



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

# Ποιοτική μεθοδολογία έρευνας στη Διδακτική των Μαθηματικών

## Ενότητα 6: Η μελέτη της σχολικής τάξης

Πόταρη Δέσποινα, Σακονίδης Χαράλαμπος  
Σχολή Θετικών επιστημών  
Τμήμα Μαθηματικών

# Διδακτικές πτυχές της σχολικής τάξης

Το ζήτημα της «εκχώρησης» στη  
διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών

# Νέα Προγράμματα Σπουδών

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο 2003

*«Οι σύγχρονες όμως αντιλήψεις για τη διδασκαλία και μάθηση θεωρούν τα Μαθηματικά όχι μόνο ως το αποτέλεσμα αλλά και την δραστηριότητα μέσω της οποίας παράγεται το αποτέλεσμα αυτό. ..*

*Αν δεχθούμε ότι η διδασκαλία των Μαθηματικών δεν αφορά μόνο γνώσεις και κατάκτηση ενός συγκεκριμένου επιπέδου ικανοτήτων, αλλά περιλαμβάνει διαδικασίες μάθησης που καλύπτουν τα παραπάνω, οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης εκφράζονται πληρέστερα με όρους δραστηριοτήτων...»*

Μ. Τζεκάκη



# Διδακτικό Παράδειγμα (1)

Τι σημαίνει «εκχώρηση προβλήματος»;

- Παρατηρούμε έναν εκπαιδευτικό την ώρα του μαθήματος, όπου έχει προτείνει στους μαθητές μια δραστηριότητα και περιμένει την αντίδρασή τους:
  - Δ. *...Η δραστηριότητα αυτή τι μας ζητάει; Ποιος θα μου πει τι μας ζητάει η δραστηριότητα; (Όνομα) Την επιφάνεια του κύβου. Για κοιτάξτε λίγο τον κύβο να δούμε ποια είναι η επιφάνεια.*
  - Δ. *Να σας βοηθήσω λίγο; Ναι. Να σας βοηθήσω λίγο γιατί βλέπω δεν προχωράμε σωστά.*

Μ. Τζεκάκη



# Διδακτικό Παράδειγμα (2)

Τι σημαίνει «εκχώρηση προβλήματος»;

- **Ποια είναι η δραστηριότητα;** Οι μαθητές της Στ' Δημοτικού έχουν κατασκευάσει ο καθένας από ένα κύβο και καλούνται να υπολογίσουν την επιφάνεια, για να καταλήξουν σε ένα τρόπο.
- Ο ρόλος του εκπαιδευτικού είναι να προτείνει στους μαθητές τη δραστηριότητα και να τους αφήσει να δώσουν μία απάντηση και για την επιφάνεια και για τον τρόπο εύρεσης.
- **Αλλά δεν τους αφήνει!**

Μ. Τζεκάκη



# Διδακτική Πρακτική (1)

Τι σημαίνει «εκχώρηση προβλήματος»;

- Οι σύγχρονες αντιλήψεις για τη διδασκαλία και τη μάθηση αναγνωρίζουν ότι η **γνώση κατασκευάζεται δυναμικά** από το άτομο και δεν προσλαμβάνεται παθητικά από τα περιβάλλον
- Έτσι, η διδασκαλία, από παρουσίαση και αναπαραγωγή ιδεών, μετατρέπεται σε μια δυναμική διαδικασία όπου:
  - ο εκπαιδευτικός προτείνει στους μαθητές ερωτήματα, ειδικές καταστάσεις και προβλήματα,
  - και οι μαθητές τα αντιμετωπίζουν προσεγγίζοντας την μαθηματική έννοια που ενδιαφερόμαστε να γνωρίσουν.

Μ. Τζεκάκη



# Διδακτική Πρακτική (2)

Τι σημαίνει «εκχώρηση προβλήματος»;

- Σημαντικός όμως αριθμός ερευνών μελετά, τα τελευταία χρόνια, τη νέα αυτή διαδικασία και πιο συγκεκριμένα τους τρόπους με τους οποίους ο εκπαιδευτικός παρεμβαίνει για να στηρίξει ή να καθοδηγήσει την αναζήτηση των μαθητών.
- Μελέτες από διαφορετικές χώρες επισημαίνουν ένα ιδιαίτερα **σημαντικό πρόβλημα** στην εισαγωγή νέων μορφών διδασκαλίας και μάθησης, που είναι η δυσκολία των εκπαιδευτικών να αλλάξουν τον παραδοσιακό τρόπο διαχείρισης των μαθητών και της μαθηματικής τάξης

Μ. Τζεκάκη





# Διδακτική Πρακτική (3)

Τι σημαίνει «εκχώρηση προβλήματος»;

- Στις νέες μορφές διδασκαλίες, ο εκπαιδευτικός δεν “διδάσκει” με την παραδοσιακή έννοια αλλά προτείνει μία σειρά καταστάσεων- προβλημάτων στους μαθητές, οι οποίοι αναμένεται να τις αντιμετωπίσουν.
- Ωστόσο, η εφαρμογή της νέας αυτής διδασκαλίας προϋποθέτει ότι ο εκπαιδευτικός λειτουργεί με τρόπο ώστε να **εκχωρεί** στους μαθητές την ευθύνη της αντιμετώπισης μιας προτεινόμενης κατάστασης.

