδραση των μαθητών και των δασκάλων. Έτσι, μπορεί να έχει πρόσβαση σ' αυτά μόνο ένας εσωτερικός παρατηρητής που ζει μέσα στην τάξη είτε συμμετέχοντας στη διδασκαλία, είτε όχι. Ο ρόλος του ερευνητή είναι αυτός του *συμμέτοχου*, του "εκ των έσω" ερμηνευτή και όχι εκείνος του θεατή ή εξωτερικού παρατηρητή όπως στις θετικές εμπειρικές επιστήμες.

Συνέπεια των ερμηνευτικών προσεγγίσεων είναι και ο προσανατολισμός κυρίως σε *ποιοτική* ερευνητική μεθοδολογία. Το χαρακτηριστικό των ποιοτικών μεθόδων δεν είναι απλώς η χρήση και παρουσίαση μη ποσοτικών, μη αριθμητικών δεδομένων. Κυρίως είναι η προσπάθεια σύλληψης της πολυπλοκότητας και του πολυπαραγοντικού χαρακτήρα των φαινομένων που καθιστά αναγκαία την *προσπάθεια εγκατάστασης δεσμών* (εύθραυστων και προσωρινών, έστω) μεταξύ ερευνητή και μαθητών (ή/και δασκάλων), με σκοπό να γίνουν κατανοητές οι εμπειρίες τους και έτσι να επιτευχθεί μια καλύτερη κατανόηση της σκέψης και της δράσης τους. Έτσι, στη θέση των αριθμητικών δεδομένων, συχνά έχουμε καταγραφή ιστοριών που, ανακατασκευάζοντας τα γεγονότα, *επιδιώκουν την ερμηνεία σε βάθος* των τρόπων που οι συμμετέχοντες αντιλαμβάνονται την κατάσταση και δρουν σε συγκεκριμένα πλαίσια. Η διατύπωση αυτών των ιστοριών, ακόμη κι αν μερικές φορές παίρνει τη μορφή αφήγησης, δεν συνεπάγεται αναγκαία μια υποχώρηση από την αυστηρότητα, αφού η τριγωνοποίηση

(αναζήτηση πολλαπλών πηγών και τεκμηρίων και χρήση διαφορετικών μεθόδων) αυξάνει την εγκυρότητα των ερμηνειών.

Οι θεωρίες παρέχουν τα ερμηνευτικά πλαίσια για τη διαδικασία της έρευνας, και συγχρόνως οδηγούν τις παρατηρήσεις του ερευνητή. "...[Π]αρατηρούμε αυτό που είμαστε εκπαιδευμένοι να παρατηρήσουμε, και αυτό που μας φαίνεται αντιφατικό ή μας εκπλήσσει" (Mason, 1998). Κανείς άνθρωπος δεν αντιλαμβάνεται την πραγματικότητα όπως είναι. Ερμηνεύουμε τα αισθητηριακά μας δεδομένα μέσω συνειδητών ή ασυνειδητών μηχανισμών φιλτραρίσματος. Ειδικότερα, κάθε προσπάθεια του ερευνητή να κωδικοποιήσει τις αντιλήψεις του για τον κόσμο, αποτελεί μια ενέργεια επιλογής και ενέχει μια θεωρητική δέσμευση (Schoenfeld, 2002).

Οι κριτικές που απευθύνονται προς το ερμηνευτικό παράδειγμα σχετίζονται κυρίως με το πρόβλημα της *αντικειμενικότητας των ερμηνειών* του ερευνητή. Το πρόβλημα αυτό υπάρχει με τον ένα ή τον άλλο τρόπο για όλη την έρευνα, αλλά στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος μπορεί να οδηγήσει σε μια στάση *ακραίου σχετικισμού* από την οποία ο ερευνητής δεν μπορεί να διακρίνει ότι κάποιες συμπεριφορές είναι καλύτερες από κάποιες άλλες ή ότι κάποιες ερμηνείες μπορεί να ταιριάζουν περισσότερο από κάποιες άλλες (Eisenhart, 1988).

3.3 Κριτικό παράδειγμα

Το ρεύμα της κριτικής εκπαίδευσης έχει τις πηγές του από τη μια μεριά στην κριτική θεωρία και από την άλλη στην ανεξάρτητη ανάπτυξη από τον Paulo Freire των ιδεών της "*απελευθερωτικής παιδαγωγικής*" (emancipatory pedagogy) (Skovsmose, 1985). Ο Freire, σύμφωνα με την Κολέζα (2006), τονίζει ότι δεν υπάρχει ουδέτερη εκπαιδευτική διαδικασία, αντίθετα, η εκπαίδευση μπορεί να λειτουργήσει με δύο τρόπους:

- ως εργαλείο ενσωμάτωσης της νεότερης γενιάς μέσα στη λογική του παρόντος συστήματος,
- ως "πρακτική ελευθερίας" – πεδίο εξάσκησης της ελευθερίας, επιτρέποντας στους μαθητές να ασχοληθούν κριτικά και δημιουργικά με την πραγματικότητα και να ανακαλύψουν πώς να συμμετέχουν στην αλλαγή του κόσμου τους

Το έργο της εκπαιδευτικής έρευνας, σύμφωνα με το κριτικό παράδειγμα, είναι

"...να φωτίσει τις προϋποθέσεις και τις προκείμενες της κοινωνικής ζωής, ώστε τα άτομα να γνωρίσουν τους εαυτούς τους και την κατάστασή τους, να καταλάβουν τις ευκαιρίες και τα όριά τους και να προσφέρει επιχειρήματα σε αντίθετη κατεύθυνση από την κυρίαρχη κουλτούρα και θεσμούς."

(Romberg, 1992)

Στα σημερινά εκπαιδευτικά συστήματα τα μαθηματικά λειτουργούν ως η σημαντικότερη εισαγωγή στην τεχνολογική κοινωνία, τόσο ως σώμα γνώσεων που διαθέτει (ή όχι) ο σύγχρονος άνθρωπος, όσο και ως ισχυρό φίλτρο επιτυχίας από το οποίο περνούν μόνο κάποιοι. "Είναι μια εισαγωγή που προικίζει ένα μέρος των μαθητών με κατάλληλες τεχνικές δεξιότητες, ενώ συγχρόνως προικίζει όλους τους μαθητές με μια "λειτουργική" (από την άποψη των κυρίαρχων δομών εξουσίας) στάση προς την τεχνολογική κοινωνία." (Skovsmose, 1985)

Έτσι, ο τίτλος "κριτική μαθηματική εκπαίδευση" (critical mathematics education), σύμφωνα με τους Skovsmose & Borba (2004), μπορεί να περιλαμβάνει μια ποικιλία προοπτικών και δραστηριοτήτων οι οποίες ενδιαφέρονται έντονα για

"τις κοινωνικές και πολιτικές πλευρές της μάθησης των μαθηματικών ...την παροχή πρόσβασης σε μαθηματικές ιδέες για όλους ανεξάρτητα από το χρώμα του δέρματος, το φύλλο και την τάξη ... τη χρήση και τη λειτουργία των μαθηματικών στην πράξη, σε προχωρημένες τεχνολογικές εφαρμογές και στην καθημερινή χρήση ... τη ζωή στην τάξη, που πρέπει να είναι ένα δημοκρατικό φόρουμ όπου γίνεται παρουσίαση και διαπραγμάτευση ιδεών ... την ανάπτυξη κριτικού, ενεργού πολίτη".

