ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Ι

Ενότητα 3: Συναρτήσεις

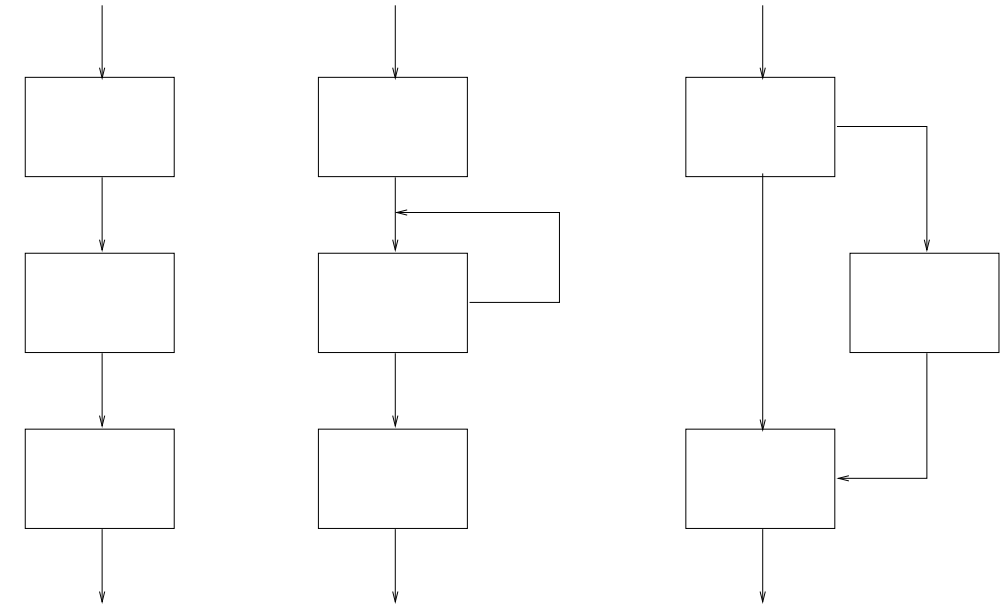
Μιχάλης Δρακόπουλος

Σχολή Θετικών επιστημών

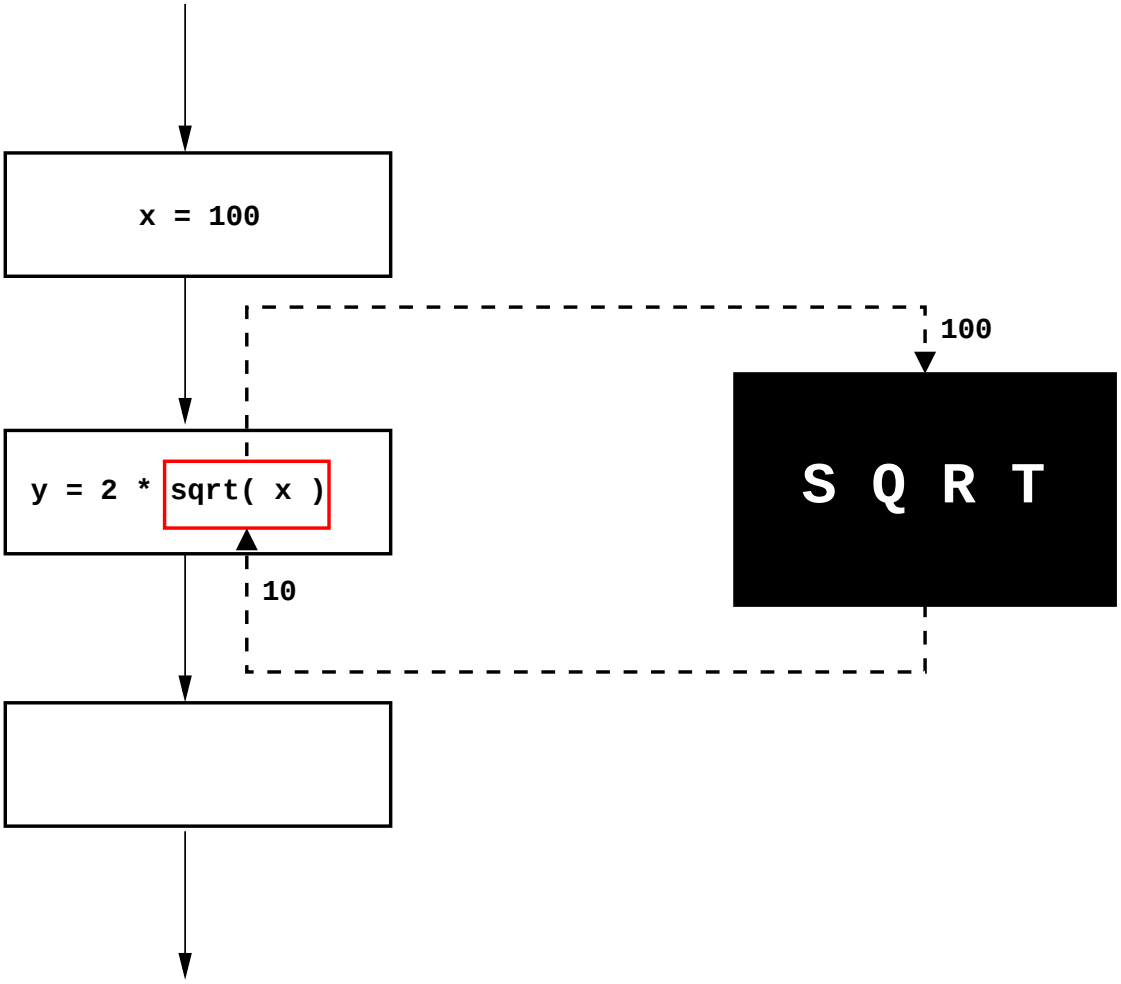
Τμήμα Μαθηματικών

Ροή ελέγχου

Είναι η σειρά με την οποία εκτελούνται οι εντολές. Μέχρι τώρα, «σειριακή», «επαναληπτική» και εκτέλεση «υπό συνθήκη».



Μια άλλη μορφή ροής ελέγχου: συναρτήσεις



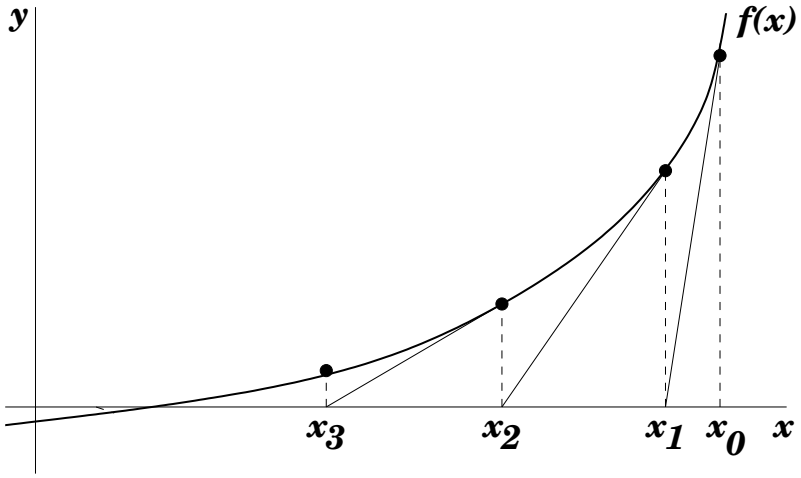
Μια άλλη μορφή ροής ελέγχου: συναρτήσεις

- Ενα script καλεί μια συνάρτηση (ή υποπρόγραμμα).
- Ο έλεγχος μεταφέρεται προσωρινά στις εντολές της συνάρτησης.
- Εκτελούνται οι εντολές της συνάρτησης.
- Ο έλεγχος επιστρέφει στον αρχικό κώδικα.

Μιά συνάρτηση μπορεί με τη σειρά της να καλεί άλλες συναρτήσεις.

Η μέθοδος Newton για τετραγωνική ρίζα

$x = \sqrt{a}$ ισοδ. με εύρεση της θετικής ρίζας της $f(x) = x^2 - a$.



$$\frac{f(x_0)}{x_0 - x_1} = f'(x_0) \Rightarrow x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

και για την $x^2 - a$:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{x_i^2 - a}{2x_i}$$

Χρειάζονται 2 μεταβλητές για τα x_{i+1} και x_i ?