Μ. Τζεκάκη



# Διδακτική Πρακτική (4)

Τι σημαίνει «εκχώρηση προβλήματος»;

- Η έννοια της «**εκχώρησης**» έχει προταθεί από τον Brousseau (1997) για να περιγράψει «**την πράξη με την οποία ο δάσκαλος κάνει τον μαθητή να δεχτεί την υπευθυνότητα αντιμετώπισης μιας κατάστασης ή ενός προβλήματος και αποδέχεται ο ίδιος τις συνέπειες αυτής της μεταφοράς ευθύνης**».
- Η πράξη αυτή, αν και αποτελεί κλειδί για την ανάπτυξη νέων διδακτικών πρακτικών, εμφανίζεται συνθετότερη από όσο θα θεωρούσε κανείς ότι είναι.

Μ. Τζεκάκη



# Διδακτική Πρακτική (5)

Τι σημαίνει «εκχώρηση προβλήματος»;

- Καμία νέα διδακτική πρακτική δεν είναι δυνατό να εφαρμοσθεί αν ο εκπαιδευτικός δεν είναι σε θέση να δεχτεί ότι η αντιμετώπιση μιας κατάστασης, η λύση ενός προβλήματος, η εύρεση μιας απάντησης είναι στην **απόλυτη ευθύνη** του μαθητή, ο οποίος μέσα από την εμπλοκή αυτή είναι δυνατό να αναπτύξει νέα γνώση.

Μ. Τζεκάκη



# Φάση της εκχώρησης (1)

## Παρατήρηση

- Τα στοιχεία που παραθέτουμε προέρχονται από μαθήματα που πραγματοποιήθηκαν σε 23 διαφορετικές τάξεις (11 της πρωτοβάθμιας και 12 της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης) σε διαφορετικές μαθηματικές έννοιες.
- Σχεδιάσθηκαν δραστηριότητες στις οποίες οι μαθητές ενθαρρύνονταν να ασχοληθούν και να κοινοποιήσουν στην τάξη τα συμπεράσματά τους.
- Οι εκπαιδευτικοί είχαν κληθεί να περιορίσουν το ρόλο τους στην παρουσίαση των δραστηριοτήτων και τη συζήτηση των συμπερασμάτων των μαθητών.

Μ. Τζεκάκη



# Φάση της εκχώρησης (2)

## Παρατήρηση

- Η **αντίσταση** των εκπαιδευτικών στην μεταφορά της υπευθυνότητας για την αντιμετώπιση των δραστηριοτήτων από τους μαθητές ακολουθεί μια κλιμάκωση από συστηματικές παρεμβάσεις που **μειώνουν την ευθύνη** των μαθητών μέχρι την πλήρη άρνηση της μεταφοράς αυτής της ευθύνης.
- Σε **καμία** από τις καταγεγραμμένες διδασκαλίες **δεν «εκχωρεί» ο εκπαιδευτικός** την ευθύνη αντιμετώπισης της δραστηριότητας στους μαθητές.

Μ. Τζεκάκη



# Φάση εκχώρησης: 1<sup>η</sup> περίπτωση

Καθοδήγηση της αναζήτησης των μαθητών

- Στους μαθητές της **Ε' Δημοτικού** προτείνονται ένα πλήθος τετραπλεύρων σε διάφορα μεγέθη και θέσεις και τους ζητείται σε ομάδες, να τα μοιράσουν σε κατηγορίες
- Η αναζήτηση κοινών χαρακτηριστικών ανάμεσα στα σχήματα, αναμένεται να οδηγήσει τους μαθητές να διακρίνουν τις ιδιότητες και να οδηγηθούν στους ορισμούς των τραπεζίων, παραλληλογράμμων, ορθογωνίων, κλπ.
- **Ο ρόλος του εκπαιδευτικού** είναι να προτείνει τη δραστηριότητα και να αφήσει τους μαθητές να καταλήξουν στις ιδιότητες χωρίς άλλη παρέμβαση.

Μ. Τζεκάκη



# Παρουσίαση επεισοδίων (1)

Καθοδήγηση της αναζήτησης των μαθητών

- Δ: Η 2<sup>η</sup> ομάδα. Έχουν 4 γωνίες, 4 γωνίες;
- Μ: Ναι
- Δ: Εντάξει. Και τα πάνω έχουν 4 γωνίες και 4 πλευρές. Και τα πάνω. Και η 2<sup>η</sup> ομάδα έχει τα ίδια. Αλλά μήπως και κάτι επιπλέον; Βρήκε κάποιος κάτι επιπλέον. Στη 2<sup>η</sup> ομάδα, Γεωργία;
- Μ: Οι δύο απέναντι πλευρές είναι ίσες
- Δ: Οι δύο απέναντι πλευρές είναι ίσες, κοίταξε όμως το τραπέζιο. Το βλέπεις; Δεν είναι ίσες.

