

**ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΟΥ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ**

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
 - α) Σκοποί και στόχοι της διδασκαλίας των Μαθηματικών
 - β) Γενικές αρχές της διδασκαλίας των Μαθηματικών
 - γ) Ο ρόλος των ορισμών στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών
 - δ) Η σημασία των αναπαραστάσεων στην οικοδόμηση της μαθηματικής σκέψης
 - ε) Προτάσεις για τη διδασκαλία των Μαθηματικών
2. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΟΥ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ
3. ΟΡΙΑ
 - α) Δραστηριότητες
 - β) Παραδείγματα διδασκαλίας
Εισαγωγή στις άπειρες διαδικασίες, όριο ακολουθίας
Όριο συνάρτησης
4. ΣΥΝΕΧΕΙΑ
Δραστηριότητες
5. ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ
 - α) Δραστηριότητες
 - β) Παραδείγματα διδασκαλίας
Θεώρημα Μέσης Τιμής
6. ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ
 - α) Δραστηριότητες
 - β) Παραδείγματα διδασκαλίας
Εισαγωγή στο ορισμένο ολοκλήρωμα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η γνώση που απαιτείται για τη διδασκαλία ενός αντικειμένου είναι ένα θέμα που έχει προκαλέσει μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον από τα μέσα της δεκαετίας του 1980. Ο L. Shulman (1986, 1987) ήταν ο πρώτος ο οποίος επιχείρησε να αναλύσει τη γνώση για τη διδασκαλία ενός αντικειμένου σε επιμέρους συνιστώσες. Σύμφωνα με τον Shulman, τρεις είναι οι σημαντικές συνιστώσες της γνώσης που απαιτείται για τη διδασκαλία ενός αντικειμένου: η Θεματική Γνώση του Περιεχομένου (Subject Matter Content Knowledge) (ΘΓΠ), η Παιδαγωγική Γνώση του Περιεχομένου (Pedagogical Content Knowledge) (ΠΓΠ) και η Γνώση του Αναλυτικού Προγράμματος (Curricular Content Knowledge) (ΓΑΠ). Η παιδαγωγική γνώση του περιεχομένου, σύμφωνα με τον Shulman αποτελεί ένα συγκερασμό μαθηματικής και παιδαγωγικής γνώσης και αφορά στη γνώση των τρόπων με τους οποίους η μαθηματική γνώση θα γίνει κατανοητή στους άλλους. Ακολούθησαν εκατοντάδες έρευνες σχετικές με αυτό το θέμα. Πολλές από αυτές στηρίχθηκαν στην δουλειά του Shulman και προσπάθησαν να την εξειδικεύσουν για τη διδασκαλία συγκεκριμένων επιστημονικών περιοχών ενώ άλλες πρότειναν ένα διαφορετικό πλαίσιο ανάλυσης. Ειδικότερα όσον αφορά στη διδασκαλία των Μαθηματικών, από τη δεκαετία του 1990 και μετά υπάρχει πλήθος ερευνητικών εργασιών προς τη μια ή την άλλη κατεύθυνση. Ένα από τα θεωρητικά πλαίσια για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, το οποίο επιχειρεί να εξειδικεύσει το πλαίσιο του Shulman, είναι αυτό που δημιουργήθηκε από την ομάδα της D. Ball (Ball, Thames and Phelps, 2008). Σύμφωνα με αυτό το θεωρητικό πλαίσιο η ΘΓΠ αποτελείται από την Κοινή Γνώση του Περιεχομένου (Common Content Knowledge) (ΚΓΠ), την Εξειδικευμένη Γνώση του Περιεχομένου (Specialized Content Knowledge) (ΕΓΠ) και τη Γνώση του Ορίζοντα του Περιεχομένου (Horizon Content Knowledge) (ΓΟΠ). Η ΚΓΠ αποτελεί τη γνώση του περιεχομένου που απαιτείται και για άλλες εργασίες πέραν της διδασκαλίας, η ΕΓΠ αποτελεί την γνώση του περιεχομένου που απαιτείται ειδικά για τη διδασκαλία και η ΓΟΠ αποτελεί τη γνώση του ευρύτερου μαθηματικού πλαισίου εντός του οποίου βρίσκεται το αντικείμενο της διδασκαλίας καθώς και τις συνδέσεις που αυτό έχει με άλλες περιοχές των Μαθηματικών. Η ΠΓΠ αποτελείται από τη Γνώση Περιεχομένου και Μαθητών (ΓΠΜ), τη Γνώση Περιεχομένου και Διδασκαλίας (ΓΠΔ) και τη Γνώση Περιεχομένου και Αναλυτικού Προγράμματος (ΓΠΠ). Η ΓΠΜ συνδυάζει τη γνώση του περιεχομένου και τη γνώση των μαθητών. Είναι η γνώση του πως πιθανόν να σκέφτονται οι μαθητές και τι μπορεί να τους δημιουργήσει προβλήματα σε σχέση με το συγκεκριμένο αντικείμενο. Η ΓΠΔ συνδυάζει τη γνώση του περιεχομένου και της διδασκαλίας του. Είναι η γνώση για έναν αποτελεσματικό σχεδιασμό της διδασκαλίας του συγκεκριμένου αντικειμένου. Τέλος η ΓΠΠ αφορά στη γνώση του Αναλυτικού Προγράμματος και στο πως το συγκεκριμένο περιεχόμενο εντάσσεται σε αυτό. Τα παραπάνω συστατικά στοιχεία της γνώσης για τη διδασκαλία των Μαθηματικών δεν είναι διακριτά. Δεν μπορεί π.χ. να είναι τελείως σαφές αν η γνώση ενός συγκεκριμένου θεωρήματος ανήκει στην «κοινή» ή στην «εξειδικευμένη» γνώση. Το πλαίσιο όμως της Ball και των συνεργατών της μπορεί να αξιοποιηθεί ως εργαλείο για τον σχεδιασμό και τη διδασκαλία ενός μαθήματος που έχει στόχο να αναπτύξει τις γνώσεις για τη διδασκαλία μιας ορισμένης περιοχής των Μαθηματικών. Στο μάθημα «Διδακτική του Απειροστικού Λογισμού» έγινε προσπάθεια να αξιοποιηθεί αυτό το εργαλείο.