Τετραγωνική ρίζα με αλγόριθμο Newton

```
function x = NewtonSqrt(a)
% Τετραγωνική ρίζα με τη μέθοδο Newton
if a == 0
   x = 0;
else
   epsilon = 1e-15   % επιθυμητή ακρίβεια
   x = a;            % αρχική εκτίμηση
   while abs(x^2 - a) > epsilon * x^2
      % x = x - (x*x - a)/(2*x);
      x = (x + a/x)/2;
   end
end
```

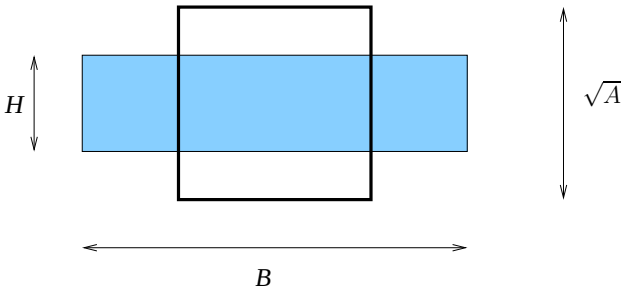
Στην προσεγγιστική αριθμητική του υπολογιστή θεωρούμε ότι βρήκαμε τη ρίζα όταν φράξουμε το σχετικό σφάλμα από κάποιο πολύ μικρό αριθμό ε (επιθυμητή ακρίβεια). Δηλ. όταν

$$\frac{|x^2 - a|}{x^2} = \frac{|x - a/x|}{x} < \varepsilon$$

Μια γεωμετρική προσέγγιση

$\sqrt{A}$ είναι το μήκος πλευράς τετραγώνου με εμβαδόν A.

$$HB = A$$



Αλγόριθμος

- Έστω ορθογώνιο με $H = 1$ και $B = A$.
- Κατασκεύασε διαδοχικά ορθογώνια εμβαδού A που να προσεγγίζουν το τετράγωνο, θέτοντας:

$$B = (B + H)/2, \quad H = A/B$$

- Σταμάτησε όταν κάποιο ορθογώνιο μοιάζει αρκετά με τετράγωνο.

Μια γεωμετρική προσέγγιση (συνεχ.)

```
function B = GeomSqrt(A)
if A == 0
   B = 0;
else
   epsilon = 1e-15   % επιθυμητή ακρίβεια
   H = 1; B = A;
   while abs(B - H) > epsilon * B
      B = (B + H)/2;
      H = A/B;
   end
end
```

Ο αλγόριθμος αυτος ταυτίζεται με την μ. Newton για $x_0 = a$.

Η (μεγάλη) ιδέα πίσω από τις συναρτήσεις

- Εντόπισε ένα «υπο-πρόβλημα» που χρειάζεται να επιλυθεί σαν μέρος του προγράμματος (της συνολικής αλγοριθμικής επίλυσης για το πρόβλημα που αντιμετωπίζει το πρόγραμμα).
- Επίλυσε αλγοριθμικά το υπο-πρόβλημα και γράψε τον κώδικα μόνο μια φορά.
- Δώσε στο κωδικα του υπο-προβλήματος ένα όνομα: αυτό τον μετατρέπει σε συνάρτηση.
- Οταν συναντήσεις ξανά το ίδιο υπο-πρόβλημα, χρησιμοποίησε απλώς το όνομα της συνάρτησης για να ζητήσεις να εκτελεστεί εμβόλιμα ο κώδικας της προτού ο έλεγχος επιστρέψει πίσω.

Συναρτήσεις

Αυτοτελής κώδικας που επιλύει συγκεκριμένο υπολογιστικό πρόβλημα.
Γιατί συναρτήσεις?

- Λογική σχεδίαση προγραμμάτος.
- «Μαύρα κουτιά».
- Επαναχρησιμοποίηση κώδικα σε άλλα προγράμματα.
- Αποφυγή επανάληψης κώδικα στο ίδιο πρόγραμμα.
- Ευκολότερη τροποποίηση κώδικα.

Είδη συναρτήσεων:

1. Βιβλιοθήκης (μέρος του MATLAB)· π.χ. `sqrt`, `sin`, `fprintf`.
2. Ορισμένες από προγραμματιστή· π.χ. `NewtonSqrt`.

