



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικό και Καποδιστριακό  
Πανεπιστήμιο Αθηνών

---

**ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Ι**

Ενότητα 7: Αλγόριθμοι γραμμικής άλγεβρας

Μιχάλης Δρακόπουλος

Σχολή Θετικών επιστημών

Τμήμα Μαθηματικών

---



## Ο συμβολισμός μεγάλο $O$

Έστω συναρτήσεις  $f(n), g(n)$  ορισμένες στο  $\mathbb{N}$  (στην πράξη  $n$  είναι το μέγεθος του προβλήματος που επιλύεται αλγοριθμικά). Τότε

$$f(n) = O(g(n)), \quad n \rightarrow \infty$$

**ανv** υπάρχουν  $n_0 \in \mathbb{N}$  και  $k > 0$  τέτοια ώστε:

$$|f(n)| \leq k|g(n)| \quad \forall n > n_0.$$

Το μεγάλο  $O$  χαρακτηρίζει την ασυμπτωτική συμπεριφορά συναρτήσεων με βάση τον ρυθμό αύξησης τους. Για  $c > 1$

$$O(1) < O(\log n) < O(n) < O(n \log n) < O(n^c) < O(e^n) < O(n!)$$

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 1

## Εσωτερικό γινόμενο

Υπολογισμός  $\sigma = x^T y$  με  $x, y \in \mathbb{R}^n$

```
function [sigma, err] = inner(x, y)
err = 0;
n = max(size(x,1), size(x,2));
if n ~= max(size(y,1), size(y,2)),
    err = 1;
    return;
end
sigma = 0;
for i = 1:n
    sigma = sigma + x(i)*y(i);
end
```

Ο αλγόριθμος είναι  $O(n)$ .

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 2

## Πολλαπλασιασμός πίνακα με διάνυσμα

Υπολογισμός  $y = Ax$  με  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m$

```
function [y, err] = matvec(A, x)
m = size(A,1); n = size(A, 2);
err = 0;
if size(x,1) ~= n, err = 1; return; end
y = zeros(m, 1);
for i = 1:m
    sum = 0;
    for j = 1:n
        sum = sum + A(i,j)*x(j);
    end
    y(i) = sum;
end
```

Για τετραγωνικούς πίνακες, ο αλγόριθμος είναι  $O(n^2)$ .

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 3

### Παράδειγμα πολ/σμού πίνακα με διάνυσμα

Κάθε μήνα 2 ανταγωνιστικές επιχειρήσεις A και B, διατηρούν ποσοστό από τους πελάτες τους  $t_{AA}$  και  $t_{BB}$  αντίστοιχα, ενώ μετακινούνται  $t_{AB}$  από B προς A και  $t_{BA}$  από A προς B. Ο συνολικός αριθμός πελατών είναι σταθερός. Αν και οι ρυθμοί μεταβολής παραμένουν σταθεροί, και σε κάποια χρονική στιγμή οι 2 εταιρείες έχουν  $x_A$  και  $x_B$  πελάτες αντίστοιχα, μετά από 1 μήνα οι πελάτες είναι:

$$\begin{bmatrix} t_{AA} & t_{AB} \\ t_{BA} & t_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \end{bmatrix} = Tx$$

και ο αλγόριθμος για τον αριθμό πελατών μετά από  $p$  μήνες:

```
p = input('Μήνες? ');  
for i = 1:p, [x, err] = matvec(T, x); end  
if ~err, disp(x); end
```

(Τι μπορείτε να συμπεράνεται για τα στοιχεία του  $T$ ?)

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 4

### Γινόμενο πινάκων

Υπολογισμός:  $C = AB$  με  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times k}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{m \times k}$

```
function [C, err] = matmat(A, B)  
m = size(A,1); n = size(A,2); k = size(B,2);  
err = 0;  
if size(B,1)~=n, err=1; return; end  
C = zeros(m,k);  
for i = 1:m  
    for j = 1:k  
        sum = 0;  
        for l = 1:n  
            sum = sum + A(i,l)*B(l,j);  
        end  
        C(i,j) = sum;  
    end  
end
```

Για τετραγωνικούς πίνακες, ο αλγόριθμος είναι  $O(n^3)$ .

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 5

### Παράδειγμα γινομένου πινάκων

Ο πίνακας μετασχηματισμού T12 για ένα έτος, για τις επιχειρήσεις A και B του προηγούμενου παραδείγματος υπολογίζεται από

$$T12 = T^{12}$$

```
T12 = matmat(T,T);  
for p = 3:12  
    T12 = matmat(T12,T);  
end
```

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 6

# Σημειώματα

## Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Μιχάλης Δρακόπουλος, 2014.  
Μιχάλης Δρακόπουλος. «Πληροφορική Ι. Ενότητα 7: Αλγόριθμοι γραμμικής άλγεβρας». Έκδοση: 1.0.  
Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:  
<http://opencourses.uoa.gr/modules/document/?course=MATH105>.

## Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

## Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