Σύμφωνα με αυτές τις προσεγγίσεις, η έρευνα στα πλαίσια του κριτικού παραδείγματος δεν εστιάζει μόνο ή κυρίως στο τι συμβαίνει όταν οι μαθητές κάνουν μαθηματικά, αλλά κυρίως στην αλλαγή της πραγματικότητας στην τάξη των μαθηματικών. Επομένως, χωρίς να αποκλείονται ακόμη και ποσοτικές έρευνες (π.χ. που θα αποκάλυπταν φαινόμενα ανισοτήτων στην μάθηση των μαθηματικών) οι ερευνητικές μέθοδοι που απηχούν με τον καλύτερο τρόπο το κριτικό παράδειγμα είναι η συμμετοχική έρευνα και η έρευνα – δράση που στοχεύουν στην αλλαγή της υπάρχουσας κατάστασης.

Ωστόσο, η κυρίαρχη πεποίθηση ότι η γνώση είναι (ή πρέπει να είναι) ανεξάρτητη από τις πολιτικές και ιδεολογικές προτιμήσεις ή προκαταλήψεις, οδηγεί σε μια ισχυρή αμφισβήτηση για το αν ο στόχος των κριτικών θεωριών είναι η γνώση. Έτσι, ο ερευνητής του κριτικού παραδείγματος "...κατηγορείται ότι αγνοεί την πραγματική κατάσταση, ότι δεν ξέρει από πού να ξεκινήσει, ότι κάνει περισσότερο προσηλυτισμό παρά κανονική έρευνα και ίσως ότι επιδεικνύει διανοητική υπεροψία." (Bishop, 1992)

4. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΤΗΣ ΔΜ

Παρά τις αρχικές προσπάθειες συγκρότησης της ΔΜ στο πρότυπο των θετικών εμπειρικών επιστημών (με βασικές λειτουργίες τη νομολογική εξήγηση, την πρόβλεψη και τον έλεγχο των φαινομένων), η ανάπτυξη της ΔΜ οδήγησε στη διαμόρφωση ενός επιστημονικού πεδίου που μοιάζει περισσότερο με άλλα πεδία των ανθρωπιστικών και κοινωνικών επιστημών. Παρακάτω εξετάζουμε ορισμένα χαρακτηριστικά της ΔΜ που την διαφοροποιούν από τις θετικές εμπειρικές επιστήμες (ή τουλάχιστον από τις κυρίαρχες αντιλήψεις για αυτές).

4.1 Πολλαπλότητα των θεωριών και των οπτικών

Μια υπόθεση που οδηγεί την ανάπτυξη σε πολλά επιστημονικά πεδία είναι εκείνη της ενοποίησης των θεωριών και της διαμόρφωσης ενός κυρίαρχου παραδείγματος που καθοδηγεί την έρευνα όλης της επιστημονικής κοινότητας.

Έτσι, η ύπαρξη διαφορετικών παραδειγμάτων στη ΔΜ και ο πολλαπλασιασμός των θεωριών και των οπτικών μπορεί να προκαλεί ανησυχία. Ίσως να έλκει μια ιδεατή κατάσταση συναίνεσης στην επιστημονική κοινότητα για την αναζήτηση ενοποιητικών θεωριών, όμως δεν είναι αυτή η πραγματικότητα της ΔΜ. Ακόμα και στη Φυσική – μια ώριμη επιστήμη με αρκετούς αιώνες ζωής και συμβολή χιλιάδων επιστημόνων – η "μεγάλη ενοποίηση" των θεωριών προς το παρόν παραμένει όνειρο.

Οι οπτικές, με τις οποίες επιχειρείται να γίνει κατανοητό ένα φαινόμενο της τάξης των μαθηματικών, συχνά είναι τόσο διαφορετικές που μοιάζει να μελετούν διαφορετικά φαινόμενα. Είναι χαρακτηριστικές οι διαφορές μεταξύ των γνωστικών προσεγγίσεων που εστιάζουν στο άτομο και των κοινωνικοπολιτισμικών προσεγγίσεων που εστιάζουν στο περιβάλλον, τις πρακτικές και την κουλτούρα της τάξης. Οι Even & Schwarz (2003) ανάλυσαν ένα μάθημα μιας τάξης μέσα από αυτές τις δύο οπτικές. Οι διαφορετικές προσεγγίσεις οδηγούσαν σε διαφορετικές ερμηνείες και κατανοήσεις του μαθήματος: η μία αναδείκνυε τις γνωστικές δυσκολίες των μαθητών με τις διαφορετικές αναπαραστάσεις των συναρτήσεων, ενώ η άλλη έδειχνε τη διαφορά κινήτρων, στόχων και πεποιθήσεων μεταξύ δασκάλας και μαθητών. Οι ερευνητές διαπιστώνουν τις διαφορές μεταξύ ερωτημάτων, μεθόδων και αποτελεσμάτων, αλλά και την αλληλεξάρτηση μεταξύ θεωρητικών πλαισίων και γεγονότων: "τα γεγονότα είναι γεγονότα μόνο μέσα σε κάποιο θεωρητικό πλαίσιο". Διαπιστώνεται λοιπόν συχνά μια ασυμβατότητα μεταξύ θεωρητικών οπτικών και μένει ανοικτό το ερώτημα αν αυτές οι οπτικές μπορούν να θεωρηθούν συμπληρωματικές και πολύ περισσότερο το αν

μπορούμε να ελπίζουμε σε μια ανάπτυξη ριζικά διαφορετικών θεωριών που θα ολοκληρώνουν και συγχρόνως θα υπερβαίνουν τις ασύμβατες οπτικές.