Το μάθημα αποτελείται από 6 ενότητες. Η πρώτη ενότητα περιέχει θέματα που αφορούν γενικά στη διδασκαλία των Μαθηματικών και τα οποία θα αξιοποιηθούν στη συνέχεια για τη διδασκαλία του Απειροστικού Λογισμού. Η δεύτερη ενότητα αποτελεί μια εισαγωγή στη Διδακτική του Απειροστικού Λογισμού και περιέχει γενικά ερευνητικά συμπεράσματα που αφορούν στη μάθηση και τη διδασκαλία του Απειροστικού Λογισμού. Οι τέσσερις τελευταίες ενότητες αφορούν στη μάθηση και στη διδασκαλία των βασικών εννοιών του Απειροστικού Λογισμού, δηλαδή του ορίου, της συνέχειας, της παραγώγου και του ολοκληρώματος. Η διαπραγμάτευση αυτών των ενοτήτων δεν γίνεται με βάση κάποιο θεωρητικό υλικό αλλά βασίζεται σε συγκεκριμένες δραστηριότητες οι οποίες περιγράφουν κάποιες υποθετικές διδακτικές καταστάσεις που σχετίζονται με την υπό διαπραγμάτευση έννοια. Τις δραστηριότητες αυτές οι φοιτητές θα τις επεξεργαστούν πριν τη συζήτηση τους στην τάξη στηριζόμενοι στην εμπειρία τους και στην σχετική βιβλιογραφία. Στη συνέχεια, κατά τη διάρκεια του μαθήματος, θα γίνει συζήτηση στην τάξη για την κάθε δραστηριότητα και θα αναπτυχθούν οι σχετικές απόψεις. Μέσα από τη συζήτηση και την αντιπαράθεση διαφορετικών απόψεων θα προκύψουν θέματα που αφορούν διάφορα συστατικά στοιχεία της Θεματικής και της Παιδαγωγικής Γνώσης του Περιεχομένου, τα οποία θα αναλυθούν με βάση τις προσωπικές εμπειρίες των συμμετεχόντων και την υπάρχουσα βιβλιογραφία. Τέτοια θέματα μπορεί να αφορούν πλευρές της θεματικής γνώσης του περιεχομένου, ιδιαίτερα της εξειδικευμένης γνώσης ή του ορίζοντα, οι οποίες δεν χρησιμοποιούνται άμεσα στη διδασκαλία του αντικειμένου στη σχολική τάξη αλλά η γνώση τους ενισχύει την παιδαγωγική γνώση του περιεχομένου του εκπαιδευτικού και τον βοηθάει να σχεδιάσει μαθηματικά σωστές διδακτικές ενέργειες. Για παράδειγμα, η γνώση από τον εκπαιδευτικό της έννοιας της συνεκτικότητας και της σχέσης συνέχειας και συνεκτικού γραφήματος συνάρτησης (Εξειδικευμένη Γνώση του Περιεχομένου) του δίνει τη δυνατότητα να σχεδιάσει και να συζητήσει στην τάξη κατάλληλες γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων που θα βοηθήσουν τους μαθητές του να σχηματίσουν μια μαθηματικά σωστή εικόνα για την έννοια της συνεχούς συνάρτησης (Γνώση Περιεχομένου και Διδασκαλίας), κάτι που έχει εντοπιστεί από τη βιβλιογραφία ως πρόβλημα για τους μαθητές (Γνώση Περιεχομένου και Μαθητών). Μέσα από αυτή τη διαδικασία στόχος είναι να αναπτυχθεί η συνολική γνώση των συμμετεχόντων για τη διδασκαλία του Απειροστικού Λογισμού και να συνδεθούν οι διαφορετικές πλευρές αυτής της γνώσης. Σε αυτές τις ενότητες, εκτός από τις δραστηριότητες που αναφέρθηκαν παραπάνω, υπάρχουν ορισμένα ενδεικτικά παραδείγματα διδασκαλίας εννοιών και θεωρημάτων. Τα παραδείγματα αυτά είναι αποτελέσματα του ερευνητικού προγράμματος CALGEO (www.math.uoa.gr/calgeo) το οποίο είχε ως αντικείμενο την διδασκαλία του Απειροστικού Λογισμού με χρήση λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας.