

Συναρτήσεις

1. Εξετάστε αν οι παρακάτω σχέσεις μπορούν να ορίσουν συναρτήσεις. Δικαιολογήστε τις αρνητικές σας απαντήσεις. Σε όσες νομίζετε ότι ορίζουν συνάρτηση δώστε το μέγιστο πεδίο ορισμού, για το σύμβολο που θα θεωρήσετε ως ανεξάρτητη μεταβλητή. Αν υπάρχουν σταθερές συναρτήσεις, σημειώστε τις με [c].

$y = x^2$ Σωστό 91%, Λάθος 9%

$f(x) = 3$ Σωστό 94%, Λάθος 6%

$x^2 + y^2 = 3$ Σωστό 69%, Λάθος 28%, Δε γνωρίζω 4%

$s = 3t$ Σωστό 76%, Λάθος 24%

$\alpha^2 - \beta = 0$ Σωστό 65%, Λάθος 26%, Δε γνωρίζω 9%

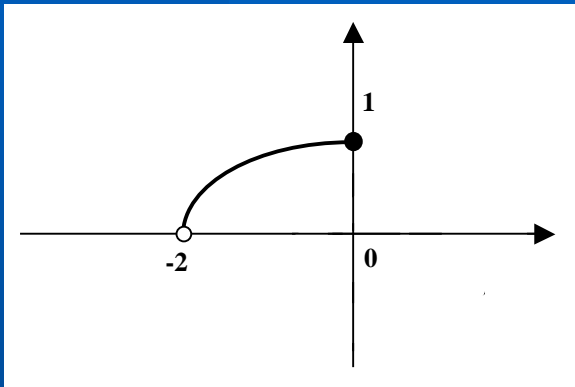
$x^4 = 3y$ Σωστό 67%, Λάθος 22%, Δε γνωρίζω 11%

$\alpha = \sqrt{2}$ Σωστό 81%, Λάθος 13%, Δε γνωρίζω 6%

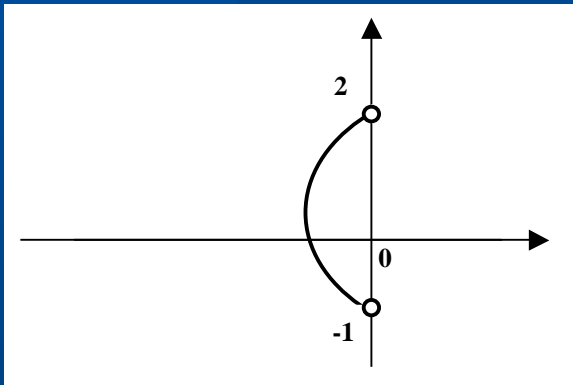
$f(y) = e^y$ Σωστό 67%, Λάθος 28%, Δε γνωρίζω 6%

Σε όλα τα ερωτήματα απάντησε σωστά το
22% των φοιτητών

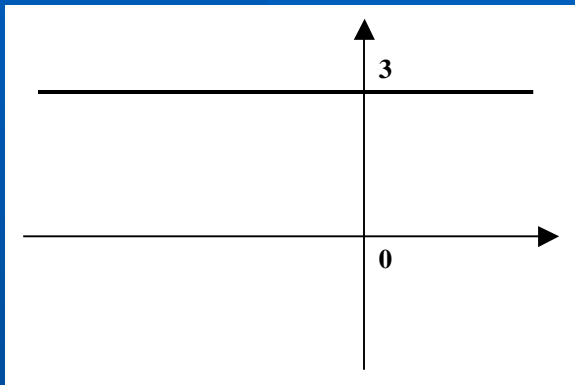
2. Σημειώστε με [Σ] τα γραφήματα των καμπυλών που προκύπτουν από συναρτήσεις και με [Ο] εκείνα που δεν προκύπτουν από συναρτήσεις της μορφής.
(Η ανεξάρτητη μεταβλητή βρίσκεται στον οριζόντιο άξονα)



