



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Ι

Ενότητα 8: Συστήματα αρίθμησης

Μιχάλης Δρακόπουλος

Σχολή Θετικών επιστημών

Τμήμα Μαθηματικών

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Ι (MATLAB)

Ενότητα 8

Σημειώσεις βασισμένες στο βιβλίο “Το MATLAB στην Υπολογιστική Επιστήμη και Τεχνολογία – Μια Εισαγωγή”

Συστήματα αρίθμησης

Bits & Bytes

Bit: η μικρότερη μονάδα πληροφορίας

- μία από δύο πιθανές καταστάσεις (ναι / όχι, αληθές / ψευδές, on / off)
- κωδικοποίηση σε 0 ή 1 → δυαδικό σύστημα
- Το δυαδικό σύστημα επιτρέπει την κατασκευή εξαρτημάτων που έχουν 2 μόνο καταστάσεις
 - υψηλή / χαμηλή τάση (chips)
 - φορά μαγνητικού πεδίου (δίσκοι)
 - ανάκλαση ή όχι φωτεινής δέσμης (CD-ROM, DVD κτλ)
 - παρουσία ή όχι ηλεκτρικού φορτίου (flash)
- Η πληροφορία αποθηκεύεται και επεξεργάζεται σαν bits.

Byte: 8 bits που λειτουργούν ως μία ενιαία μονάδα

Δεκαδικό σύστημα

- Βάση το 10
- 10 ψηφία: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
 - ένα δεκαδικό ψηφίο εκφράζει μία από δέκα πιθανές επιλογές (μετράει 10 πράγματα, έχει 10 διακριτές τιμές)
 - δύο δεκαδικά ψηφία εκφράζουν μία από 100 πιθανές επιλογές
 - κτλ.

$$\begin{aligned}\text{π.χ., } 1975 &= 1 \times 1000 + 9 \times 100 + 7 \times 10 + 5 \times 1 \\ &= 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0\end{aligned}$$

Δυαδικό σύστημα

- Βάση το 2
- 2 ψηφία: 0, 1 (bits)
 - ένα δυαδικό ψηφίο εκφράζει μία από δύο πιθανές επιλογές (μετράει 2 πράγματα, έχει 2 διακριτές τιμές)
 - δύο δυαδικά ψηφία εκφράζουν μία από 4 πιθανές επιλογές
 - κτλ.

π.χ., $11001_2 = 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1$
 $= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 25$ (στο δεκαδικό)

Δεκαδικό σε δυαδικούς

- Ανάλυση σε δυνάμεις του 2:
- π.χ., $42 = 32 + 10 = 32 + 8 + 2 = 2^5 + 2^3 + 2^1 = 101010_2$
- Διαδοχικές διαιρέσεις με 2 (μόνο για ακέραιους)

Πηλίκο	42	21	10	5	2	1	0
Υπόλοιπο		0	1	0	1	0	1

➔ **101010₂**

Οι δυαδικοί αριθμοί είναι «ογκώδεις»

- **Οκταδικοί:** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- **Δεκαεξαδικοί:** 0-9, A, B, C, D, E, F

2-δικό – 8-δικό: κάθε δυαδική τριάδα ↔ ένα οκταδικό στοιχείο

$$\begin{array}{ccccccc} 001 & 100 & 101 & 001 & 000 & . & 101 & 101 & 100 \\ 1 & 4 & 5 & 1 & 0 & . & 5 & 5 & 4 \end{array}$$

2-δικό – 16-δικό: κάθε δυαδική τετράδα ↔ ένα δεκαεξαδικό στοιχείο

$$\begin{array}{ccccccc} 0111 & 1011 & 1010 & 0011 & . & 1011 & 1100 & 0100 \\ 7 & B & A & 3 & . & B & C & 4 \end{array}$$

Αριθμητική στο δυαδικό σύστημα (γενικά)

Η πρόσθεση στηρίζεται στους κανόνες: $0 + 0 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 0 = 1$, και $1 + 1 = 10$

$$\begin{array}{r} \text{π.χ.,} \quad 1010 \\ + 1100 \\ \hline 10110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 01101 \\ + 10111 \\ \hline 100100 \end{array}$$

Ο πολλαπλασιασμός γίνεται όπως και στο δεκαδικό σύστημα:

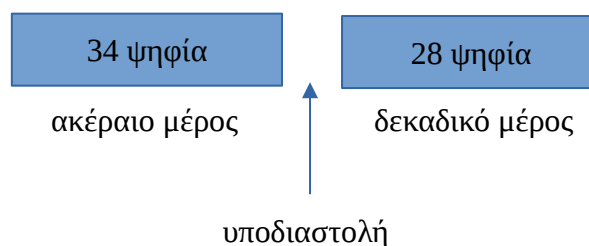
$$\begin{array}{r} 1001 \\ \times 1010 \\ \hline 0000 \\ 1001 \\ 0000 \\ + 1001 \\ \hline 1011010 \end{array}$$

Αναπαράσταση πραγματικών αριθμών

- Υπολογισμοί με πολύ μεγάλους και πολύ μικρούς αριθμούς, π.χ.:
 - μάζα ηλεκτρονίου: 9×10^{-28} gr
 - μάζα ήλιου: 2×10^{33} gr

Αναπαράσταση σταθερής υποδιαστολής (fixed-point):

