



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Ιστορία νεότερων Μαθηματικών

Ενότητα 2: Τι είναι τα Μαθηματικά

Παπασταυρίδης Σταύρος
Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Μαθηματικών

Περιγραφή Ενότητας

Γενική θεώρηση του τι κάνει η επιστήμη των Μαθηματικών. Τονισμός της σημασίας του ιστορικού περίγυρου.



Περιεχόμενα Υποενότητας

- Απόψεις για τα Μαθηματικά
- Mathematics vs. Fine Art
- Archimedes vs. Aeschylus
- Beauty in Mathematics
- Μαθηματικά και Εφαρμογές
- Καθαρά Μαθηματικά (Pure Mathematics)



Τι είναι τα Μαθηματικά

Απόψεις για τα Μαθηματικά

Απόψεις για τα Μαθηματικά

- Δίνουμε αποδείξεις για πράγματα που ήδη ξέρουμε (ταλαιπωρηθείς μαθητής)!
- $1 > 0$, στην πρώτη λυκείου
- «Ένα τόξο κύκλου έχει ακριβώς ένα μέσον»
- Διδακτική πρόταση: τονίζουμε τις αποδείξεις που έχουν «απροσδόκητο» συμπέρασμα.
- Άθροισμα γωνιών τριγώνου



Συνθηματολογία

- [Carl Friedrich Gauss](#) (1777–1855) referred to mathematics as "the Queen of the Sciences", "*Regina Scientiarum*)
- **Marcus Peter Francis du Sautoy** (born 26 August 1965), Simonyi Professorship for the Public Understanding of Science, "the Queen of the Sciences"
- **During the High Middle Ages**, theology was therefore the ultimate subject at universities, being named "The Queen of the Sciences" and serving as the capstone to the [Trivium](#) and [Quadrivium](#) that young men were expected to study. This meant that the other subjects (including [Philosophy](#)) existed primarily to help with theological thought.¹



Galileo Galilei (1564–1642)

- "The universe cannot be read until we have learned the language and become familiar with the characters in which it is written. It is written in mathematical language, and the letters are triangles, circles and other geometrical figures, without which means it is humanly impossible to comprehend a single word. Without these, one is wandering about in a dark labyrinth."^[12] , *Il Saggiatore* p. 171. (Assayer, Εξεταστής)



Uniformly accelerated motion

- $s = (1/2)at^2$
- William Heytesbury (before 1313–1372/3) was a fellow of Oxford's Merton College from 1330, where, with Richard Kilvington, Richard Swineshead, Thomas Bradwardine and John Dumbleton, the Mertonian “Calculators”
- Nicole Oresme (French: [nikɔl ɔʁɛm];[1] c. 1320–1325 – July 11, 1382), also known as Nicolas Oresme, Nicholas Oresme, or Nicolas d'Oresme, was a significant philosopher of the later Middle Ages. He wrote influential works on economics, mathematics, physics, astrology and astronomy, philosophy, and theology; was Bishop of Lisieux, a translator, a counselor of King Charles V of France, and probably one of the most original thinkers of the 14th century.[2]



Galileo and Falling Bodies

- 1638 in his:
- *Discorsi e dimostrazioni matematiche, intorno à due nuove scienze,*
- *Discourses and Mathematical Demonstrations Concerning Two New Sciences. Galileo*



G. H. Hardy, *A Mathematician's Apology* (1941)

- Godfrey Harold ("G. H.") Hardy [FRS^{\[1\]}](#) (1877 – 1947)^[2] was an English [mathematician](#), known for his achievements in (sgp, analytic) [number theory](#) and [mathematical analysis](#).^{[3][4]}
- He is usually known by those outside the field of mathematics for his [essay](#) from 1940 on the [aesthetics of mathematics](#), [A Mathematician's Apology](#), **which is often considered one of the best insights into the mind of a working mathematician** written for the [layman](#).



Melancholy

- "It is a melancholy experience for a professional mathematician to find himself writing about mathematics. The function of a mathematician is to do something, to prove new theorems, to add to mathematics, and not to talk about what he or other mathematicians have done. Statesmen despise publicists, painters despise art-critics, and physiologists, physicists, or mathematicians have usually similar feelings: there is no scorn more profound, or on the whole more justifiable, than that of the men who make for the men who explain. Exposition, criticism, appreciation, is work for second-rate minds."



Επιλογή απόψεων του Hardy

- *No mathematician should ever allow himself to forget that mathematics, more than any other art or science, is a young man's game. (A Mathematician's Apology)*
- *It is never worth a first class man's time to express a majority opinion. By definition, there are plenty of others to do that.* [\[18\]](#)
- *A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, **it is because they are made with ideas.***
- *Nothing I have ever done is of the slightest practical use.*
- Hardy once told [Bertrand Russell](#) "If I could prove by logic that you would die in five minutes, I should be sorry you were going to die, but my sorrow would be very much mitigated by pleasure in the proof". Russell agreed with Hardy wholeheartedly about the delights of proofs, as he himself comments in his *Autobiography*.



Σχολιασμός τεσσάρων απόψεων του Hardy

- Mathematics vs. Fine Art
- Archimedes vs. Aeschylus
- Beauty in Mathematics
- Μαθηματικά και Εφαρμογές



Σχολιασμός: Mathematics vs. Fine Art

- A mathematician, like a painter or poet, is a maker of patterns. If his patterns are more permanent than theirs, it is because they are **made with ideas**.
- A painter makes patterns with shapes and colours, a poet with words. A painting may embody an 'idea', but the idea is usually **commonplace and unimportant**. In poetry, ideas count for a good deal more; but, [...] the importance of ideas in poetry is habitually exaggerated: '... Poetry is no the thing said but a way of saying it.' [In poetry,] the poverty of the ideas seems hardly to affect the beauty of the verbal pattern.



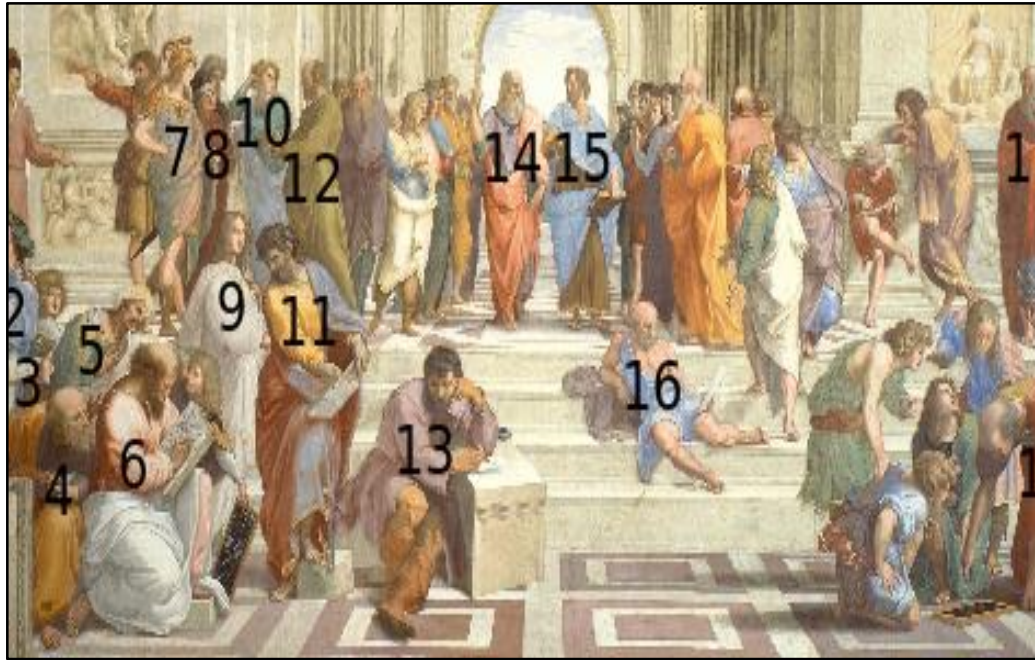
Scuola di Atene



Εικόνα 1.



Σχολή των Αθηνών: Ποιοι απεικονίζονται

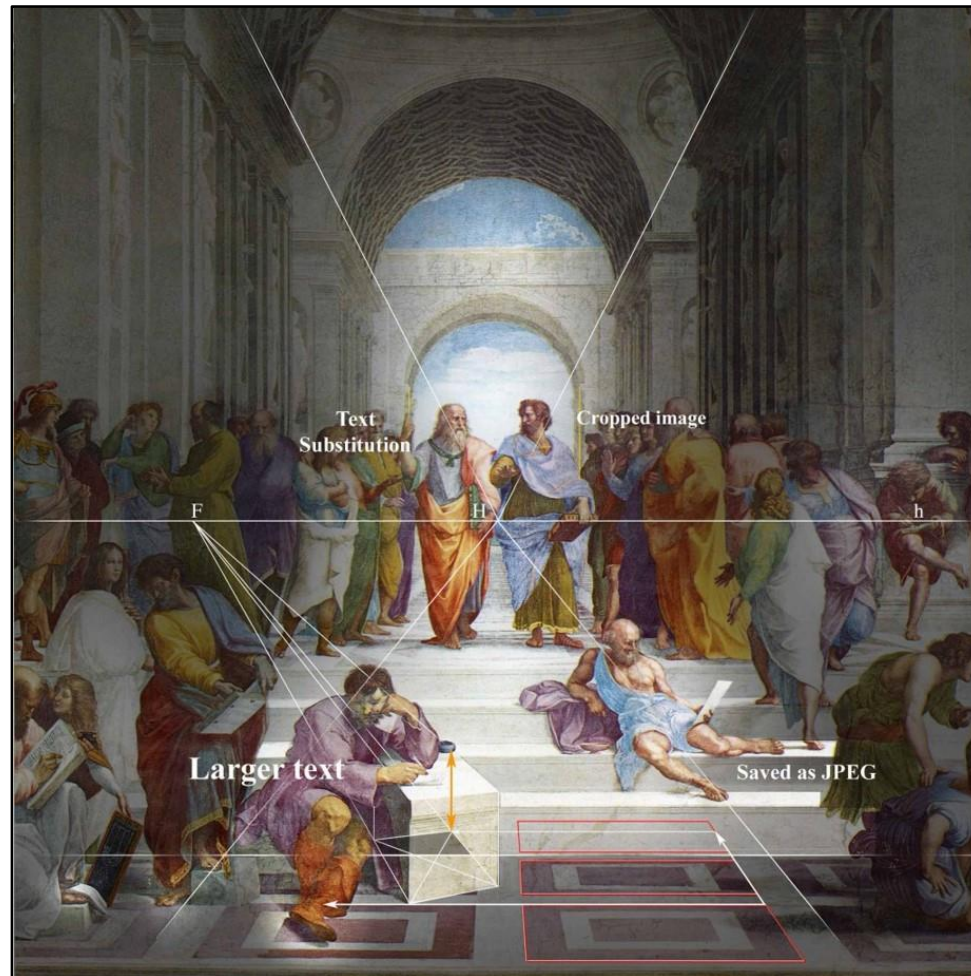


Εικόνα 2.

Πηγή: http://en.wikipedia.org/wiki/The_School_of_Athens



Σχολή των Αθηνών: Προοπτική



Εικόνα 3.

Third of May 1808



Εικόνα 4.



La liberte guidant le peuple



Εικόνα 5.



Guernica



Εικόνα 6.



Archimedes vs. Aeschylus

- Archimedes will be remembered when Aeschylus is forgotten, because languages die and mathematical ideas do not. "Immortality" may be a silly word, but probably a mathematician has the best chance of whatever it may mean.
- The Persians
- Όνειρο Άτοσσας, στ. 180
- Δεν είναι δούλοι, στ. 24

ΑΤΟΣΣΑ

τίς δὲ ποιμάνωρ ἔπεστι κάπιδεσπόζει στρατῶ;

ΧΟΡΟΣ

οὔτινος δούλοι κέκληνται φωτὸς οὐδ' ὑπήκοοι.



Αναφορά σε Μαραθώνα

ΑΤΟΣΣΑ

πῶς ἂν οὖν μένοιεν ἄνδρας πολεμίους ἐπήλυδας;

ΧΟΡΟΣ

ὥστε Δαρείου πολύν τε καὶ καλὸν φθειῖραι στρατόν.



Αισχύλου Επιτύμβιον

Αἰσχύλον Εὐφορίωνος Ἀθηναῖον τότε κεύθει
μνήμα

καταφθίμενον πυροφόροιο Γέλας·
ἄλκην δ' εὐδόκιμον Μαραθῶνιον ἄλσος ἄν
εἴποι
καὶ βαρυχαιτήεις Μῆδος ἐπιστάμενος.



Αντικρούσις... Καβάφη (1/2)

- ΚΑΒΑΦΗΣ, «Νεοί της Σιδωνος 400μΧ»:
- Ο ηθοποιός που έφεραν για να τους διασκεδάσει απήγγειλε και μερικά επιγράμματα εκλεκτά.
- Η αίθουσα άνοιγε στον κήπο επάνω κι είχε μια ελαφρά ευωδία ανθέων που ενώνονταν με τα μυρωδικά των πέντε αρωματισμένων Σιδωνίων νέων.
- Διαβάσθηκαν Μελέαγρος, και Κριναγόρας, και Ριανός.
- Μα σαν απήγγειλεν ο ηθοποιός, "Αισχύλον Ευφορίωνος Αθηναίων τότε κεύθει« (τονίζοντας ίσως υπέρ το δέον το "αλκήν δ' ευδόκιμον", το "Μαραθώνιον άλσος") πετάχθηκε ευθύς ένα παιδί ζωηρό, φανατικό για γράμματα, και φώναξε "Α δεν μ' αρέσει το τετράστιχον αυτό."



Αντικρούσεις... Καβάφη (2/2)

- Εκφράσεις τοιούτου είδους μοιάζουν κάπως σαν λιποψυχίες. Δώσε - κηρύττω - στο έργον σου όλην την δύναμή σου όλην την μέριμνα, και πάλι το έργο σου θυμήσου μες στην δοκιμασίαν, ή όταν η ώρα σου πια γέρνει.
- Έτσι από σένα περιμένω κι απαιτώ.
- Κι όχι από το νου σου ολότελα να βγάλεις της Τραγωδίας τον Λόγο τον λαμπρό - τι Αγαμέμνονα, τι Προμηθέα θαυμαστό, τι Ορέστου, τι Κασσάνδρας παρουσίες, τι Επτά επί Θήβας - και για μνήμη σου να βάλεις μόνο που μες στων στρατιωτών τες τάξεις τον σωρό, πολέμησες και συ τον Δάτι και τον Αρταφέρνη."