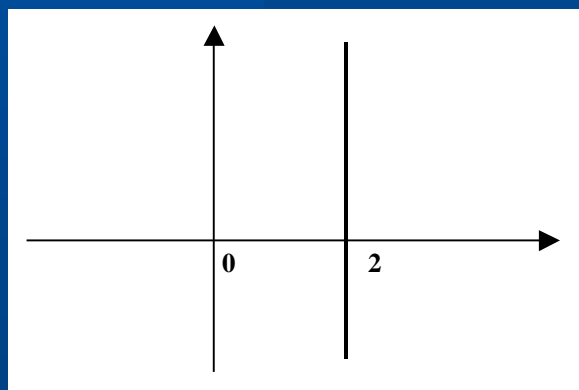
**Σωστό 91%,
Λάθος 7%,
Δε γνωρίζω 2%**



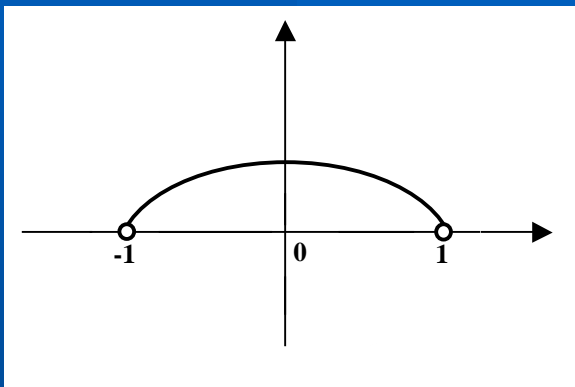
**Σωστό 93%,
Λάθος 7%**



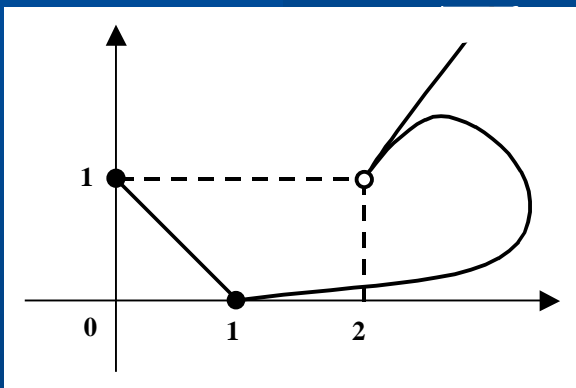
Σωστό 94%
Λάθος 6%



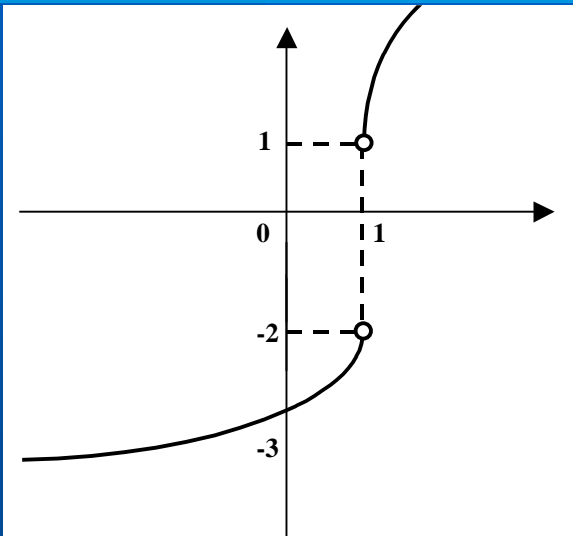
Σωστό 65%
Λάθος 35%



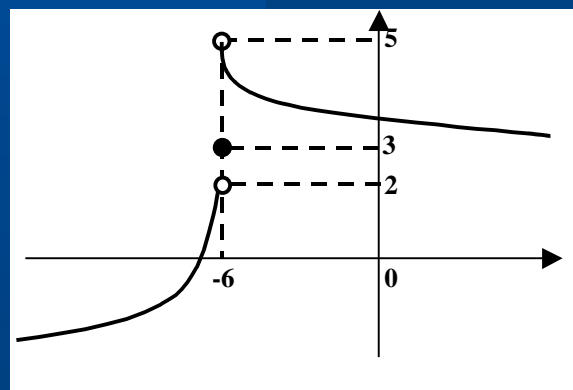
Σωστό 91%
Λάθος 9%



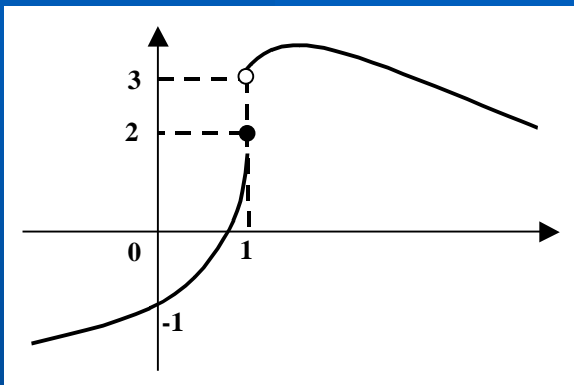
Σωστό 89%
Λάθος 9%
Δε γνωρίζω 2%



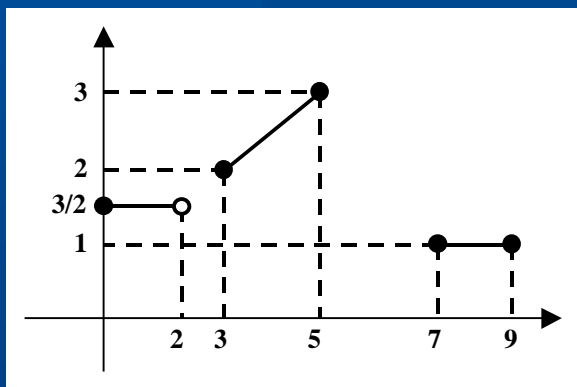
Σωστό 89%
Λάθος 11%



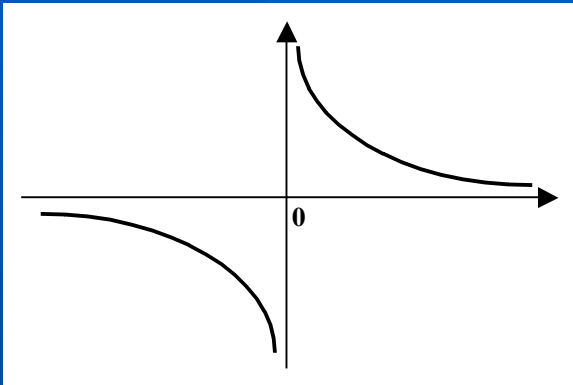