Συγχρόνως αναγνωρίζεται ότι δεν υπάρχει μία μοναδική "σωστή" οπτική. Η *πολλαπλότητα φαίνεται να είναι αναγκαία* και οι διαφορετικές οπτικές αποτελούν πλούτο από τον οποίο ο ερευνητής αντλεί κατά τη μελέτη των πολύπλευρων φαινομένων. Οι Mason & Waywood (1996) κάνουν τον παραλληλισμό με τις αντιφατικές οπτικές που χρησιμοποιούνται στη Φυσική για τη μελέτη του φωτός. Υπάρχουν φαινόμενα που μπορούν να εξηγηθούν μόνο αν αντιμετωπίσει κανείς το φως ως κύμα και άλλα που πρέπει να δει το φως ως σωματίδια. Το ίδιο είναι πιθανό να είναι αλήθεια για την ΔΜ. "Αντί να υποστηρίζουν την αποκλειστικότητα, οι άνθρωποι όλο και περισσότερο αναγνωρίζουν ότι κάθε λόγος [discourse] παρέχει έναν τρόπο να βλέπουν και να μιλούν ... Αλλά η πολλαπλότητα δεν είναι εύκολο να γίνει αποδεκτή." (Mason & Waywood, 1996)

Η χρήση διαφορετικών οπτικών συνοδεύεται από μια αυξανόμενη ποικιλία ερευνητικών μεθοδολογιών. Σύμφωνα με τους English et al (2002)

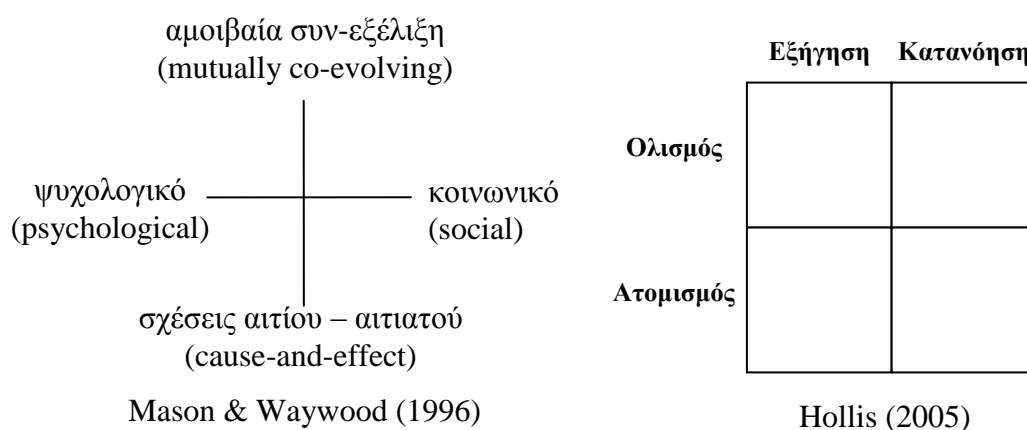
" [Η έρευνα στη ΔΜ] δεν είναι έρευνα στις φυσικές επιστήμες ή στις επιστήμες της ζωής, δεν είναι εφαρμοσμένη στατιστική, και δεν είναι εύκολη. Ειδικότερα, κανένα μέσο κατανόησης δεν είναι από μόνο του επαρκές, και κανένα απλό στυλ έρευνας δεν θα μας πάει πολύ μακριά από μόνο του, ανεξάρτητα από το αν βασίζεται στις ποιοτικές ή τις ποσοτικές μεθοδολογίες."

4.2 Ερμηνευτική κατανόηση αντί της αιτιώδους εξήγησης

Οι Mason & Waywood (1996) αναφέρουν ότι οι διαφορετικές προσεγγίσεις για τα φαινόμενα που ενδιαφέρουν τη ΔΜ και για τη γνώση που μπορούμε ή/και θέλουμε να έχουμε για αυτά, μπορούν να ειπωθούν ως πάλι μεταξύ αντιθέτων σε δύο άξονες:

- στον ένα άξονα, από τη μια μεριά έχουμε τις εξηγήσεις τύπου "αιτίου-αιτιατού" και από την άλλη την αμοιβαία συν-εξέλιξη ως διαδικασία ή μηχανισμό που η κατανόησή του εξηγεί τα φαινόμενα
- στον άλλο άξονα έχουμε την αντίθεση μεταξύ της έμφασης στον ψυχολογικό παράγοντα και της έμφασης στους κοινωνικοπολιτισμικούς παράγοντες.

Ο Hollis (2005) δομεί την εισαγωγή του στη "φιλοσοφία των κοινωνικών επιστημών" πάνω σε έναν 2x2 πίνακα διπλής εισόδου. Η μία διάσταση περιλαμβάνει την εξήγηση (αναζήτηση αιτιωδών σχέσεων) και την κατανόηση (ερμηνεία των νοημάτων). Η άλλη διάσταση περιλαμβάνει τον ατομισμό (η έμφαση στο άτομο) και τον ολισμό (η έμφαση στις κοινωνικές συλλογικότητες). Συγκρίνοντας τις δύο περιγραφές βλέπουμε ότι έχουν πολλά κοινά χαρακτηριστικά και μπορούν να δώσουν μια σχηματική εικόνα των προσεγγίσεων για τη ΔΜ.



Επιπλέον και οι δύο συγγραφείς διατυπώνουν τα δίπολα περισσότερο ως συνεχή φάσματα παρά ως αποκλειστικά διλήμματα. Έτσι, ακόμα κι αν γίνει αποδεκτή η αναζήτηση αιτιωδών εξηγήσεων των κοινωνικών φαινομένων, αυτό μπορεί να γίνει στα πλαίσια του ερμηνευτικού παραδείγματος, μέσα από μια περισσότερο ρεαλιστική προσέγγιση της αιτιότητας. Οι θετικιστικές προσεγγίσεις αντιλαμβάνονται την αιτιώδη

εξήγηση ως ανακάλυψη κανονικοτήτων και επαναλαμβανόμενων συσχετίσεων μεταβλητών, απομονωμένων από το πλαίσιο και ανεξάρτητων από τα νοήματα που κατασκευάζουν τα άτομα. Αντί αυτής, προτείνεται η αναζήτηση των μηχανισμών και διαδικασιών που εξηγούν τη γένεση, εξέλιξη και εκδήλωση των φαινομένων και συμπεριλαμβάνουν το πλαίσιο στο οποίο εμφανίζονται και τα νοήματα που κατασκευάζονται ως θεμελιώδη και αναπόσπαστα χαρακτηριστικά αυτών των αιτιωδών διαδικασιών (Maxwell, 2004).

4.3 Τεκμήρια: οι "αποδείξεις" στη ΔΜ

Η πολυπλοκότητα των φαινομένων και η εγκατάλειψη της προσπάθειας εξήγησής τους με όρους αιτίου – αποτελέσματος έχει συνέπειες και στην έννοια της "απόδειξης" των ισχυρισμών. Οι ισχυρισμοί που διατυπώνονται στα πλαίσια της ΔΜ υποστηρίζονται από εμπειρικά δεδομένα και ισχυρά τεκμήρια, αλλά όχι από άκαμπτες και αδιαμφισβήτητες αποδείξεις. *Αποδείξεις (με την αυστηρή έννοια που έχει η απόδειξη στα μαθηματικά) δεν παρέχονται για κανέναν ισχυρισμό στη ΔΜ. Αυτό εξάλλου συμβαίνει και σε άλλα επιστημονικά πεδία. Για παράδειγμα, σχετικά με τη βιολογική θεωρία της εξέλιξης, μπορεί να υπάρχουν "βουνά στοιχείων και ενδείξεων συνεπών με αυτόν τον ισχυρισμό, να μην υπάρχει καθαρή ένδειξη που να τον αντικρούει, και καμία αντίπαλη υπόθεση να μην ικανοποιεί τα ίδια κριτήρια"* (Schoenfeld, 2000) αλλά απόδειξη δεν υπάρχει. Η έννοια λοιπόν των τεκμηρίων είναι εκείνη των *στοιχείων και ενδείξεων που συσσωρευόμενα και επαναλαμβανόμενα δεν αφήνουν περιθώρια λογικής αμφιβολίας* για την ισχύ κάποιου συμπεράσματος στα πλαίσια μιας θεωρίας.

Και πάλι όμως αυτά τα, πέραν κάθε λογικής αμφιβολίας, συμπεράσματα της έρευνας, συνήθως δεν μπορούμε να τα εκλαμβάνουμε ως οριστικά και τελεσίδικα, αλλά μάλλον ως *προσωρινά και υπό δοκιμή*. Για παράδειγμα, τα πειράματα του Piaget για τη

διατήρηση του αριθμού στα παιδιά προσχολικής ηλικίας χρειάστηκε να επαναληφθούν κι από άλλους ερευνητές, να τροποποιηθούν, να εξεταστούν κι άλλες πλευρές, μέχρι να μπορέσουν να διατυπωθούν πιο ασφαλή συμπεράσματα.

Εξάλλου, μια από τις σημαντικότερες συμβολές της αναλυτικής επιστημολογίας στο δεύτερο μισό του 20ου αιώνα είναι η διάγνωση του μύθου των αληθών (ή ορθών) επιστημονικών θεωριών και η αντικατάσταση της αναζήτησης της αλήθειας με όρους μετάβασης προς θεωρίες που είναι περισσότερο χρήσιμες και λιγότερο διαψευσμένες από τις προγενέστερες.

"...με την έννοια του Popper, η χρησιμότητα των θεωριών δεν έχει σχεδόν καμία σχέση με την ορθότητά τους. ... Η σαφήνεια και όχι η ορθότητα είναι αναγκαία για να οδηγήσει τη διαδικασία της έρευνας και την επικοινωνία με τους άλλους. Το να κάνουμε λάθη δεν είναι τόσο κακό πράγμα, αν μπορούμε να τα χρησιμοποιήσουμε για να έχουμε πρόοδο." (Hiebert, 1998)

5. ΚΑΝΟΝΕΣ ΚΑΙ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΣΤΗ ΔΜ

Στο διάστημα των σαράντα περίπου χρόνων από την ίδρυση των πρώτων συνεδρίων και περιοδικών στο χώρο της ΔΜ, η συζήτηση για τους κανόνες και τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας είναι συνεχής (Hart, 1998, Kilpatrick, 1993, Lester & Lambdin 1998, Romberg, 1992, Schoenfeld, 2002, Howe & Eisenhart, 1990, Eisenhart 2006) και μερικές φορές έντονη. Μέσα από αυτήν αναδεικνύεται το ενδιαφέρον της κοινότητας για την ποιότητα και τη αξία της έρευνας σε ένα επιστημονικό πεδίο το οποίο μέσα στο μικρό χρόνο ζωής του υπέστη σημαντικές μετατοπίσεις και στροφές.

Η κυριαρχία του θετικιστικού παραδείγματος στη ΔΜ (και γενικότερα στην εκπαιδευτική έρευνα) κατά τα πρώτα χρόνια ανάπτυξής της, οδήγησε στην υιοθέτηση των κανόνων και κριτηρίων που ίσχυαν στις εμπειρικές θετικές επιστήμες: αντικειμενικότητα, αξιοπιστία των μετρήσεων, εγκυρότητα και γενικευσιμότητα των

συμπερασμάτων. Αυτά τα κριτήρια απηχούσαν από τη μια μεριά το είδος της επιδιωκόμενης γνώσης (απόλυτη, καθολική, ανεξάρτητη από τον ερευνητή) και από την άλλη μεριά τις μεθόδους για την απόκτησή της (πειράματα, επισκοπήσεις και χρήση στατιστικών μεθόδων ανάλυσης).

Η αύξηση της χρήσης ποιοτικών μεθόδων που αναγνώριζαν την υποκειμενικότητα, την αξία των ιδιαίτερων και μη γενικεύσιμων χαρακτηριστικών, τις ολιστικές προσεγγίσεις, οδήγησε σε μια έντονη συζήτηση για τους κανόνες και τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας, που είναι γνωστή ως "αντιπαράθεση ποιοτικών – ποσοτικών μεθόδων" (qualitative – quantitative debate).

Η υποχώρηση του θετικιστικού προτύπου για την έρευνα δεν σήμανε την εγκατάλειψη της ανάγκης ύπαρξης κριτηρίων, ούτε και την πλήρη απόρριψη των μέχρι τότε αποδεκτών κριτηρίων. "Η εγκατάλειψη του θετικισμού δεν συνεπάγεται την εγκατάλειψη των κανόνων της αντικειμενικότητας και του ορθολογισμού ...αλλά [αυτοί] πρέπει να θεωρηθούν ευρέως ερμηνευμένοι ..." (Howe & Eisenhart, 1990).

Στα πλαίσια των νεότερων προσεγγίσεων, τα κριτήρια αξιολόγησης της έρευνας δεν γίνονται αντιληπτά ως αυστηροί και άκαμπτοι κανόνες που επιβάλλονται στην ερευνητική κοινότητα από κάποια εξωτερική επιστημολογική δέσμευση ή συμβατική απαίτηση, αλλά μάλλον ως γενικές, ευέλικτες και διαπραγματεύσιμες κατευθύνσεις που προκύπτουν μέσα από τη δράση της κοινότητας. *Η διαμόρφωση και η κριτική εφαρμογή των κριτηρίων αξιολόγησης είναι μια συνεχής διαδικασία που είναι μέρος της δραστηριότητας της επιστημονικής κοινότητας.*

5.1 Μια ταξινόμηση των κριτηρίων αξιολόγησης της έρευνας

Μια ταξινόμηση των κριτηρίων θα μπορούσε να αποδώσει μια πιο συνεκτική εικόνα τους και έτσι μια καλύτερη εικόνα της ποιότητας της έρευνας στη ΔΜ. Η Zan (1999)

θεωρεί ότι μια ομαδοποίηση των κριτηρίων θα κατέληγε στα εξής: *σημασία* (relevance), *εγκυρότητα* (validity), *επαναληψιμότητα* (replicability). Ο Schoenfeld (2002) για την ταξινόμηση των ερευνητικών αποτελεσμάτων προτείνει ένα μοντέλο τριών διαστάσεων: *γενικότητα ή εύρος*, *πειστικότητα* (trustworthiness), *σημαντικότητα* (importance).