Περαιτέρω Καβάφης, πεζά ποιήματα: Σύνταγμα ηδονής (1/2)

- Μη ομιλείτε περί ενοχής, μη ομιλείτε περί ευθύνης. Όταν περνά το Σύνταγμα της Ηδονής με μουσικήν και σημαίας· όταν ριγούν και τρέμουν αι αισθήσεις, άφρων και ασεβής είναι όστις μένει μακράν, όστις δεν ορμά εις την καλήν εκστρατείαν, την βαίνουσαν επί την κατάκτησιν των απολαύσεων και των παθών.
- Όλοι οι νόμοι της ηθικής - κακώς νοημένοι, κακώς εφαρμοζόμενοι - είναι μηδέν και δεν ημπορούν να σταθούν ουδέ στιγμήν, όταν περνά το Σύνταγμα της Ηδονής με μουσικήν και σημαίας.
- Μη αφήσης καμίαν σκιεράν αρετήν να σε βαστάξη. Μη πιστεύης ότι καμία υποχρέωσις σε δένει. Το χρέος σου είναι να ενδίδης, να ενδίδης πάντοτε εις τας Επιθυμίας, που είναι τα τελειότατα πλάσματα των τελείων θεών. Το χρέος σου είναι να καταταχθής πιστός στρατιώτης, με απλότητα καρδιάς, όταν περνά το Σύνταγμα της Ηδονής με μουσικήν και σημαίας.



Περαιτέρω Καβάφης, πεζά ποιήματα: Σύνταγμα ηδονής (2/2)

- Μη κλείεσαι εν τω οίκω σου και πλανάσαι με θεωρίας δικαιοσύνης, με τας περί αμοιβής προλήψεις της κακώς καμωμένης κοινωνίας. Μη λέγης, Τόσον αξίζει ο κόπος μου και τόσον οφείλω να απολαύσω. Όπως η ζωή είναι κληρονομία και δεν έκαμες τίποτε δια να την κερδίσης ως αμοιβήν, ούτω κληρονομία πρέπει να είναι και η Ηδονή. Μη κλείεσαι εν τω οίκω σου· αλλά κράτει τα παράθυρα ανοικτά, ολοάνοικτα, δια να ακούσης τους πρώτους ήχους της διαβάσεως των στρατιωτών, όταν φθάνη το Σύνταγμα της Ηδονής με μουσικήν και σημαίας.
- Μη απατηθής από τους βλασφήμους όσοι σε λένουν ότι η υπηρεσία είναι επικίνδυνος και επίπονος. Η υπηρεσία της ηδονής είναι χαρά διαρκής. Σε εξαντλεί, αλλά σε εξαντλεί με θεσπεσίας μέθας. Και επί τέλους όταν πέσης εις τον δρόμον, και τότε είναι η τύχη σου ζηλευτή. Όταν περάση η κηδεία σου, αι Μορφαί τας οποίας έπλασαν αι επιθυμίας σου θα ρίψουν λείρια και ρόδα λευκά επί του φερέτρου σου, θα σε σηκώσουν εις τους ώμους των έφηβοι Θεοί του Ολύμπου, και θα σε θάψουν εις το Κοιμητήριον του Ιδεώδους όπου ασπρίζουν τα μαυσωλεία της ποιήσεως.



Beauty in Mathematics (1/4)

- The mathematician's patterns, like the painter's or the poet's must be *beautiful*; the ideas like the colours or the words, must fit together in a harmonious way. Beauty is the first test: **there is no permanent place in the world for ugly mathematics.**
- Κέπλερ
- Ομορφιά – αλήθεια
- **Paul Erdős** expressed his views on the ineffability (cannot or should not be expressed in spoken words) of mathematics when he said, "Why are numbers beautiful? It's like asking why is Beethoven's Ninth Symphony beautiful. **If you don't see why, someone can't tell you.** I know numbers are beautiful. If they aren't beautiful, nothing is".[2]



Beauty in Mathematics (2/4)

Manjul Bhargava, Fields Medal 2014

- "When you discover things about numbers, it's very beautiful," he says. "When mathematicians are thinking about their problems, we're not thinking about their various applications, but rather are pursuing beauty. That's how pure mathematicians think."
- "The most applicable maths discovered in history was not discovered for the purpose of applications, but in the search for the most beautiful maths out there."



Beauty in Mathematics (3/4)

- J.H.Poincare (1854-1912), (cited in H.E.Huntley, [The Divine Proportion](#), Dover, 1970) The mathematician does not study pure mathematics because it is useful; he studies it because he delights in it and he delights in it because it is beautiful.
- Jane Muir, [Of Men & Numbers](#), Dover, 1996. Gauss: You have no idea how much poetry there is in the calculation of a table of logarithms!
- O. Spengler, in J. Newman, [The World of Mathematics](#), Simon & Schuster, 1956 "A mathematician," said old Weierstrass, "who is not at the same time a bit of a poet will never be a full mathematician."