Μ. Τζεκάκη



# Παρουσίαση επεισοδίων (2)

Καθοδήγηση της αναζήτησης των μαθητών

- Δ: Μήπως κάτι άλλο συμβαίνει. Κάτι συμβαίνει με τις απέναντι πλευρές. Κοιτάξτε τις απέναντι πλευρές
- Μ: Είναι παρα...
- Δ: Πες το!
- Μ: Είναι παράλληλες;
- Δ: Είναι παράλληλες, δεν είναι παράλληλες;. Για κοιτάξτε 2<sup>η</sup> ομάδα, δεν είναι παράλληλες;
- Μ: Α! Ναι.

Μ. Τζεκάκη





# Φάση εκχώρησης: 2<sup>η</sup> περίπτωση

Αποπροσανατολισμός της αναζήτησης των μαθητών

- Το περιεχόμενο του μαθήματος είναι η σύγκριση γωνιών που σχηματίζονται από δύο παράλληλες ευθείες που τέμνονται από τρίτη, σε μαθητές **Α' Γυμνασίου**.
- Αποτελεί τη δεύτερη από μία σειρά δραστηριοτήτων που προτείνονται στους μαθητές για να καταλήξουν στις ιδιότητες των γωνιών που εντοπίζονται.
- **Ο ρόλος του εκπαιδευτικού** είναι να προτείνει στους μαθητές τη δραστηριότητα και να τους αφήσει να εντοπίσουν και να συγκρίνουν τις γωνίες...

Μ. Τζεκάκη



# Παρουσίαση επεισοδίων

## Αποπροσανατολισμός της αναζήτησης

- Δ: Λοιπόν! Λέει εδώ: «Γωνίες ανάμεσα στην  $\epsilon_1$  και στην  $\epsilon_2$ ». Ανάμεσα στην  $\epsilon_1$  και στην  $\epsilon_2$ . Τι εννοεί «ανάμεσα» (ένας μαθητής εξηγεί και δείχνει στον πίνακα)
- Δ: Γωνίες τώρα ...
- Μ: Γωνίες, λέει, έξω από τις ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ . (γράφει η μαθήτρια στον πίνακα τις γωνίες).
- Δ: Έτσι! Κάθισε! Ο Κώστας. Στον πίνακα.. Μας λέει τώρα, «γωνίες αριστερά της  $\epsilon_1$ ». Έτσι όπως βλέπεις το αριστερά σου, έτσι; (Ο μαθητής γράφει στον πίνακα). Έτσι. Πολύ ωραία! Αυτές όλες που είναι από την ίδια; Τη μεριά! Αριστερά από την  $\epsilon_1$ ....

Μ. Τζεκάκη



# Φάση εκχώρησης: 3<sup>η</sup> περίπτωση

Ακύρωση της αναζήτησης των μαθητών

- Το περιεχόμενο του μαθήματος είναι η εύρεση των εμβαδών των στερεών σχημάτων σε παιδιά της **Β' Γυμνασίου**.
- Οι δραστηριότητες στοχεύουν στην εξαγωγή και την κατανόηση των τύπων αυτών, όπως και στην εύρεση του τύπου του εμβαδού ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου
- **Ο ρόλος του εκπαιδευτικού** είναι να προτείνει στους μαθητές τις δραστηριότητες και να τους αφήσει να παρουσιάσουν τους τρόπους εύρεσης των τύπων.

Μ. Τζεκάκη



# Παρουσίαση επεισοδίων (1)

Ακύρωση της αναζήτησης των μαθητών

- Δ: Στην τρίτη δραστηριότητα θα βάλετε το πρίσμα το οποίο έχετε κάνει και θα υπολογίσετε το εμβαδόν όλης της επιφάνειας βλέποντας, βέβαια, ότι όταν το βάλετε να σταθεί, στέκεται στις δύο βάσεις του.
- Δ: Τώρα, για να υπολογίσετε το εμβαδόν των βάσεων, θα μετρήσετε με βάση τον τύπο του εμβαδού τριγώνου το εμβαδόν της κάθε βάσης...

Μ. Τζεκάκη



# Παρουσίαση επεισοδίων (2)

Ακύρωση της αναζήτησης των μαθητών

- (Λίγο πιο κάτω)
- Δ: Επομένως, στην τέταρτη δραστηριότητα που λέει «το εμβαδόν της συνολικής επιφάνειας του κυλίνδρου» πρέπει να κάνουμε την ίδια δουλειά. Τώρα! Αν χρειαστεί να χαλάσετε τον κύλινδρο, ανοίγοντάς τον, για να δείτε την παράπλευρη επιφάνεια, αυτό είναι δικό σας θέμα.