Ακολουθώντας τους δύο προαναφερθέντες ερευνητές υιοθετούμε μια ταξινόμηση των κριτηρίων σε τρεις κατηγορίες:

- *σημαντικότητα*, που διερευνά τη συμβολή της έρευνας στην κατανόηση των φαινομένων και στη βελτίωση της πρακτικής. Αυτή περιλαμβάνει την πρωτοτυπία, τη χρησιμότητα της έρευνας τόσο για την ερευνητική κοινότητα όσο και για τους εκπαιδευτικούς της πράξης, την περιγραφική, την εξηγητική και την προβλεπτική δύναμη των θεωριών και των μοντέλων.
- *πειστικότητα*, που αναζητά τα ισχυρά τεκμήρια και τα πειστικά επιχειρήματα που στηρίζουν τα συμπεράσματα του ερευνητή, μέσα από την δική του οπτική. Περιλαμβάνει την αντικειμενικότητα, την αξιοπιστία και την εγκυρότητα, την ακρίβεια και τη σαφήνεια των εννοιών, τη διαψευσιμότητα των ισχυρισμών, την αποτελεσματική εφαρμογή των μεθόδων και τη συνοχή τους με τα ερευνητικά ερωτήματα.
- *γενικευσιμότητα*, που αναφέρεται στην γενίκευση των συμπερασμάτων στον πληθυσμό και περιλαμβάνει την επαναληψιμότητα της έρευνας, την εγκυρότητα των συμπερασμάτων και το εύρος των φαινομένων που καλύπτονται.

5.2 Μετατοπίσεις και στροφές στις σύγχρονες προσεγγίσεις

Η προσπάθεια από τη μια μεριά να αποφευχθούν οι αγκυλώσεις του παρελθόντος και από την άλλη να απαντηθούν οι δύσκολες ερωτήσεις που θα ωθήσουν τη ΔΜ μπροστά,

δεν είναι εύκολη. Επιχειρώντας μια τέτοια προσέγγιση, οι English et al (2002) θεωρούν ότι οι λίστες που χρησιμοποιούνταν μέχρι πρόσφατα για να περιγράψουν τη δραστηριότητα των ερευνητών στις διαδοχικές φάσεις της έρευνας (π.χ. Romberg, 1992), είναι σε μεγάλο βαθμό ακατάλληλες για να περιγράψουν αυτό που αποτελεί σήμερα το πιο παραγωγικό μέρος της έρευνας στη ΔΜ.

"Πρώτον, η ανάπτυξη χρήσιμης γνώσης δεν περιορίζεται σε απάντηση ερωτημάτων και έλεγχο υποθέσεων. Δεύτερον, ο σχεδιασμός μοντέλων, εννοιολογικών εργαλείων και άλλων προϊόντων της έρευνας συχνά εμπλέκουν κυκλικές και επαναλαμβανόμενες διαδικασίες ...[που] δεν μπορούν να προσαρμοστούν σε μια γραμμική ανάπτυξη της γνώσης στη μορφή της γραμμής συναρμολόγησης. Τρίτον, η διαχωριστική γραμμή μεταξύ ερευνητών και υποκειμένων δεν είναι καθόλου καθαρή ... Τέταρτον, επειδή τα συστήματα που μελετώνται είναι πολύπλοκα, δυναμικά και συνεχώς προσαρμοζόμενα, οι ερευνητές συχνά πρέπει να εγκαταλείπουν την αντίληψη της αμερόληπτης αντικειμενικότητας και της απλοϊκής επαναληψιμότητας. Ομοίως οι απλοϊκές ιδέες της αξιοπιστίας και της εγκυρότητας πρέπει να επανερμηνευτούν ώστε να είναι συνεπείς με τις σύγχρονες θεωρητικές οπτικές" (English et al, 2002).

Παρακάτω αναφερόμαστε ενδεικτικά στις μετατοπίσεις που έχουν σημειωθεί στις προσεγγίσεις ορισμένων κανόνων – κριτηρίων της έρευνας που εντάσσονται στην κατηγορία της πειστικότητας. Ανάλογες μετατοπίσεις μπορούν να ανιχνευθούν στα περισσότερα από τα κριτήρια της έρευνας, αλλά εδώ περιοριζόμαστε σε αυτά που κυρίως σχετίζονται με τα επιστημολογικά ερωτήματα για τη φύση και την εγκυρότητα της γνώσης που επιδιώκεται στα πλαίσια της ΔΜ.

προβλεψιμότητα

Αν και η πρόβλεψη των φαινομένων θεωρείται (τουλάχιστον στα πλαίσια της αναλυτικής επιστημολογίας) μια βασική λειτουργία της επιστημονικής δραστηριότητας, τα τελευταία χρόνια φαίνεται να αυξάνονται μέσα στη ΔΜ οι φωνές που μιλούν για μη

προβλεψιμότητα των φαινομένων. Οι Lester & William (2002) διατυπώνουν την άποψη ότι "ακόμα κι όταν συλλέγουμε τα "σωστά" δεδομένα, τα φαινόμενα αλληλεπιδρούν μεταξύ τους με τρόπους που είναι πιθανόν αδύνατο να προβλεφθούν". Για παράδειγμα, λόγω της ευαισθησίας των εκπαιδευτικών φαινομένων, πολύ μικρές διαφορές οφειλόμενες σε απρόβλεπτες αποφάσεις του δασκάλου, μπορεί να οδηγήσουν σε πολύ διαφορετικές κατευθύνσεις τη δυναμική της τάξης κατά την υλοποίηση καινοτομιών (Malara & Zan, 2002). Τέτοιες σκέψεις οδηγούν στην αντιμετώπιση των αντικειμένων μελέτης της ΔΜ ως πολύπλοκων συστημάτων, με θεμελιώδες χαρακτηριστικό τους τη μη προβλεψιμότητα (Davis & Simmt, 2003, English, et al, 2002).

αντικειμενικότητα

Προερχόμενη από τις θετικές επιστήμες, η αντικειμενικότητα παραδοσιακά είναι συνδεδεμένη με την έννοια της υπερβατικής αλήθειας και της ανεξαρτησίας της γνώσης από τον γνώστη. Μια τέτοια "αμερόληπτη αντικειμενικότητα" προϋποθέτει την ουδέτερη παρατήρηση, την αποστασιοποίηση του παρατηρητή από τη θεωρία, την απελευθέρωση από οποιαδήποτε αξιολογική κρίση. Αυτή η προσέγγιση έχει δεχθεί συντριπτικές κριτικές ακόμα και για τις θετικές εμπειρικές επιστήμες (Kuhn, 2004, Lakatos, 1986). Σε ακόμα μεγαλύτερο βαθμό η "αμερόληπτη αντικειμενικότητα" είναι αμφισβητούμενη στις κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες.

Στην εκπαιδευτική έρευνα γενικά, και στη ΔΜ ειδικότερα, αναγνωρίζεται η ανάγκη επανακαθορισμού της έννοιας της αντικειμενικότητας.