Beauty in Mathematics (4/4)

- S.Lang, *The Beauty of Doing Mathematics*, Springer-Verlag, 1985 Last time, I asked: "What does mathematics mean to you?" And some people answered: "The manipulation of numbers, the manipulation of structures." And if I had asked what music means to you, would you have answered: "The manipulation of notes?"
- <http://www.cut-the-knot.org/manifesto/beauty.shtml>
- **Bertrand Russell** (1872-1970), *Autobiography*, George Allen and Unwin Ltd, 1967, v1, p158. It seems to me now that mathematics is capable of an artistic excellence as great as that of any music, **perhaps** greater; not because the pleasure it gives (although very pure) is comparable, either in intensity or in (?) the number of people who feel it, to that of music, but because it gives in absolute perfection that combination, characteristic of great art, of godlike freedom, with the sense of inevitable destiny; because, in fact, it **constructs an ideal** world where everything is perfect but true.



Bertrand Arthur William Russell, 3rd Earl Russell, (1872 –1970)

- **Bertrand Russell** expressed his sense of mathematical beauty in these words: Mathematics, **rightly viewed**, possesses not only truth, but supreme beauty — a beauty cold and austere, like that of sculpture, without appeal to any part of our weaker nature, without the gorgeous trappings of painting or music, yet sublimely pure, and capable of a stern perfection such as only the greatest art can show. The true spirit of delight, the exaltation, the sense of being more than Man, which is the touchstone of the highest excellence, is to be found in mathematics as surely as poetry.[1]



625. Ode on a Grecian Urn

Arthur Quiller-Couch, ed. 1919. The Oxford Book of English Verse: 1250–1900. John Keats. (1795–1821)

O Attic shape! fair attitude! with
brede

Of marble men and maidens
overwrought,

With forest branches and the
trodden weed;

Thou, silent form! dost tease us
out of thought.

As doth eternity: Cold Pastoral!

As doth eternity: Cold Pastoral!

When old age shall this
generation waste,

Thou shalt remain, in midst of
other woe

**Than ours, a friend to man, to
whom thou say 'st,**

**Beauty is truth, truth beauty, -
that is all**

**Ye know on earth, and all ye
need to know.'**



Προς τι η συζήτηση?

- Τα μαθηματικά εν αμύνει
- Γεώργιος Τσιντσιφάς
- Σκακιστές γωνία Σόλωνος και Μαυρομιχάλη



Σχολιασμός: Μαθηματικά – Ομορφιά (1/2)

- Τι μπορούμε να πούμε?
- Beauty Is On The Eye Of The Beholder
- <https://answers.yahoo.com/question/index?qid=1006051104792>,
- **Best Answer:** It means love is blind. My husband thinks I am beautiful (he calls me pretty lady) and I am not what the world calls beautiful. He is the beholder in this situation and in his eyes (the only person who really matters) I am beautiful.



Σχολιασμός: Μαθηματικά – Ομορφιά (2/2)

- Η απάντηση μου: όλη την αλήθεια (ωμή η ...μη!)
- Τα μαθηματικά θέλουν ... δουλειά! Όπως και ουσιαστικά κάθε τι καλόν
- Σύνδεση με κοινωνία, ιστορία κλπ.



Μαθηματικά και Εφαρμογές

- Hardy preferred his work to be considered [pure mathematics](#), perhaps because of his detestation of war and the military uses to which mathematics had been [applied](#). He made several statements similar to that in his [Apology](#):
- *"I have never done anything 'useful'. No discovery of mine has made, or is likely to make, directly or indirectly, for good or ill, the least difference to the amenity of the world."*^[14]
- However, aside from formulating the [Hardy–Weinberg principle](#) in [population genetics](#), his famous work on integer partitions with his collaborator Ramanujan, known as the [Hardy–Ramanujan asymptotic formula](#), has been widely applied in physics to find quantum partition functions of atomic nuclei (first used by [Niels Bohr](#)) and to derive thermodynamic functions of non-interacting [Bose-Einstein](#) systems. Though Hardy wanted his maths to be "pure" and devoid of any application, much of his work has found applications in other branches of science.



Useless pure Mathematics (1/6)

- Moreover, Hardy deliberately pointed out in his *Apology* that mathematicians generally do not "glory in the uselessness of their work," but rather – because science can be used for evil as well as good ends – "mathematicians may be justified in rejoicing that there is one science at any rate, and that their own, whose very remoteness from ordinary human activities should keep it gentle and clean."
- Hardy also rejected as a "delusion" the belief that the difference between pure and applied mathematics had anything to do with their utility. **Hardy regards as "pure" the kinds of mathematics that are independent of the physical world**, but also considers some "applied" mathematicians, such as the physicists [Maxwell](#) and [Einstein](#), to be among the "real" mathematicians, whose work "has permanent aesthetic value" and "is eternal because the best of it may, like the best literature, continue to cause intense emotional satisfaction to thousands of people after thousands of years."