Μ. Τζεκάκη



# Συζήτηση (1)

## Η ευθύνη της μάθησης

- Η δυσκολία των δασκάλων για την οργάνωση μιας διαφορετικής διδακτικής πρακτικής συνδέεται στενά με την «εκχώρηση» του προβλήματος. Οι εκπαιδευτικοί έχουν την τάση να αντιστέκονται στην παραχώρηση της ευθύνης της λύσης των προτεινόμενων προβλημάτων στους μαθητές.
- Κατά τον Brousseau αυτό αποτελεί ένα διδακτικό φαινόμενο που παίρνει τη μορφή παράδοξου. Αναφέρει ότι «όσο περισσότερο ο εκπαιδευτικός λέει συγκεκριμένα στο μαθητή τι πρέπει να κάνει, τόσο κινδυνεύει να χάσει την ευκαιρία για τη μάθηση στην οποία τελικά στοχεύει.»

Μ. Τζεκάκη



# Συζήτηση (2)

## Η ευθύνη της μάθησης

- Η συμπεριφορά αυτή θα μπορούσε να ερμηνευθεί με διαφορετικούς τρόπους:
  - Ο συγκεκριμένος ρόλος που αποδίδουν οι εκπαιδευτικοί στον εαυτό τους με βάση τόσο την προσωπική όσο και την κοινωνική αντίληψη.
  - Οι αντιλήψεις που έχουν οι εκπαιδευτικοί για πώς μαθαίνει ο μαθητής μαθηματικά ειδικότερα, ότι δηλαδή κάποιος που γνωρίζει πρέπει να τα «εξηγήσει» ή να τα «δείξει».
  - Οι γνώσεις και οι εμπειρίες που έχουν οι εκπαιδευτικοί αναφορικά με τη διδακτική διαδικασία.

Μ. Τζεκάκη



# Συζήτηση (3)

## Θεμελιώδες ζήτημα

- *«όσο περισσότερο ο εκπαιδευτικός θεωρεί ότι είναι στην ευθύνη του η μεταφορά της γνώσης, τόσο λιγότερη ευθύνη εκχωρεί στους μαθητές με αποτέλεσμα τη μείωση ή ακόμα και την ακύρωση της γνώσης που θεωρείται ότι έχει ευθύνη να αναπτύξει».*

Μ. Τζεκάκη





Οι παρεμβάσεις των δασκάλων στην εργασία των μαθητών και οι συνέπειές τους στην κατασκευή του μαθηματικού νοήματος

# Για τις παρεμβάσεις (1)

## Θεωρητικές επισημάνσεις

- Βασικοί παράμετροι λειτουργίας της τάξης των μαθηματικών:
  - Μαθηματικό περιεχόμενο (μετασχηματισμός της μαθηματικής γνώσης σε σχολική μαθηματική γνώση)
  - Εκπαιδευτικός (διαχείριση της τάξης και του μαθηματικού περιεχομένου- διδακτικές πρακτικές)
  - Μαθητής ( ως άτομο και ως μέλος μιας κοινότητας μαθητευόμενων στα μαθηματικά)
  - Η αλληλεπίδραση των παραπάνω

Χ. Σακονίδης



# Για τις παρεμβάσεις (2)

## Θεωρητικές επισημάνσεις

- Οι έρευνες που εστιάζονται στην αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού – μαθητών και ειδικότερα στις παρεμβάσεις του πρώτου στην εργασία των μαθητών μέσα στην τάξη των μαθηματικών μπορούν να διακριθούν σε δύο ομάδες:
  - Μελέτες που εξετάζουν τις συνέπειες των παρεμβάσεων στον τρόπο που οι μαθητές σκέπτονται και δρουν (ομάδα Β).
  - Μελέτες που διερευνούν τις συνέπειες των παρεμβάσεων του εκπαιδευτικού στο μαθηματικό περιεχόμενο και νόημα (ομάδα Α)

Χ. Σακονίδης



# Για τις παρεμβάσεις (3)

## Θεωρητικές επισημάνσεις

- **Ομάδα Α**
- Οι παρεμβάσεις του εκπαιδευτικού:
  - Συχνά αλλοιώνουν το επιστημολογικά χαρακτηριστικά της μαθηματικής γνώσης που συγκροτείται μέσα στην τάξη (π.χ., Steinbring, 2001, Ikonomidou et al, 1999, Kaldrimidou et al, 2000)
  - Ορισμένες φορές “υποβιβάζουν” τη μαθηματική γνώση που επεξεργάζεται σε απλές τεχνικές ή διαδικασίες (π.χ., Sensevy, 2002) ή σε πρακτικές παρουσίασης (Salin, 2002) ή σε τοπικής εμβέλειας γνώση (π.χ., Margolinas, 1999).

