



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικό και Καποδιστριακό  
Πανεπιστήμιο Αθηνών

---

## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών και Διδακτική Πράξη

Δέσποινα Πόταρη

Σχολή Θετικών επιστημών

Τμήμα Μαθηματικό

---

## **Ερευνητικά συμπεράσματα για τις ανισότητες**

- Δυσκολίες των μαθητών
  - να μεταβούν από τη συνηθισμένη γλώσσα στην αλγεβρική
  - να κατανοήσουν τα σύμβολα και τις αλγεβρικές εκφράσεις
  - να θεωρήσουν ότι οι λύσεις είναι πραγματικοί αριθμοί
  - να κατανοήσουν την έννοια του διαστήματος
  - να κατανοήσουν την έννοια της μεταβλητής
  - να ερμηνεύσουν το αποτέλεσμα μια ανισότητας
  - διαδικαστικά λάθη (παρενθέσεις, επιμεριστική ιδιότητα, μετασχηματίζοντας μια ανισότητα σε άλλη ισοδύναμη)
  - Δεν διαχωρίζουν την ανίσωση από την εξίσωση
  - Δυσκολεύονται στη διάταξη των πραγματικών αριθμών
  - Δυσκολία να συνδέσουν διαφορετικές αναπαραστάσεις
- Υπάρχουν παγίδες στο να μεταφέρουμε μεθόδους από τις εξισώσεις στις ανισώσεις
- Οι γραφικές αναπαραστάσεις μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές να κατανοήσουν τις συμβολικές μορφές των ανισοτήτων
- Η γραφική επίλυση και η αλγεβρική δεν είναι εμφανώς ισοδύναμες στους μαθητές
- Μια προσέγγιση των ανισώσεων είναι μέσα από τις συναρτήσεις
- Η έμφαση χρειάζεται να δίνεται σε δομικά στοιχεία και όχι στο χειρισμό συμβόλων

### **Ένα παράδειγμα από Β' Γυμνασίου στην Ιαπωνία**

#### Πρόβλημα

Η μητέρα του Ιχίρο είναι στο νοσοκομείο. Αποφάσισε να προσεύχεται κάθε πρωί στον τοπικό ναό με το μικρό του αδελφό ώστε η μητέρα του να γίνει καλά. Ο Ιχιρό έχει στο πορτοφόλι του 18 κέρματα των δέκα γιέν και ο αδελφός του έχει 22 κέρματα

των πέντε γιεν. Αποφάσισαν να δίνουν ένα κέρμα από αυτά που έχουν στο πορτοφόλι τους κάθε πρωί στον έρανο και να συνεχίσουν να προσεύχονται μέχρι κάποιο από τα πορτοφόλια να αδειάσει. Μια μέρα, μετά την προσευχή, κοίταξαν στα πορτοφόλια τους και βρήκαν ότι το ποσό των χρημάτων του μικρότερου αδελφού ήταν μεγαλύτερο από του Ιχιρού. Πόσες μέρες από όταν άρχισαν να προσεύχονται αυτό συνέβη;

Η καθηγήτρια ζητά από κάποιους μαθητές να ανακοινώσουν τις λύσεις τους και να βάλουν κάποιο τίτλο σε κάθε λύση. Στη συνέχεια μετά από τη συζήτηση στην τάξη ρωτά ποιοι άλλοι μαθητές έλυσαν το πρόβλημα με κάποιον από τους παραπάνω τρόπους

#### **Μαθητής 1** (χρησιμοποιώντας πραγματικά αντικείμενα)

Παίρνει ένα κέρμα από κάθε πορτοφόλι ώστε το πορτοφόλι του Ιχίρο να έχει λιγότερα χρήματα από του αδελφού του, ή διαγραφεί ένα κέρμα από κάθε πορτοφόλι μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη. Δίνει απάντηση 15

#### **Μαθητής 2** (λύνει το πρόβλημα κάνοντας ένα πίνακα)

Φτιάχνει ένα πίνακα με στοιχεία τον αριθμό των ημερών και το ποσό που περιέχει κάθε πορτοφόλι, δίνει απάντηση 15

#### **Μαθητής 3** (υπάρχει διαφορά 5 κερμάτων την ημέρα)

$$180-110 = 70$$

$$70 : (10-5) = 14$$

$$14+1 = 15$$

#### **Μαθητής 4** (εάν x είναι η μέρα πότε τα ποσά είναι ίσα)

$$Y = 180-10x$$

$$Y= 110-5x$$

$$180-10x=110-5x$$

$$15 \text{ η μέρα}$$

#### **Μαθητής 5** (αν χ είναι η μέρα πότε το ποσό το αδελφού ξεπερνά του Ιχίρο)

180-10x < 110-5x

Στη συνέχεια η καθηγήτρια γράφει στον πίνακα ένα πίνακα με τις ημέρες 13, 14, 15, 16, 17, 18, και ζητά από τους μαθητές να συμπληρώσουν το ποσό που έχει το κάθε παιδί. Αφήνει 6 λεπτά στους μαθητές να δουλέψουν ατομικά. Σηκώνει μια μαθήτρια να συμπληρώσει τον πίνακα.

Χρησιμοποιεί το σύμβολο που προήλθε από το μαθητή 5 και λέει στους μαθητές ότι το x μπορεί να πάρει τις τιμές 15, 16, 17, 18. Ρωτά τους μαθητές τι θα συμβεί με το 19.

Τι σκέψεις κάνετε πάνω στο παραπάνω παράδειγμα από την τάξη; (σχετικά με το πρόβλημα, τις απαντήσεις των μαθητών και τη διαχείριση του εκπαιδευτικού).

# Σημειώματα

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών, Δέσποινα Πόταρη 2014. Δέσποινα Πόταρη. «Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών και Διδακτική Πράξη.». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/MATH237/>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