Useless pure Mathematics (2/6)

- Although he admitted that what he called "real" mathematics may someday become useful, he asserted that, at the time in which the *Apology* was written, only the "dull and elementary parts" of either pure or applied mathematics could "work for good or ill."
- No one has yet discovered any warlike purpose to be served by the theory of numbers or relativity, and it seems unlikely that anyone will do so for many years.
- Pure mathematics is on the whole distinctly more useful than applied. [...] For what is useful above all is *technique*, and mathematical technique is taught mainly through pure mathematics.



Useless pure Mathematics (3/6)

- If the theory of numbers could be employed for any practical and obviously honourable purpose, if it could be turned directly to the furtherance of human happiness or the relief of human suffering, as physiology and even chemistry can, then surely neither Gauss nor any other mathematician would have been so foolish as to decry or regret such applications.
- But science works for evil as well as for good (and particularly, of course, in time of war); and both Gauss and less mathematicians may be justified in rejoicing that there is one science at any rate, and that their own, whose very remoteness from ordinary human activities should keep it gentle and clean.



Useless pure Mathematics (4/6)

- It will probably be plain by now to what conclusions I am coming; so I will state them at once dogmatically and then elaborate them a little. It is undeniable that a good deal of **elementary mathematics** — and I use the word ‘elementary’ in the sense in which professional mathematicians use it, in which it includes, for example, a fair working knowledge of the differential and integral calculus—has considerable practical utility.
- **These parts of mathematics are, on the whole, rather dull**; they are just the parts which have the least aesthetic value.



Useless pure Mathematics (5/6)

- The ‘real’ mathematics of the ‘real’ mathematicians, the mathematics of Fermat and Euler and Gauss and Abel and Riemann, is almost wholly ‘useless’ (and this is as true of ‘applied’ as of ‘pure’ mathematics). It is not possible to justify the life of any genuine professional mathematician on the ground of the ‘utility’ of his work.



Useless pure Mathematics (6/6)

- I count Maxwell and Einstein, Eddington and Dirac, among ‘real’ mathematicians.
- The great modern achievements of applied mathematics have been in relativity and quantum mechanics, and these subjects are, at present at any rate, almost as ‘useless’ as the theory of numbers.
- It is the dull and elementary parts of applied mathematics, as it is the dull and elementary parts of pure mathematics, that work for good or ill. Time may change all this.
- No one foresaw the applications of matrices and groups and other purely mathematical theories to modern physics, and it may be that some of the ‘highbrow’ applied mathematics will become ‘useful’ in as unexpected a way; but the evidence so far points to the conclusion that, in one subject as in the other, it is what is commonplace and **dull** that counts for practical life.



Κορνήλιος Καστοριάδης, Φιλοσοφία
και Επιστήμη

Ένας διάλογος με τον Γιώργο Ευαγγελόπουλο, 1/6

Από σελίδα 125

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Α. ΕΥΑΓΓΕΛΟΠΟΥΛΟΣ: Στόν κοινωνικό προβληματισμό ἐπιστημόνων, φιλοσόφων, ἀλλά καί τοῦ ἀπλοῦ λαοῦ, προστέθηκαν πρόσφατα τά προβλήματα πού γεννοῦν γιά τήν ἠθική οἱ δυνατότητες πού μᾶς προσφέρουν ἡ σύγχρονη γενετική, ἡ μοριακή βιολογία καί ἡ βιοτεχνολογία. Ἕνα ἀπλό ἐρώτημα, ἴσως ἀπό τά πιό ἀνώδυνα, πού ἔφερε στήν ἐπιφάνεια ἡ πρόσφατη ἐλληνική εἰδησεογραφία, εἶναι ἂν ἡ τεχνητή γονιμοποίηση



Ένας διάλογος με τον Γιώργο Ευαγγελόπουλο, 2/6

126

ΚΟΡΝΗΛΙΟΣ ΚΑΣΤΟΡΙΑΔΗΣ

πρέπει να προσφέρεται ως μέθοδος τεκνοποίησης, ανεξαρτήτως της ηλικίας των γονέων. Τίθεται, με άλλα λόγια, και πάλι το παλαιό δύσκολο ερώτημα: Ποιός αποφασίζει για τον έλεγχο της επιστημονικής προόδου (ή «προόδου»), με ποιά κοινωνική νόμιμοποίηση και μέσω ποιων μηχανισμών;