Σωστό 80%
Λάθος 20%



Σωστό 83%
Λάθος 17%



Σωστό 81%
Λάθος 17%
Δε γνωρίζω 12%



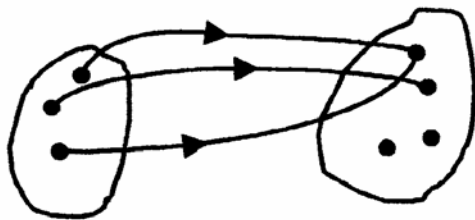
Σωστό 93%

Λάθος 7%

**Συνολικά στο ερώτημα απάντησε
σωστά το 44% των φοιτητών**

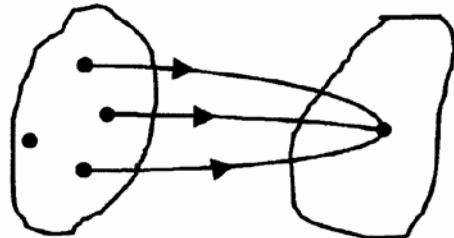
3. Σημειώστε με [σ] τα διαγράμματα τα οποία ορίζουν συνάρτηση.
Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

1.



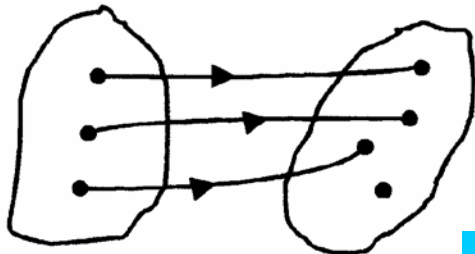
Σωστό	44	81%
Λάθος	6	11%
Δε γνωρίζω	4	7%

2.



Σωστό	34	63%
Λάθος	14	26%
Δε γνωρίζω	6	11%

3.