Χ. Σακονίδης



# Για τις παρεμβάσεις (4)

Θεωρητικές επισημάνσεις

- **Ομάδα Β**
- Οι σχετικές έρευνες έχουν οδηγήσει στην αναγνώριση ενός αριθμού από χαρακτηριστικά παρεμβάσεων που αφορούν:
  - Στις ερωτήσεις που θέτει ο εκπαιδευτικός (π.χ., ερωτήσεις που τίθενται άμεσα, αναπτύσσονται βήμα-προς-βήμα, επιτρέπουν την αξιοποίηση των απαντήσεων των μαθητών, ενθαρρύνουν τους μαθητές να διατυπώσουν οι ίδιοι τα σημαντικά ερωτήματα: Sensevy, 2002)
  - Στη διαχείριση του λάθους (π.χ., άμεση διόρθωση ή διευθέτηση του λάθους, συχνά πριν ακόμη εκδηλωθεί: Tzekaki et al, 2001)

Χ. Σακονίδης



# Για τις παρεμβάσεις (5)

Θεωρητικές επισημάνσεις

- **Ομάδα Β**

- Στη συχνή αξιοποίηση των «καλών» μαθητών και την αποφυγή εμπλοκής των αδύνατων μαθητών στην εκπαιδευτική διαδικασία (π.χ., Comiti et al, 1995):

**Μαθηματικό περιεχόμενο → Τρόπος που σκέφτονται και δρουν οι μαθητές**

Οι μαθητές προσαρμόζουν το νόημα που αποδίδουν στις παρεμβάσεις του εκπαιδευτικού (συχνά λανθασμένο) στο σύστημα γνώσης που έχουν ήδη συγκροτήσει (Brousseau, 1997).

Χ. Σακονίδης



# Για τις παρεμβάσεις (6)

## Θεωρητικές επισημάνσεις

Ως συνέπεια, το μαθηματικό περιεχόμενο απλοποιείται και πιθανόν αλλοιώνεται (Diezmann et al, 2001), η γνωστική του αξία μειώνεται (Henningesen & Stein, 1997) και η αντίληψη των μαθητών για τη φύση της μαθηματικής γνώσης διαστρεβλώνεται (Steinbring, 2001).

- Είναι προφανές ότι η αποφυγή τέτοιων παρεμβάσεων είναι σχεδόν αδύνατη. Αυτό μπορεί να αποδοθεί:
  - στον τρόπο που οι εκπαιδευτικοί αντιλαμβάνονται το ρόλο τους στην τάξη των μαθηματικών (π.χ., Jaworski, 1994, Sakonidis et al, 2001)
  - σε αυτό που ο Brousseau (1977) αποκαλεί «εκχώρηση».

Χ. Σακονίδης



# Για τις παρεμβάσεις (7)

- Είναι λοιπόν σημαντικό, ιδιαίτερα σε ένα κονστρουβιστικό πλαίσιο αναφοράς, να μελετηθεί συστηματικά ο τρόπος με τον οποίο διαχειρίζονται οι εκπαιδευτικοί την ποικιλία των συμπεριφορών και στάσεων των μαθητών κατά την εργασία τους στην τάξη των μαθηματικών.

Χ. Σακονίδης





# Για τις παρεμβάσεις (8)

Η μελέτη

- **Πλαίσιο:**

- Ερευνητικό Πρόγραμμα που αφορούσε τη διδασκαλία των μαθηματικών στην υποχρεωτική εκπαίδευση.

- **Δεδομένα:**

- 28 βιντεοσκοπημένα μαθήματα, 11 εκπαιδευτικοί (Ε' και Στ' τάξη).

Χ. Σακονίδης



# Η μελέτη (1)

Τυπολογία παρεμβάσεων που υιοθετήθηκε για την ανάλυση των δεδομένων:

- 1. Επανατοποθέτηση του προβλήματος** (σε ένα καταλληλότερο πλαίσιο, δίνοντας κάποιες οδηγίες, προβλέποντας κάποια στοιχεία για τον έλεγχο των αποτελεσμάτων).
- 2. Προσφορά ενδείξεων / βοήθειας για τη λύση** (συγκεκριμενοποίηση / εξειδίκευση, εστίαση στην τεχνική / διαδικασία / τον αλγόριθμο / την αναπαράσταση, απλοποίηση με ταυτόχρονη προσφορά κάποιων ενδείξεων).
- 3. Επιβολή της λύσης** (απλοποίηση με τεμαχισμό του προβλήματος σε μικρότερα προβλήματα, σαφής καθοδήγηση μέσα από ερωτήσεις / οδηγίες, επίδειξη της επίλυσης του προβλήματος).

Χ. Σακονίδης



# Η μελέτη (2)

## Ανάλυση δεδομένων

- Δε βρέθηκαν επεισόδια που θα μπορούσαν να ταξινομηθούν στον πρώτο τύπο παρεμβάσεων.
- Η συχνότητα εμφάνισης των άλλων δύο τύπων παρεμβάσεων δε διέφερε σημαντικά από τάξη σε τάξη.