Ένας διάλογος με τον Γιώργο Ευαγγελόπουλο, 3/6

ΚΟΡΝΗΛΙΟΣ ΚΑΣΤΟΡΙΑΔΗΣ: Ἡ ἀπάντησή μου ὑπάρχει στό κείμενο «Ἡ τεχνοεπιστήμη», πού περιέχεται στίς Ὁμιλίες στήν Ἑλλάδα.⁷⁹ Κανείς δέν ἀποφασίζει γιά τόν ἔλεγχο τῆς ἐπιστημονικῆς προόδου οὔτε γιά τίς προϋποθέσεις τῆς ἐφαρμογῆς της· δέν ὑπάρχει καμία κοινωνική νομιμοποίηση καί κανένας μηχανισμός πού νά ἀσχολεῖται μέ τό θέμα. Δηλαδή, ὑπάρχει μιά αὐτονόμηση τῆς τεχνοεπιστήμης, ἡ ὁποία εἶναι σάν ἓνα ἀφηνιασμένο ἄλογο ἢ σάν ἐξπρές πού ἔχει ἐκτροχιαστεῖ. Ἡ τεχνοεπιστήμη τραβά τόν δικό της δρόμο, χωρίς νά διερωτᾶται ἄν αὐτά πού κάνει ἔχουν σημασία καί ἐπιπτώσεις στόν ἄνθρωπο, στή ζωή, κ.λπ. Αὐτές οἱ σκέψεις ἔρχονται μόνον ἐκ τῶν ὑστέρων. Καί αὐτό γενᾶ, γιά πρώτη φορά σέ μιά οἰονεῖ δημοκρατική ἢ ψευτοδημοκρατική κοινωνία, τό τεράστιο καί, γιά μένα, πολύ ὀδυνηρό ἐρώτημα, ὡς ποιό βαθμό καί κατά ποιόν τρόπο μποροῦν νά ὑπάρξουν θεσμοί πού νά περιορίζουν τήν ἐλευθερία τῆς ἔρευνας. Τό ὅτι τό ἐρώτημα δέν εἶναι τρελό, φασιστικό ἢ σταλινικό ἀποδεικνύεται ἀμέσως ἀπό τό γεγονός ὅτι κανένας δέν θεωρεῖ σήμερα ὅτι εἶναι ἐπιτρεπτή μιά ἔρευνα, ἔστω κι ἄν πρόκειται ἀπλῶς γιά «ἀξιοποίηση» τεχνικῶν κατασκευῆς ἀτομικῆς βόμβας, ὅπου θά χρησιμοποιεῖται ὡς σχάσιμος πυρήνας κάτι τοῦ ὁποίου τά προϊόντα τῆς σχάσης εἶναι περισσότερο ραδιενεργά ἀπ' ὅ,τι συνήθως. Εἶναι ὅμως ὄντως «ἐπιτρεπτή» ἢ ὄχι αὐτή ἡ κατασκευή; Καί ἄν κανείς

Ε.Ε.Ε.Ε.



Ένας διάλογος με τον Γιώργο Ευαγγελόπουλο, 4/6

Θέλει νά ικανοποιήσει τήν ἐπιστημονική του περιέργεια, μέ ποιό δικαίωμα τοῦ τό ἀπαγορεύουμε; Τό ἀπαγορεύουμε διότι ἐνδεχομένως φοβόμαστε τίς ἐπιπτώσεις. Σταματάει αὐτό στά πυρηνικά ὄπλα; Κατ' ἀρχήν δέν σταματάει πουθενά. Ἀσφαλῶς ὄχι στή φυσική, οὔτε στή βιολογία. Ἀλλά οὔτε καί στά μαθηματικά. Θυμᾶμαι μιά ἀφελέστατη δήλωση τοῦ διάσημου Ἀγγλου μαθηματικοῦ Godfrey Harold Hardy, ὁ ὁποῖος στό βιβλίο του *Ἡ Ἀπολογία ἑνός Μαθηματικοῦ*,⁸⁰ ἀναφέρει ὅτι ἐπέλεξε ὡς ἐπιστήμη του τά μαθηματικά διότι σκέφτηκε ὅτι εἶναι ἡ μόνη ἐπιστήμη ἡ ὁποία ποτέ δέν μπορεῖ νά κάνει κακό σ' ἕνα ἀνθρώπινο ὄν. Καί αὐτό τό ἔλεγε ὁ Hardy τό 1940, παρότι, ὅταν μαθαίνει κανεῖς διαφορικό λογισμό, τουλάχιστον ὅπως τόν ἔμαθα ἐγώ, μιά ἀπό τίς πρῶτες ἐξισώσεις τίς ὁποῖες διδάσκεται εἶναι γνωστή, στά γαλλικά τουλάχιστον, ὡς ἡ «ἐξίσωση τῶν πυροβολητῶν»· διότι εἶναι ἡ διαφορική ἐξίσωση πού ἐπιτρέπει νά ὑπολογίσει κανεῖς τή διαδρομή ἑνός βλήματος, τό σημεῖο πτώσης του κ.λπ.

Λοιπόν, αὐτό τό ἐρώτημα μένει ἀνοιχτό, κι ἐγώ νομίζω ὅτι



Ένας διάλογος με τον Γιώργο Ευαγγελόπουλο, 5/6

του κ.λπ.