"Αντί να αναζητούμε τη χίμαιρα της αποδείξιμης βεβαιότητας, επηρεασμένοι από τον προεξάρχοντα ρόλο των μαθηματικών ως πηγή βεβαιότητας, είναι δυνατό να βρούμε μια ικανοποιητική θέση που αναγνωρίζει την υποκειμενικότητα, την υιοθετεί, και βρίσκει την αντικειμενικότητα στην υπέρβαση μάλλον παρά στην απόρριψη της φανεράς υποκειμενικότητας" (Mason, 1998).

Αυτό σημαίνει την προσπάθεια του ερευνητή να συνειδητοποιήσει τις προκαταλήψεις του, να τις αναγνωρίσει και να αποκλείσει όσες και όσο είναι δυνατό. Αυτό δεν είναι εύκολο ούτε προφανές, αφού ακόμα και στη φάση της συλλογής των δεδομένων υπεισέρχονται προκαταλήψεις, όπως για παράδειγμα τι και ποιον θα παρακολουθεί η κάμερα κατά τη βιντεοσκόπηση μιας τάξης, ποιες ερωτήσεις θα περιληφθούν σε ένα ερωτηματολόγιο κλπ. (Romberg, 1992). Η αναγνώριση των προκαταλήψεων οδηγεί στην αναζήτηση όλων εκείνων των τεκμηρίων που θα δείχνουν το αν και κατά πόσο αυτές (οι προκαταλήψεις) επηρέασαν την πορεία της έρευνας. Οδηγεί επίσης στην ανάγκη ο ίδιος ο ερευνητής να αμφισβητεί τα συμπεράσματά του, στην προσπάθεια της ενδυνάμωσης της δικαιολόγησής τους.

εγκυρότητα

Η αξιοπιστία των αποτελεσμάτων και η εγκυρότητα των συμπερασμάτων είναι βασικοί παράγοντες της πειστικότητας κάθε ερευνητικού αποτελέσματος. Η εγκυρότητα αναφέρεται στο βαθμό δικαιολόγησης των συμπερασμάτων και των ερμηνειών του ερευνητή και η παραδοσιακή προσέγγιση περιείχε έννοιες όπως: φαινομενική εγκυρότητα (face validity), εγκυρότητα περιεχομένου (content validity), εγκυρότητα εννοιολογικής κατασκευής (construct validity).

Οι σύγχρονες προσεγγίσεις συνήθως υιοθετούν μια ευρύτερη αντίληψη για την εγκυρότητα. Επειδή η έννοια αυτή συνδέεται με ερωτήματα σχετικά με το *τι συνιστά γνώση* και *πώς και από ποιον κρίνεται ως έγκυρη* αυτή η γνώση, αναμένεται να υπάρχουν διαφορετικές προσεγγίσεις μέσα από τα διαφορετικά παραδείγματα. Έτσι, η εγκυρότητα των συμπερασμάτων μπορεί να έχει νόημα μόνο μέσα στα πλαίσια μιας θεωρίας. Επιπλέον, η εγκυρότητα αντιμετωπίζεται ως προσωρινή και τοπική έννοια (Mason, 1998) και έτσι διακρίνεται από την γενικευσιμότητα: τα συμπεράσματα μπορεί

να είναι έγκυρα για τις συγκεκριμένες συνθήκες τη συγκεκριμένη στιγμή, αλλά να μην γενικεύονται στον ευρύτερο πληθυσμό.

Η επιδίωξη της εγκυρότητας σημαίνει τη συνεχή αμφισβήτηση από τον ερευνητή των ερμηνειών του. Αυτό μπορεί να περιλαμβάνει:

- Την αναζήτηση αντίπαλων ερμηνειών και εκείνων των τεκμηρίων που δικαιολογούν την απόρριψή τους. Η υιοθέτηση της μιας ερμηνείας έναντι της άλλης δεν σημαίνει ότι το ίδιο θα κάνουν και οι άλλοι ερευνητές, αλλά η ενημερότητα του ερευνητή για την ύπαρξη και άλλων ερμηνειών δυναμώνει την επιχειρηματολογία της δικής του ερμηνείας.
- Την άντληση δεδομένων από διαφορετικές πηγές για τα ίδια ερωτήματα (τριγωνοποίηση).
- Την αναγνώριση και διευκρίνιση σημείων που είναι αβέβαια ή και αντίθετα με τα συμπεράσματα.
- Τη σύνδεση με άλλες έρευνες στο ίδιο ή σε γειτονικά θέματα, την αναζήτηση ερμηνειών από τη θεωρία, μερικές φορές και μέσα από διαφορετικές θεωρίες.

5.3 Η έρευνα ως επιχειρηματολογία

Αν αποδεχτούμε ότι η γνώση που μπορούμε να έχουμε για τα φαινόμενα της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι προσωρινή και όχι απόλυτη, τότε γίνεται σαφές ότι δεν μπορεί να υπάρξουν συνταγές απόκτησης της γνώσης. Η γνώση που μοιραζόμαστε με τους γύρω μας είναι λίγο ή πολύ έγκυρη ανάλογα με την δύναμη των επιχειρημάτων που μας κάνουν να προτιμούμε κάποιες ερμηνείες από κάποιες άλλες (Lester & Wiliam 2002).

Αντί λοιπόν να αντιμετωπίζουμε τα κριτήρια αξιολόγησης ως κάποιες σταθερές που κάθε έρευνα έχει ή δεν έχει, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε την έρευνα ως μια σειρά

επιχειρημάτων που πείθουν λιγότερο ή περισσότερο. Μια τέτοια προσέγγιση δεν είναι καινούργια, αφού μπορεί να βρεθεί ή να ανιχνευθεί σε πολλές δημοσιεύσεις (Howe & Eisenhart, 1990, Lester & Wiliam 2002, Mason, 1998, Schoenfeld, 2002). Ιδιαίτερα ο Simon (2003) θεωρεί ότι "μια ερευνητική μελέτη, από τα ερωτήματα μέχρι το συμπέρασμα, μπορεί να θεωρηθεί ως κατασκευή και παρουσίαση ενός δικαιολογημένου επιχειρήματος". Έτσι, η επιλογή των ερευνητικών ερωτημάτων, των συνθηκών της έρευνας, των συμμετεχόντων, των μεθόδων συλλογής και ανάλυσης των δεδομένων όπως και τα συμπεράσματα στα οποία καταλήγει ο ερευνητής πρέπει να δικαιολογούνται. Ομοίως μια θεωρητική μελέτη μπορεί να θεωρηθεί ως μια ακολουθία επιχειρημάτων που στηρίζεται σε προηγούμενες θεωρητικές και εμπειρικές μελέτες και οδηγεί σε ένα συμπέρασμα. Σε κάθε περίπτωση φυσικά, η επιχειρηματολογία του ερευνητή δημοσιευόμενη, υπόκειται στον κριτικό έλεγχο της επιστημονικής κοινότητας που την αποδέχεται ή όχι.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ – ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στις τέσσερις τελευταίες δεκαετίες η ΔΜ αναπτύσσεται και ωριμάζει ως ένα αυτόνομο επιστημονικό πεδίο του χώρου των ανθρωπιστικών και κοινωνικών επιστημών.