Χ. Σακονίδης



# Παραδείγματα επεισοδίων (1)

Κατηγορία 2. Εστίαση στην τεχνική, κλπ.

- **(Στ' Δημοτικού: εύρεση εμβαδού ενός τριγώνου)**
- Δ: Ποιος θα μου πει τι λέμε εμβαδόν; Εμβαδόν ενός τριγώνου; Τι είπαμε; Είναι η μέτρηση της επιφάνειας που καταλαμβάνει ....
- Δ: Λοιπόν, θα πρέπει να φέρουμε το ύψος του τριγώνου. Πως θα το κάνουμε αυτό; Παίρνω αυτό (το χάρακα), τον τοποθετώ στην κορυφή Α του τριγώνου.... Πως πρέπει να τον κρατήσω;

Χ. Σακονίδης



# Παραδείγματα επεισοδίων (2)

Κατηγορία 3. Α. Απλοποίηση σε υπο- προβλήματα που παραπέμπουν σε παλιά γνώση

- **(Στ' Δημοτικού: εύρεση εμβαδού κύβου)**
- Τα παιδιά έχουν κατασκευάσει κύβους από χαρτόνι και καλούνται να υπολογίσουν την επιφάνεια ενός κύβου. Δοκιμάζουν, ψάχνουν, μετρούν. Ο δάσκαλος ανησυχεί ότι δυσκολεύονται και σπάζει το πρόβλημα σε υπο-προβλήματα,
- Δ: Να σας βοηθήσω λίγο, γιατί βλέπω ότι δυσκολεύεστε.
- Μ: ...
- Δ: Πόσες έδρες έχει ο κύβος
- Μ (κάποιοι μαθητές): Έξι.
- Δ: Τι σχήμα έχει η κάθε έδρα;

Χ. Σακονίδης



# Παραδείγματα επεισοδίων (3)

Κατηγορία 3. Β. Σαφής καθοδήγηση (βήμα-βήμα)

- **(Ε' Δημοτικού: υπολογισμός γωνιών ενός τριγώνου)**
- Τα παιδιά καλούνται να υπολογίσουν τις γωνίες σε ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο, χωρίς να τους δίνεται καμία γωνία (εκτός από την ορθή). Ο δάσκαλος εκμαιεύει την απάντηση που επιδιώκει.

Χ. Σακονίδης



# Παραδείγματα επεισοδίων (3)

Κατηγορία 3. Β. Σαφής καθοδήγηση (βήμα-βήμα)

- Δ: Προσοχή παιδιά, έχει δύο χαρακτηριστικά. Δηλαδή είναι α και β. Πρώτον, τι τρίγωνο είναι σύμφωνα με τις γωνίες του,
- Μ: Ορθογώνιο.
- Δ: Ορθογώνιο. Προσέξτε τώρα παιδιά. Σύμφωνα με τις πλευρές, μήπως είναι κάτι άλλο; Τάνια;
- Μ: Ισοσκελές
- Δ: Ισοσκελές. Θαυμάσια, Τάνια. Είναι παιδιά, ορθογώνιο και ισοσκελές. Κι εμείς ξέρουμε τη μία γωνία την ορθή. Μιχάλη;

Χ. Σακονίδης



# Παραδείγματα επεισοδίων (4)

Κατηγορία 3. Β. Σαφής καθοδήγηση (βήμα-βήμα)

- Μ: Η  $\beta$  και  $\gamma$  γωνία...
- Δ: Ναι...
- Μ: Είναι 450 η κάθε μία.
- Δ: Γιατί όμως.
- Μ: Εε.. επειδή...
- Δ: Το τρίγωνο είναι...
- Μ: Το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.

Χ. Σακονίδης





# Για τις παρεμβάσεις (1)

## Συμπερασματικά σχόλια

- Οι κυρίαρχοι τύποι παρεμβάσεων στις δύο τελευταίες κατηγορίες ήταν:
  - Εστίαση στις τεχνικές, διαδικασίες και αναπαραστάσεις
  - Βήμα προς βήμα καθοδήγηση
  - Επίδειξη της επίλυσης του προβλήματος
  - Γενικά, ο τύπος παρέμβασης του εκπαιδευτικού φάνηκε να συνδέεται με τη στάση και τις ενέργειες του μαθητή στη συγκεκριμένη κάθε φορά δραστηριότητα/ δράση.