Λοιπόν, αυτό τό ερώτημα μένει ανοιχτό, κι εγώ νομίζω ότι μόνο μία έλλογη και σοφή κοινωνία θά μπορούσε νά τό άπαντήσει. Γι' αυτό είμαι αρκετά άπαισιόδοξος. Γίνομαι μάλιστα όλο και περισσότερο άπαισιόδοξος, καθώς βλέπω ότι όλος ο ζωτικός χυμός τής έπιστήμης πηγαίνει όλοένα και περισσότερο προς τίς εφαρμογές και όλοένα και λιγότερο προς τή βασική έρευνα. Αυτό είναι καθαρά σημεϊο παρακμής, σημεϊο άλεξανδρινισμού. Τήν πρώτη άτμομηχανή δέν τήν έφτιαξε οϋτε ο Ευκλείδης οϋτε ο Άρχιμήδης· τήν κατασκεύασε ο Ήρων ο Άλεξανδρεύς τόν 1ο αϊώνα, διότι και τότε τό ενδιαφέρον ήταν



Ένας διάλογος με τον Γιώργο Ευαγγελόπουλο, 6/6

- Στραμμένο περισσότερο προς τις εφαρμογές της επιστήμης και λιγότερο προς τη θεωρία.



Σχολιασμός: Εφαρμογές των Μαθηματικών

- Θουκυδίδου Ιστορίες, 5, 89
- *δυνατὰ δὲ οἱ προύχοντες πράσσουσι καὶ οἱ ἀσθενεῖς ξυγχωροῦσιν.*
- (μτφ Ε. Βενιζελος), «*ὅτι ὅμως ο ἰσχυρὸς ἐπιβάλλει ὅ,τι του ἐπιτρέπει ἡ δύναμις του και ο ασθενής παραχωρεῖ ὅ,τι του ἐπιβάλλει ἡ αδυναμία του*»
- Αναφορά σε Fulbright, Βαρουφάκη



Η Κοινωνία αποφασίζει

- Η συνισταμένη της κοινωνίας αποφασίζει
- Θεμιστοκλής - πλοία
- Σχέδιο Μανχάταν, βόμβα υδρογόνου
- Ηλεκτρικά αυτοκίνητα, ***Who Killed the Electric Car?*** is a [2006 documentary film](#) that explores the creation, limited commercialization, and subsequent destruction of the [battery electric vehicle](#) in the [United States](#), specifically the [General Motors EV1](#) of the mid-1990s.



Brecht, The life of Galileo

- Andrea loudly: Unhappy the land that has no heroes
- Galileo: No. Unhappy the land that is in need of heroes.



Σχολιασμός: A Mathematician's apology

- Στενές εγωκεντρικές απόψεις
- Άγνοια κοινωνίας - ιστορίας
- Σε μεγάλο βαθμό επιφανειακές, απλές μεμονωμένες παρατηρήσεις ως επί το πλείστον
- Σκέψεις για την παιδεία, εκπαίδευση: η δημιουργία ενός επιστήμονα



Τέλος Υποενότητας

Απόψεις για τα Μαθηματικά

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών,
Παπασταυρίδης Σταύρος. «Ιστορία Νεότερων Μαθηματικών, Τι είναι
Μαθηματικά». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή
διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/MATH113/>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/3)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Εικόνα 1: Estancia del Sello (Escuela de Atenas). Estancia del Sello (Escuela de Atenas) by Raphael. Licensed under Public Domain via Wikimedia Commons - https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sanzio_01.jpg#/media/File:Sanzio_01.jpg

Εικόνα 2: The parenthetical names are the contemporary characters from whom Raphael is thought to have drawn his likenesses. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Raffaello Scuola di Atene numbered.svg#/media/File:Raffaello Scuola di Atene numbered.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Raffaello_Scuola_di_Atene_numbered.svg#/media/File:Raffaello_Scuola_di_Atene_numbered.svg).

Εικόνα 3: Marmor Block. Copyrighted. <http://galleryhip.com/the-school-of-athens-raphael.html>



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (2/3)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Εικόνα 4: *The Third of May* by Francisco Goya. Public Domain.

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:El Tres de Mayo, by Francisco de Goya, from Prado thin black margin.jpg#/media/File:El Tres de Mayo, by Francisco de Goya, from Prado thin black margin.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:El_Tres_de_Mayo,_by_Francisco_de_Goya,_from_Prado_thin_black_margin.jpg#/media/File:El_Tres_de_Mayo,_by_Francisco_de_Goya,_from_Prado_thin_black_margin.jpg)

Εικόνα 5: *La liberté guidant le peuple*. Public Domain.

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eug%C3%A8ne Delacroix - La libert%C3%A9 guidant le peuple.jpg#/media/File:Eug%C3%A8ne Delacroix - La libert%C3%A9 guidant le peuple.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Eug%C3%A8ne_Delacroix_-_La_libert%C3%A9_guidant_le_peuple.jpg#/media/File:Eug%C3%A8ne_Delacroix_-_La_libert%C3%A9_guidant_le_peuple.jpg)



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (3/3)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Εικόνα 6: "PicassoGuernica" by PICASSO, la exposición del Reina-Prado. Guernica is in the collection of Museo Reina Sofia, Madrid. Source page:

<http://www.picassotradicionyvanguardia.com/08R.php> (archive.org). Licensed under Fair use via Wikipedia -

<https://en.wikipedia.org/wiki/File:PicassoGuernica.jpg#/media/File:PicassoGuernica.jpg>