Η ανάπτυξη και η αναγνώριση της ΔΜ συχνά συνοδεύεται από κριτικές προς τις θεμελιώδεις παραδοχές πάνω στις οποίες συγκροτείται η ΔΜ ως επιστημονικό πεδίο. Πολλές από αυτές τις κριτικές υποστηρίζονται από απλουστευτικές ή και απλοϊκές απόψεις για την ανάπτυξη της επιστήμης στα πρότυπα των θετικών εμπειρικών επιστημών ή ακόμα και των μαθηματικών.

Ωστόσο, η ΔΜ (και όλες οι ανθρωπιστικές και κοινωνικές επιστήμες) δεν είναι μια επιστήμη όμοια ή συγκρίσιμη με τις θετικές επιστήμες. Πέραν των διαφορών που

σχετίζονται με τα μεγέθη, το βαθμό αναγνώρισης και το χρόνο ζωής των θετικών επιστημών και των επιστημονικών κοινοτήτων τους με τα αντίστοιχα της ΔΜ, υπάρχουν σημαντικές διαφορές:

- ανάμεσα στη θέση του εξωτερικού παρατηρητή του υλικού κόσμου που υιοθετούν οι θετικές εμπειρικές επιστήμες, και τη θέση του εκ των έδων ερμηνευτή των νοημάτων και της δράσης που απαιτούν τα φαινόμενα που μελετά η ΔΜ.
- ανάμεσα στην αντικειμενικότητα, την αιτιώδη εξήγηση και την καθολικότητα των νόμων που επιδιώκουν οι θετικές επιστήμες και στον υποκειμενισμό, την ερμηνεία και τη μη προβλεψιμότητα των φαινομένων που χαρακτηρίζουν τις ανθρωπιστικές επιστήμες.
- ανάμεσα στην έννοια της απόδειξης και της επικύρωσης των θεωριών στις θετικές εμπειρικές επιστήμες και στην έννοια των εμπειρικών τεκμηρίων στη ΔΜ που κάνουν εύλογο ένα συμπέρασμα απέναντι σε ανταγωνιστικά συμπεράσματα στα πλαίσια μιας θεωρητικής οπτικής.
- ανάμεσα στην αυξημένη "μαθηματικοποίηση" των νόμων και των εννοιών των θετικών επιστημών και στην περιορισμένη δυνατότητα μετρήσεων που υπάρχει σε πολλά φαινόμενα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Παρά την αρχική κυριαρχία του θετικιστικού παραδείγματος και την προσπάθεια συγκρότησης του πεδίου της ΔΜ στα πρότυπα των θετικών εμπειρικών επιστημών, τις δύο τελευταίες δεκαετίες φαίνεται να κυριαρχεί το ερμηνευτικό παράδειγμα. Συγχρόνως πολλαπλασιάστηκαν οι θεωρίες και οι οπτικές, οι οποίες συχνά είναι μεταξύ τους ασύμβατες. Έτσι, η "ανάγνωση" των αποτελεσμάτων του πεδίου της ΔΜ δεν είναι μια εύκολη υπόθεση και ο "αναγνώστης" πρέπει να είναι έτοιμος να "διαβάσει" πολλά, διαφορετικά, ακόμα και συγκρουόμενα "κείμενα". Πολύ περισσότερο αυτό ισχύει για

τον ερευνητή του χώρου, που θα πρέπει να επιλέξει την οπτική και το παράδειγμα μέσα από το οποίο θα δουλέψει. Από μια πλευρά, οι διαφορετικές οπτικές και θεωρίες αποτελούν το πλούσιο οπλοστάσιο για τη μελέτη των πολύπλευρων φαινομένων. Από την άλλη, η πολλαπλότητα και η απουσία σταθερού εδάφους από το οποίο μπορεί να σταθεί κάποιος και να κρίνει τους υπόλοιπους, είναι μια αναπόφευκτη πραγματικότητα στη ΔΜ – τουλάχιστον προς το παρόν (Mason & Waywood , 1996, Schoenfeld, 2002).

Οι μετατοπίσεις στις επιστημολογικές παραδοχές και τις μεθοδολογίες οδήγησαν σε αντίστοιχες προσαρμογές των κριτηρίων αξιολόγησης της έρευνας. Οι έννοιες της αμερόληπτης αντικειμενικότητας και της απόλυτης αλήθειας αναγνωρίζεται ότι δεν ταιριάζουν στην πολυπλοκότητα των φαινομένων και στη φύση της γνώσης μας γι' αυτά. Η εγκυρότητα των συμπερασμάτων της έρευνας αναζητείται στη συνοχή ερωτημάτων – μεθόδων, στην αποτελεσματική εφαρμογή μεθόδων συλλογής και ανάλυσης δεδομένων, στην πειστικότητα των επιχειρημάτων και στην εξέταση αντίπαλων ερμηνειών.

Η ΔΜ απολαμβάνει στους ακαδημαϊκούς κύκλους μια αυξανόμενη αναγνώριση ως αυτόνομο επιστημονικό πεδίο. Αλλά, όπως και οι άλλες κοινωνικές και ανθρωπιστικές επιστήμες, έχει έναν κοινωνικό χαρακτήρα, αφού αλλάζει (ή θέλουμε να αλλάξει) τον τρόπο που οι δάσκαλοι, οι μαθητές, οι γονείς και οι υπόλοιποι κοινωνικοί παράγοντες βλέπουν τη μαθηματική εκπαίδευση. Συγχρόνως, η ίδια η έρευνα στη ΔΜ επηρεάζεται από τους προσανατολισμούς, τις προτεραιότητες και τους περιορισμούς που θέτει η κοινωνία και οι ασκούμενες πολιτικές. Έτσι, η ΔΜ δεν μπορεί να γίνεται αντιληπτή ως μια επιστήμη εγκλωβισμένη στους πανεπιστημιακούς κύκλους, αλλά ως ένα επιστημονικό πεδίο που θέτει και δέχεται ερωτήματα και επιδιώκει την απάντησή τους

μέσα στο διάλογο με την εκπαιδευτική κοινότητα και ολόκληρη την κοινωνία. Ίσως η ευρύτερη αποδοχή της από τους παράγοντες της εκπαίδευσης (εκπαιδευτικούς, μαθητές, γονείς) να κρίνεται (ανάμεσα σε άλλα) και από το κατά πόσο η ΔΜ, ως επιστημονικό πεδίο και ως ερευνητική κοινότητα, αυξάνει την ικανότητά της να παρεμβαίνει και να ακούγεται στις ανοιχτές συζητήσεις για τα κρίσιμα προβλήματα και τις αποφάσεις του σήμερα.