Σωστό	53	98%
Λάθος	1	2%

Στο σύνολο της ερώτησης απάντησε σωστά το 52% των φοιτητών.

4. Οι προσερχόμενοι σε κάποιο Γυμναστήριο αφήνουν για λόγους ασφαλείας τα χρήματά τους στον υπεύθυνο. Υπάρχει συνάρτηση ανάμεσα στα ονοματεπώνυμα των μελών και τα χρήματά τους; Δικαιολογείστε την απάντησή σας. (Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχουν μέλη με το ίδιο ονοματεπώνυμο.)

Σωστό 35%, Λάθος 43%, Δε γνωρίζω 22%

- Αδυναμία αρκετών φοιτητών να εκφραστούν στη γλώσσα μας. Από τις απαντήσεις τους φαίνεται ότι γνωρίζουν ακριβώς για ποιον λόγο μπορούμε να ορίσουμε μια τέτοια συνάρτηση, δε μπορούν όμως να εκφράσουν τα επιχειρήματά τους.
- Δεν μπορούμε να ορίσουμε τέτοια συνάρτηση διότι δεν υπάρχει αλγεβρικός τύπος για μια τέτοια συνάρτηση.
- Ένα ιδιαίτερα σύνηθες επίσης λάθος είναι η σύγχυση του μονοσήμαντου της εικόνας με την ιδιότητα $1 - 1$. (δεν είναι συνάρτηση διότι κάποιος μπορεί να έχουν το ίδιο ποσό χρημάτων).
- Στο ίδιο επιχείρημα καταφεύγουν και κάποιοι φοιτητές / φοιτήτριες που θεωρούν απαραίτητα το σύνολο των χρημάτων ως πεδίο ορισμού.
- Κάποιος φοιτητής υποστηρίζει ότι δεν υπάρχει τέτοια συνάρτηση διότι εάν υπήρχε, θα έπρεπε σε κάθε ονοματεπώνυμο να αντιστοιχίζεται κάποιο ποσό χρημάτων. Κάτι τέτοιο όμως δε συμβαίνει διότι κάποιος μπορεί να μην έχει χρήματα (άρα ούτε και εικόνα σε κάποιο στοιχείο του πεδίου ορισμού). Ασφαλώς θα μπορούσαμε να προσάψουμε το μηδέν για εικόνα σε ονοματεπώνυμο δίχως χρήματα. Αυτή η απάντηση αρχικά δείχνει ότι ο φοιτητής γνώριζε ότι σε μια συνάρτηση κάθε στοιχείο του πεδίου ορισμού έχει μία εικόνα μέσω αυτής. Από την άλλη φανερώνει και ένα γνωστό επιστημολογικό εμπόδιο.

- Στο σύνολο των τεσσάρων ερωτήσεων απάντησε σωστά το 4% των φοιτητών

5. Οι συναρτήσεις με τύπους

και $g(x) = x + 2$ είναι ίσες ;

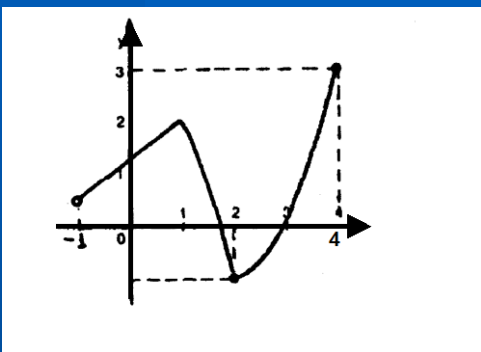
(Δικαιολογείστε την απάντησή σας.)

