



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

# Ιστορία νεότερων Μαθηματικών

Ενότητα 3: Η Άλγεβρα της Αναγέννησης

Παπασταυρίδης Σταύρος  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Μαθηματικών

# Περιγραφή Ενότητας

Ιταλοί Αβακιστές. Αλγεβρικός Συμβολισμός.  
Άλγεβρα στην Γαλλία, Γερμανία, Αγγλία.  
Εξισώσεις τρίτου και τετάρτου βαθμού.  
Μιγαδικοί αριθμοί. Εξισώσεις τετάρτου βαθμού  
και συμμετρίες.



# Περιεχόμενα Υποενότητας

- Εισαγωγικά για τους αβακιστές
- Μέθοδος των τριών
- Εύρεση ριζών



# Η Άλγεβρα της Αναγέννησης

Ιταλοί αβακιστές

# Εισαγωγικά (1/4)

- The Italian abacists of the fourteenth century were instrumental in teaching the merchants the “new” Hindu-Arabic decimal place value system and the algorithms for using it. As is **usual when a new system replaces an old traditional one, there was great resistance to the change.** For many years, account books were still kept in Roman numerals. It was believed that the Hindu-Arabic numerals could be altered too easily, and thus it was risky to depend on them alone in recording large commercial transactions. **(The current system of writing out the amounts on checks in words dates from this time.)**
- The advantages of the new system, however, eventually overcame the merchants’ initial hesitation.



## Εισαγωγικά (2/4)

- The advantages of the new system, however, eventually overcame the merchants' initial hesitation.
- The old counting board system required accountants to carry around not only a board but also a bag of counters, while the new system required only pen and paper and could be used anywhere.
- In addition, using a counting board required that preliminary steps in the calculation be eliminated as one worked toward the final answer. With the new system, all the steps were available for checking when the calculation was finished. (Of course, these advantages would have meant nothing had not a steady supply of cheap paper been recently introduced.)
- The abacists instructed entire generations of middle-class Italian children in the new methods of calculation, and these methods soon spread throughout the continent.



# Εισαγωγικά (3/4)

- In addition to the algorithms of the Hindu-Arabic number system, the abacists taught their students methods of problem solving using the tools of both arithmetic and Islamic algebra.
- The texts written by the abacists, of which several hundred different ones still exist, are generally large compilations of problems along with their solutions.
- These include not only genuine business problems of the type the students would have to solve when they joined their fathers' companies but also plenty of recreational problems typical of the kind found in modern elementary algebra texts.
- There were also sometimes geometrical problems as well as problems dealing with elementary number theory, the calendar, and astrology.
- The solutions in the texts were written in great detail with every step fully described, but, in general, no reasons were given for the various steps, nor any indication of the limitations of a particular method.



# Εισαγωγικά (4/4)

- **Perhaps the teachers did not want to disclose their methods in written form, fearing that then there would no longer be any reason to hire them.** In any case, it seems clear that these abacus texts were designed not only for classroom use but also to serve as reference manuals for the merchants themselves.
- A merchant could easily find and readily follow the solution of a particular type of problem without the necessity of understanding the theory behind the solution.





# False position (regula falsi)

- False position (**regula falsi**), .
- Η απλή περίπτωση είναι η μέθοδος των τριών
- $y = ax$ ,
- The following are examples of the types of problems found in these texts, most of which can be solved by using the ancient methods of the rule of three or false position



# Μέθοδος των τριών (1/2)

- The gold florin is worth 5 *lire*, 12 *soldi*, 6 *denarii* in *Lucca*. How much (in terms of gold florins) are 13 *soldi*, 9 *denarii* worth? (One needs to know that 20 *soldi* make up 1 *lira* and 12 *denarii* make 1 *soldo*.)
- The *lira* earns 3 *denarii* a month in interest. How much will 60 *lire* earn in 8 months? (This is a problem in simple interest. Problems in compound interest also appeared where the period of compounding was generally one year.)
- A field is 150 feet long. A dog stands at one corner and a hare at the other. The dog leaps 9 feet in each leap while the hare leaps 7. In how many feet and leaps will the dog catch the hare?