Ευχαριστίες

Ο γράφων ευχαριστεί τους Σπύρου Παναγιώτη, Πόταρη Δέσποινα και Σακονίδη Χαράλαμπο, τόσο για την βοήθειά τους κατά την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας του, όσο και για τα σχόλιά τους γι' αυτό το άρθρο.

ABSTRACT

During the recent decades, mathematics education (ME) is developing itself as a discipline of the field of the humanities. In this study, attempting a holistic approach of ME, we investigate researchers' positions concerning epistemological questions that frame research such as: What is the nature of knowledge that we seek and can develop about the phenomena of learning and teaching mathematics? How valid knowledge is acquired? What rules and evaluation criteria of research are adopted by the scientific community? The epistemological suppositions that direct the answers to these questions are examined through three research paradigms that have been central in ME: positivistic, interpretative and critical.

In the current phase of growth of ME, the search of transcendental truths for the phenomena and the objective of detached objectivity in the research seem to be rejected.

Interpretive approaches are adopted and the multiplicity of theories, sometimes incompatible, becomes acceptable. Rules and evaluation criteria are adopted that consider research as persuasive argumentation.

ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Adda, J. (1998) A glance over the evolution of research in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 49-56). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Batanero, C. (2000) Controversies around the role of statistical tests in experimental research. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1&2), 75-97.

Begle, E. G. (1969) The role of research in the improvement of mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 2(2-3), 232-244.

Bishop, A. J. (1992) International perspectives on research in mathematics education. In D. A. Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp 710-723) New York: Macmillan.

Carr, W. (1985) Philosophy, Values and Educational Science, *Journal of Curriculum Studies*, 17(2), 119-132

Davis, B. & Simmt, E. (2003) Understanding learning systems: Mathematics education and Complexity science. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(2), 137-167

Eisenhart, M. A. (1988) The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 99-114

Eisenhart, M. (2006) Qualitative science in experimental time. *International Journal of Qualitative Studies in Education*, 19(6), 697-707.

English, L. D., Tirosh, D., Jones, G. A., Bartolini Bussi, M. & Lesh, R. A. (2002) Future issues and directions in international mathematics education research. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 787-812). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Ernest, P. (1998) A postmodern perspective on research in mathematics education. In A. Sierpiska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 71-86). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Even, R. & Schwarz, B. B. (2003) Implications of competing interpretations of practice for research and theory in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 54(2-3), 283-313.

Hart, K. M. (1998) Basic criteria for research in mathematics education. In A. Sierpiska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 409-414). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hiebert, J. (1998) Aiming research toward understanding: Lessons we can learn from children. In A. Sierpiska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 141-152). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Hollis, M. (2005) *Φιλοσοφία των κοινωνικών επιστημών: Μια εισαγωγή*. Αθήνα, Κριτική.

Howe, K. & Eisenhart, M. (1990) Standards for qualitative (and quantitative) research: A prolegomenon. *Educational Researcher*, 19 (4), 2-9.

Kilpatrick, J. (1992) A history of research in mathematics education. In D. A. Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp 3-37) New York: Macmillan.

Kilpatrick, J. (1993) Beyond face value: Assessing research in mathematics education. In G. Nissen & M. Blomhøj (eds.), *Criteria for Scientific Quality and Relevance in the Didactics of Mathematics* (pp 15-34) Roskilde, Denmark: Danish Research Council for the Humanities.

Kuhn, T. S. (2004) *Η δομή των επιστημονικών επαναστάσεων* (Γ' έκδοση). Αθήνα: Σύγχρονα θέματα.

Lakatos, I. (1986) *Μεθοδολογία των προγραμματίων επιστημονικής έρευνας*. Θεσσαλονίκη: Σύγχρονα θέματα

Lester, F. K., JR & Lambdin, D. V. (1998) The ship of Theseus and other metaphors for thinking about what we value in mathematics education research. In A. Sierpiska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 415-426). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Lester, F. K., JR & Wiliam, D. (2002) On the purpose of mathematics education research: Making productive contributions to policy and practice. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 489-506). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Malara, N. A. & Zan, R. (2002) The problematic relationship between theory and practice. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 553-580). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Mason, J. (1998) Researching from the inside in mathematics education. In A. Sierpinska and J. Kilpatrick (eds.), *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity* (pp 357-378). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Mason, J. & Waywood A. (1996) The role of theory in mathematics education and research. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, C. Laborde (eds.) *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 1055-1089). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Maxwell, J. A. (2004) Causal explanation, qualitative research, and scientific inquiry in education. *Educational Researcher*, 33(2), 3–11.

Romberg, T. A. (1992) Perspectives on scholarship and research methods. In D. A. Grouws (ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. (pp 49-64) New York: Macmillan.

Schoenfeld, A. H. (2000) Purposes and methods of research in mathematics education. *Notices of the AMS*, 47(6), 641-649.

Schoenfeld, A. H. (2002) Research methods in (mathematics) education. In L. D. English (ed.) *Handbook of international research in mathematics education*. (pp 435-487). Mahlah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Simon, M. A. (2003) Raising issues of quality in mathematics education research. *Journal of Research in Mathematics Education*, 35(3), 157—163

Skovsmose, O. (1985) Mathematical education versus critical education. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 337-354.

Skovsmose, O. & Borba, M. (2004) Research methodology and critical mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (eds) *Researching the Socio-*

Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology. (pp 207-226) Boston: Kluwer Academic Publishers.

Zan, R. (1999) The Quality of Research in Mathematics Education. Adapted translation of the author's intervention to the Plenary Panel about Quality of Research in Mathematics Education, Santarem (Spain), 6-10 July 1999, for the first *Scuola estiva italo – portoghese – spagnola* in Mathematics Education. Ανακτημένο στις 8/9/2008 από την ιστοσελίδα <http://www.icme-organisers.dk/dg08/Zan1.doc>

Κολέζα, Ε. (2006) *Μαθηματικά και σχολικά μαθηματικά: Επιστημολογική και κοινωνιολογική προσέγγιση της μαθηματικής εκπαίδευσης*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Σακονίδης, Χ. (2007) Κοινότητες πρακτικής στη μάθηση: Μια αλλαγή προοπτικής για τη μαθηματική εκπαίδευση. Στο Θ. Δραγώνα, Α. Φραγκουδάκη (επ.) *Πρόσθεση όχι αφαίρεση πολλαπλασιασμός όχι διαίρεση. Η μεταρρυθμιστική παρέμβαση στην εκπαίδευση της μειονότητας της Θράκης*, (σελ. 289-325). Αθήνα: Μεταίχμιο.

Διεύθυνση Αλληλογραφίας

Στουραΐτης Κώστας, Μαθηματικός, Μεταπτυχιακό Δίπλωμα στη Διδακτική και τη

Μεθοδολογία των Μαθηματικών

E-mail: kstouraitis@math.uoa.gr