Για τους παραπάνω αριθμούς, απαιτούνται:



- Ανάγκη για σύστημα αναπαράστασης όπου το εύρος των αριθμών είναι ανεξάρτητο από το πλήθος των σημαντικών ψηφίων: **αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής (floating-point)**

Αναπαράσταση κινητής υποδιαστολής:

➤ Από εκθετική μορφή:

$$n = f \times 10^e$$

$$\text{με } 0.1 \leq f < 1 \text{ ή } f = 0$$

όπου f κλασματικό μέρος (mantissa), e εκθέτης (exponent)

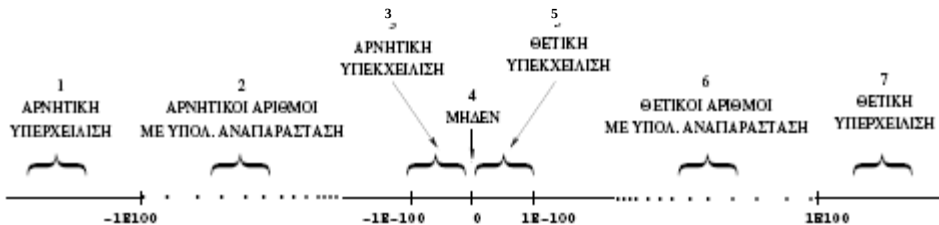
Για το f : Χρειάζεται αποθήκευση μόνο των δεκαδικών του ψηφίων (αποθηκεύεται ως ακέραιος).

Άρα, για την αναπαράσταση ενός πραγματικού, χρησιμοποιούνται 2 ακέραιοι: f και e .

➤ π.χ., ο 3.141592 αποθηκεύεται ως $f = +3141592$ και $e = +1$.

➤ Έστω αναπαράσταση με 3-ψήφιο f και 2-ψήφιο e :

Αναπαράσταση μεγεθών από $+0.100 \times 10^{-99}$ έως $+0.999 \times 10^{99}$ (με 5 ψηφία (3+2) και 2 πρόσημα) :

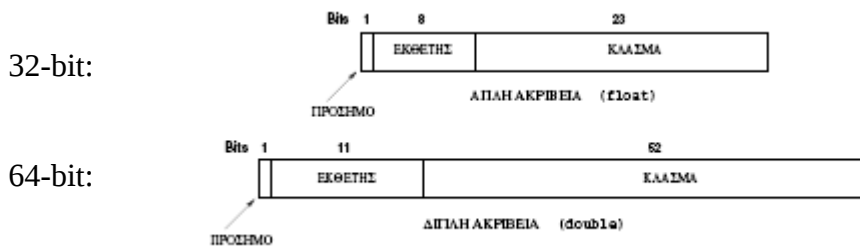


- “Μεγάλοι” αρνητικοί αριθμοί $< -0.999 \times 10^{99}$
- Αρνητικοί αριθμοί από -0.999×10^{99} έως -0.100×10^{-99}
- “Μικροί” αρνητικοί αριθμοί με μέτρο $< 0.100 \times 10^{-99}$
- Το μηδέν
- Μικροί θετικοί αριθμοί με μέτρο $< 0.100 \times 10^{-99}$
- Θετικοί αριθμοί ανάμεσα σε 0.100×10^{-99} και 0.999×10^{99}
- Μεγάλοι θετικοί αριθμοί $> 0.999 \times 10^{99}$

Οι περιοχές 1, 3, 5, 7 δεν έχουν υπολογιστική αναπαράσταση.

IEEE 754 – Standard για αναπαράσταση / υπολογισμούς κινητής υποδιαστολής

- Δύο ακρίβειες:



- Ειδικά σύμβολα:
 - $-Inf$, $+Inf$: περιοχές 1 και 7 αντίστοιχα
 - NaN: για αδύνατες πράξεις, π.χ. $0 / 0$, $0 \times \infty$, ∞ / ∞
- Δυνατότητα αναπαράστασης και κάποιων αριθμών στις περιοχές 3 και 4.

Αναπαράσταση χαρακτήρων

Κωδικοποιούνται σαν ακέραιοι:

χαρακτήρας ↔ ακέραιος

Υπάρχουν διάφορα σύνολα χαρακτήρων: ASCII, Unicode, κτλ.

➤ **ASCII (American Standard Code for Information Interchange):**

Έχει 256 χαρακτήρες → απεικόνιση στους ακέραιους 0-255.

π.χ., 'a' ↔ 97, 'B' ↔ 66, '0' ↔ 48.

Οι πρώτοι 128 χαρακτήρες είναι οι πιο σημαντικοί.
128-255: μη λατινικά αλφάβητα και γραφικά σύμβολα.

➤ **Unicode:**

65536 χαρακτήρες. Οι 128 πρώτες θέσεις είναι ίδιες με του ASCII.

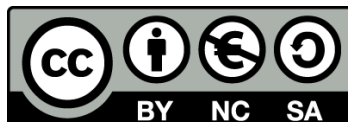
Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Μιχάλης Δρακόπουλος, 2014.
Μιχάλης Δρακόπουλος. «Πληροφορική Ι. Ενότητα 8: Συστήματα αρίθμησης». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<http://opencourses.uoa.gr/modules/document/?course=MATH105>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