# Μέθοδος των τριών: αναμνήσεις από '58 - '59

- Όταν αυξάνει το ένα αυξάνει και το άλλο
- Όταν διπλασιάζεται το ένα διπλασιάζεται και το άλλο και επίσης όταν υποδιπλασιάζεται ...



# Μαθηματικοί τύποι: αναμνήσεις από δεκαετία '50

- $T = (KEX)/100,$
- Μετάβασης εις
- $K = (100T)/(EX)$



# Συμβολική Άλγεβρα: Euler's four-square identity

$$\begin{aligned} & (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2)(b_1^2 + b_2^2 + b_3^2 + b_4^2) \\ &= (a_1 b_1 - a_2 b_2 - a_3 b_3 - a_4 b_4)^2 + (a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_3 b_4 - a_4 b_3)^2 + \\ & \quad (a_1 b_3 - a_2 b_4 + a_3 b_1 + a_4 b_2)^2 + (a_1 b_4 + a_2 b_3 - a_3 b_2 + a_4 b_1)^2, \end{aligned}$$



# Κοινωνικές συνθήκες

- Κοινωνική αξία της εκπαίδευσης
- Κύρος δασκάλου - καθηγητή
- Γερμανικά παραδείγματα
- Μισθοί καθηγητών



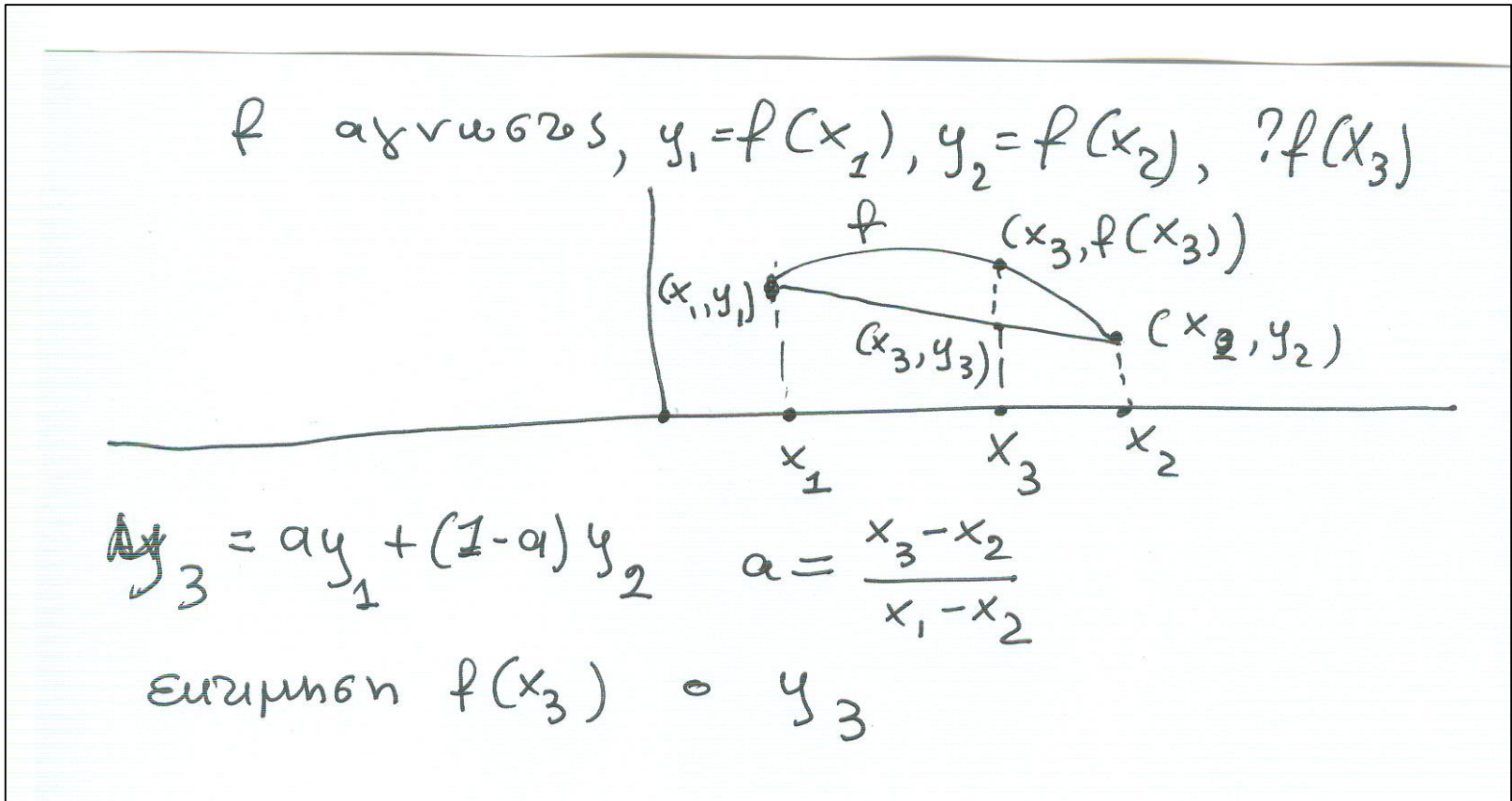
# Μέθοδος των τριών (2/2)