## Χ. Σακονίδης



# Για τις παρεμβάσεις (2)

## Συμπερασματικά σχόλια

- Ωστόσο, είναι ενδιαφέρον το γεγονός ότι συχνά η παρέμβαση του εκπαιδευτικού ήταν ανεξάρτητη της όποιας συμπεριφοράς του μαθητή. Αυτό μπορεί να αποδοθεί:
- Στον τρόπο που αντιλαμβάνονται οι εκπαιδευτικοί το ρόλο τους, όταν διδάσκουν μαθηματικά (αγωνία εξασφάλισης «αλάνθαστης» προσέγγισης και πεποίθηση ότι η μαθηματική γνώση είναι αδιαπραγμάτευτη)
- Στην αντίληψη των εκπαιδευτικών για το πώς μαθαίνουν μαθηματικά οι μαθητές (δεν μπορούν να την ανακαλύψουν μόνοι τους).

Χ. Σακονίδης



Ο ρόλος του διδάσκοντα στη διαχείριση  
προβληματικών καταστάσεων: ένα  
παράδειγμα εκχώρησης

# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (1)

## Θεωρητικό πλαίσιο

- Η διδασκαλία των μαθηματικών ως ένα γνωστικό αντικείμενο που πρέπει να προσεγγισθεί, να διερευνηθεί, να ανακαλυφθεί και να κατασκευασθεί) από τους μαθητές απαιτεί:
- Καταστάσεις όπου κάτι νέο γεννιέται
- Ενεργητική συμμετοχή των μαθητών

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (2)

## Ρόλος του δασκάλου

- Ο ρόλος του δασκάλου στη δημιουργία του κατάλληλου διδακτικού περιβάλλοντος είναι καθοριστικός:
  - Το μαθηματικό περιεχόμενο, με την επιλογή κατάλληλων προβλημάτων και δραστηριοτήτων
  - Την οργάνωση και τη διαχείριση της μαθητικής και της μαθηματικής δραστηριότητας
  - Τη διαχείριση της μαθηματικής γνώσης

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (3)

## Δυσκολίες των δασκάλων

- Οι περισσότερες δυσκολίες των δασκάλων οφείλονται κυρίως:
  - Στην αυτο-αντίληψή τους για το ρόλο τους (έλεγχος των αποτελεσμάτων, εξάρτηση μαθητών, φορέας γνώσης)
  - Στις γνωστικές απαιτήσεις των έργων (επιθυμία να προστατεύσουν τους μαθητές, διευκόλυνση)

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (4)

## Κρίσιμο σημείο

- Αναφέρθηκε ήδη ότι ένα από τα κρισιμότερα σημεία είναι:
  - Η εκχώρηση του προβλήματος από το δάσκαλο στους μαθητές:

«αν η εκχώρηση λάβει χώρα, τότε οι μαθητές μπαίνουν στο παιχνίδι και, αν κερδίσουν, η μάθηση επιτυγχάνεται»  
(Brousseau, 1997)

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (5)

Πρώτη Συνεδρία

- Νηπ: Κόπηκε η τούρτα σε ίσα κομμάτια;
- Ντίνος: Περίσσεψε, γιατί είμαστε λίγοι.
- Αλέξ: Έπρεπε να κόψω μεγαλύτερα.
- Νηπ: Είναι τα κομμάτια ίσα μεταξύ τους;

(Τα συγκρίνουν με το μάτι και ο Ντίνος παίρνει το κομμάτι του Αλέξανδρου και, βάζοντας το ένα πάνω στο άλλο, διαπιστώνει ότι το κομμάτι του είναι πιο μικρό και θυμώνει)

Μ. Καλδρυμίδου





# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (6)

## Πρώτη Συνεδρία

- *Ντίνος: Θα πάρω το μεγάλο (εννοεί την τούρτα που περίσσεψε).*
- *Οι υπόλοιποι δεν συμφωνούν.*
- *Νηπ: Κόπηκε η τούρτα σε ίσα κομμάτια;*
- *Κων/νος: Εγώ έχω μικρότερο από τον Αντώνη που είναι προνήπιο (το διαπιστώνει βάζοντας το ένα πάνω στο άλλο).*

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (7)

## Δεύτερη Συνεδρία

- *Αλεξ.: Κυρία, θα κόψουμε δύο-δύο.*
- *Νηπ.: Δηλαδή, πώς;*
- *Αλεξ.: Θα κόψω και θα το βάλω από πάνω (κάνει κινήσεις με τα χέρια).*
- *Νηπ.: Και μετά;*
- *Αλεξ.: Θα κοπεί ίδιο (κομμάτι ίσο).*
- .....

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (8)

## Δεύτερη Συνεδρία

- Νηπ.: Το κομμάτι της τούρτας που περίσσεψε είναι ίσο με το δικό σας;
- Αντώνης: Να το φας εσύ, που είσαι μεγάλη (δηλαδή το κομμάτι είναι μεγάλο).
- Κων/νος: Ο Αλέξανδρος έπρεπε να κόψει μεγαλύτερα κομμάτια (για να μην περισσέψει).

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (9)

## Τρίτη Συνεδρία

- Νηπ.: Το μεσαίο κομμάτι της τούρτας είναι ίσο με τα άλλα; (και για τις 2 τούρτες)
- Αντώνης: Είναι μεγάλο και να το φας εσύ!
- Νηπ.: Εγώ θα ήθελα ένα κομμάτι ίσο με το δικό σας.
- Αλέξ.: Να, πάρε το δικό μου.
- Ντίνος: Και να φας εσύ το μεγάλο; Α, όχι!