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

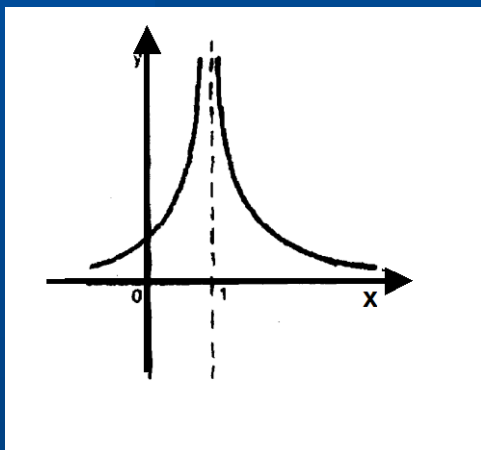
Σωστό 83%

Λάθος 17%

6. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης με γραφική παράσταση:

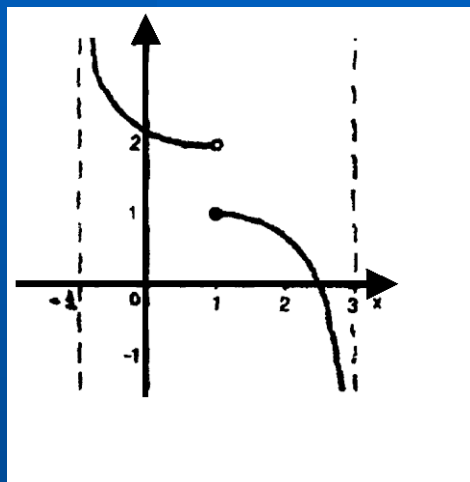


Σωστό 85%
Λάθος 15%

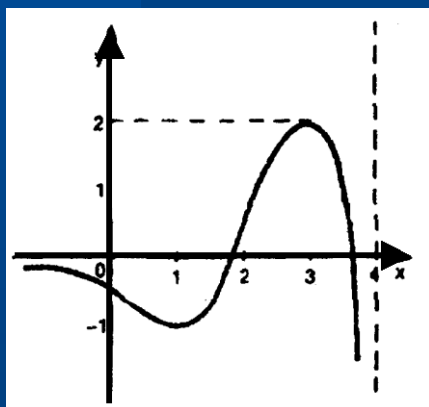


Σωστό 63%
Λάθος 35%
Δε γνωρίζω 2%

Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης με γραφική παράσταση:

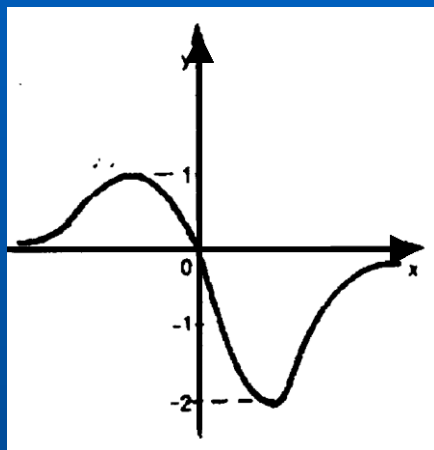


Σωστό 37%
Λάθος 63%



Σωστό 67%
Λάθος 31%
Δε γνωρίζω 2%

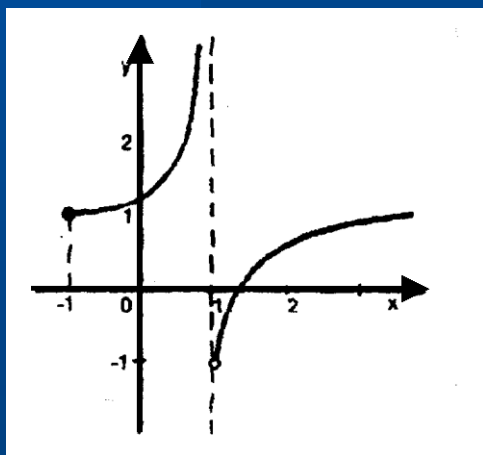
Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης με γραφική παράσταση:



Σωστό 80%

Λάθος 19%

Δε γνωρίζω 2%



Σωστό 61%

Λάθος 35%

Δε γνωρίζω 4%

Πεδίο Ορισμού – Σύνολο Τιμών

- Το 50% των λαθών περίπου οφείλεται σε λανθασμένο πεδίο ορισμού και το υπόλοιπο σε λανθασμένο σύνολο τιμών.
- Ένα συνηθισμένο λάθος είναι η παρουσίαση ενός διαστήματος «όπως το βλέπουμε στο σχήμα» πχ $[1, -3)$. Συνολικά 7 παιδιά (13%) κάνουν τέτοιο λάθος σε κάποια από τις ερωτήσεις.