$$y = f(x) \quad y_1 = f(x_1), \quad f(x) = kx$$

$$y_2 = f(x_2) \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{x_2}{x_1}, \quad y_2 = y_1 \frac{x_2}{x_1}$$



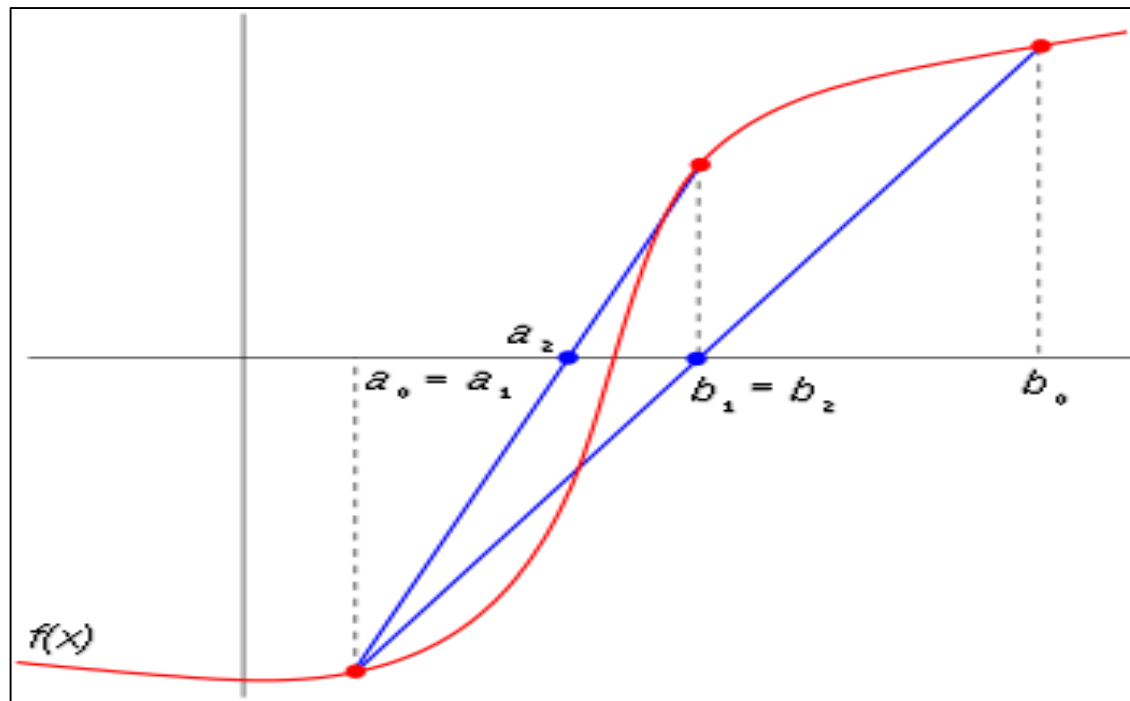
# Linear Interpolation



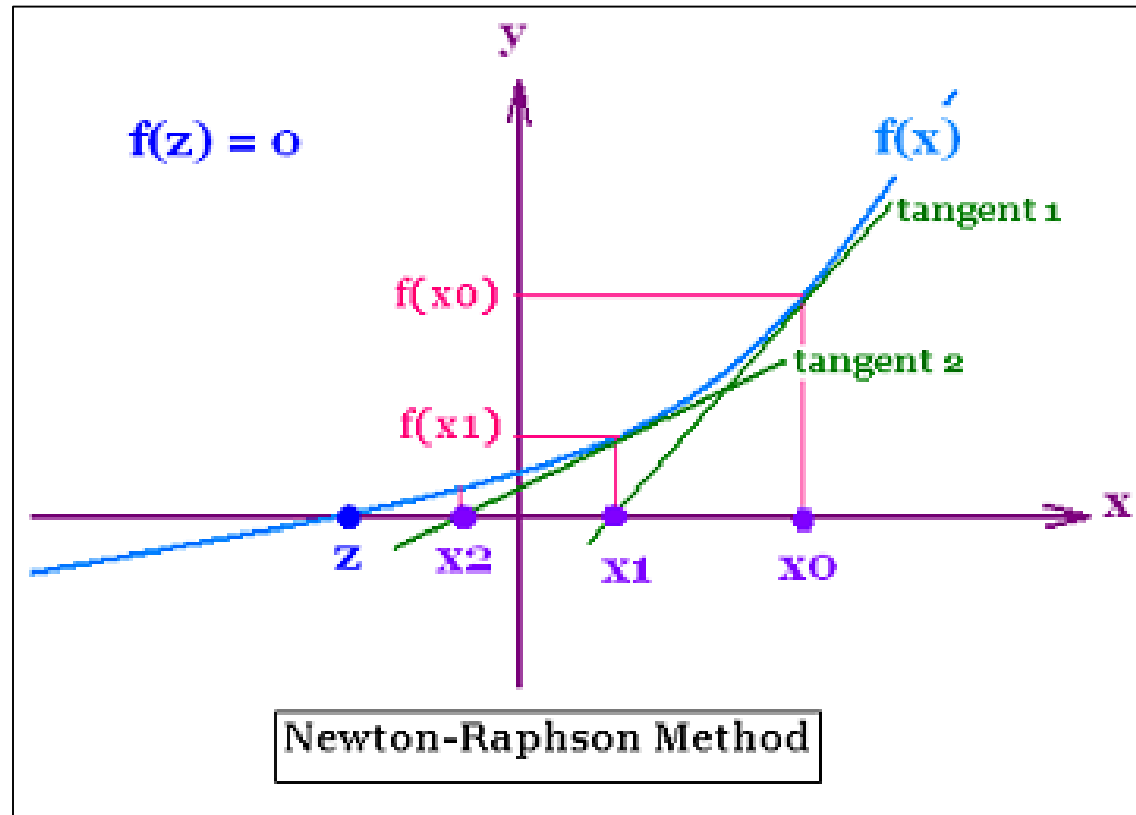


# Finding the root

- The first two iterations of the false position method. The red curve shows the function  $f$  and the blue lines are the secants.



# Newton Raphson



# Συμπεράσματα

- Although these texts were strictly practical, they did have significant influence on the development of mathematics, because they instilled in the Italian merchant class a facility with numbers without which future advances could not be made.
- Furthermore, some of these texts also brought to this middle class the study of Islamic algebra as a basic part of the curriculum. During the fourteenth and fifteenth centuries, the abacists extended the Islamic methods in several directions.
- **In particular, they introduced abbreviations and symbolism, developed new methods for dealing with complex algebraic problems, and expanded the rules of algebra into the domain of equations of degree higher than the second.**



Τέλος Υποεπνότητας

Ιταλοί αβακιστές

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών,  
Παπασταυρίδης Σταύρος. «Ιστορία Νεότερων Μαθηματικών, Η Άλγεβρα της  
Αναγέννησης». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή  
διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/MATH113/>.





# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