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (10)

## Τέταρτη Συνεδρία

- Δήμητρα: Εμείς θέλουμε να είμαστε 4 όπως και τα αγόρια.
- Αλέξ.: Τα κορίτσια ζηλεύουν.
- Ντίνος: Η Βάσω να κόψει μια άλλη τούρτα με την κ. Εύη (η άλλη νηπιαγωγός της τάξης).
- Νηπ.: Συμφωνώ, αν συμφωνεί και η Βάσω.
- Βάσω: Ναι (με το κεφάλι).
- Νηπ.: Σήμερα, λοιπόν, έχουμε τρεις ομάδες και θα κόψουμε τρεις τούρτες. Να δω ποια ομάδα θα κόψει την τούρτα της σε ίσα ακριβώς κομμάτια. Να ακούσω τι σκεφτήκατε.
- Ντίνος: Η κ. Εύη και η Βάσω θα φάνε πολύ τούρτα γιατί είναι 2.

## Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (11)

## Τέταρτη Συνεδρία

- Εύη: Τι να κάνουμε! Είμαστε μόνο δύο, αλλά η Βάσω δεν μου λέει πώς να κόψουμε τα ίσα κομμάτια. Μήπως κανείς από σας μπορεί να μας βοηθήσει;
- Δήμητρα: Είσαστε δύο και θα πάρετε από μισή τούρτα. Έτσι μας μοιράζει η μαμά τη σοκολάτα άμα είναι μεγάλη.
- Βίκυ: Είναι εύκολο, θα την κόψετε στη μέση.  
.....
- Ντίνος: Θα την διπλώσω, όπως κόβει η μαμά τα χαρτιά για να ζωγραφίσω.

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (12)

## Τα προβλήματα

- Τα παιδιά αντιμετωπίζουν διαδοχικά τα ακόλουθα προβλήματα πριν αντιμετωπίσουν το ζητούμενο:
  - Πρώτο πρόβλημα: ένα κομμάτι στον καθένα
  - Δεύτερο πρόβλημα: ένα ίσο κομμάτι στον καθένα
  - Τρίτο πρόβλημα: να μην περισσέψει τούρτα με ένα κομμάτι στον καθένα
  - Τέταρτο πρόβλημα: να απαλλαγούν από το πρόβλημα
  - Πέμπτο πρόβλημα: μοιρασιά της τούρτας σε ίσα κομμάτια

Μ. Καλδρυμίδου



# Ένα παράδειγμα εκχώρησης (13)

Για την εκχώρηση

- Είναι απαραίτητα τα ακόλουθα στοιχεία
- Πρόβλημα
  - Δυνατότητα ελέγχου
  - Ανακάλυψη του προβλήματος
- Μετασχηματισμός προβλήματος από τα παιδιά
- Ρόλος του διδάσκοντα
  - Μη παρεμβατικός
  - Ισοτιμία ρόλων στο πρόβλημα

Μ. Καλδρυμίδου





6<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο  
Διδακτική των Μαθηματικών και  
Πληροφορική στην Εκπαίδευση

Ομάδα συζήτησης  
Ερωτήματα για συζήτηση

# Ερωτήματα για συζήτηση (1)

Για τη διδασκαλία

- Γιατί δυσκολεύονται οι εκπαιδευτικοί να «εκχωρούν» την ευθύνη μιας δραστηριότητας ή ενός προβλήματος στους μαθητές
- Ποιες είναι οι συνέπειες αυτής της αδυναμίας «εκχώρησης» στο μαθηματικό νόημα που κατασκευάζουν οι μαθητές;
- Ως προς τι διαφέρουν το περιεχόμενο και η μορφή των παρεμβάσεων των εκπαιδευτικών από βαθμίδα σε βαθμίδα;
- Πώς μπορούν να ασκηθούν οι εκπαιδευτικοί στις νέες διδακτικές διαδικασίες;
- Πώς θα ήταν προτιμότερο να διαχειρίζονται την τάξη;



# Ερωτήματα για συζήτηση (2)

Για την έρευνα

- Ποιες είναι οι επαναλαμβανόμενες πρακτικές των εκπαιδευτικών; (τα διδακτικά φαινόμενα)
- Πώς (με ποιες μεθόδους και εργαλεία έρευνας) μπορούμε να τα προσεγγίσουμε ερευνητικά;



# Τέλος Υποενότητας

Διδακτικές πτυχές της σχολικής τάξης

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Πόταρη Δέσποινα, Σακονίδης Χαράλαμπος. «Ποιοτική μεθοδολογία έρευνας στη Διδακτική των Μαθηματικών, Η μελέτη της σχολικής τάξης». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/MATH17/>.





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