Σχεδιασμός συναρτήσεων, απόκρυψη υλοποίησης

Μια συνάρτηση:

- Προσδιορίζεται από κάποιο όνομα (π.χ. `sqrt`).
- Υλοποιεί κάποιον αλγόριθμο και όπως κάθε αλγόριθμος χρειάζεται δεδομένα

  εισόδου που παίρνει από τη συνάρτηση που την κάλεσε, και

  εξόδου που επιστρέφει στη συνάρτηση που την κάλεσε·
- καλά σχεδιασμένο interface (= πως επικοινωνει με το περιβάλλον της = τι είδους παραμέτρους χρειάζεται για να λειτουργήσει σαν «μαύρο κουτί»)

Μια καλά σχεδιασμένη συνάρτηση λειτουργεί σαν «μαύρο κουτί»

Προγραμματισμός συναρτήσεων

Ορισμός συνάρτησης

```
function [<παράμετροι εξόδου>] = <όνομα>(<παράμετροι εισόδου>)
<εντολές>
```

Κλήση συνάρτησης (στο περιβάλλον του MATLAB, ή από άλλη συνάρτηση)

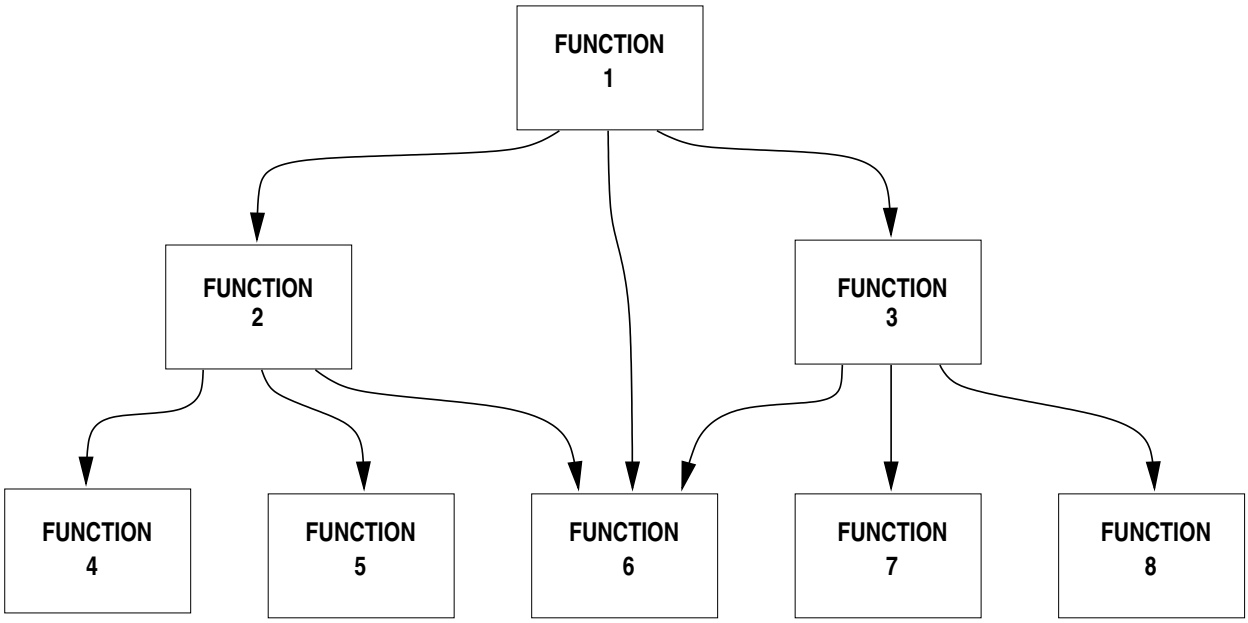
```
[<ορίσματα εξόδου>] = <όνομα>(<ορίσματα εισόδου>);
```

Το MATLAB εντοπίζει τον κώδικα μιάς συνάρτησης ΜΟΝΟ σε αρχεία με το όνομα της συνάρτησης και κατάληξη .m (π.χ. `NewtonSqrt.m`)

Τοπικές μεταβλητές

- Μια συνάρτηση μπορεί να ορίσει δικές της τοπικές μεταβλητές.
- Οι τοπικές μεταβλητές έχουν νόημα ΜΟΝΟ μέσα στη συνάρτηση
  - Δημιουργούνται όταν καλείται η συνάρτηση.
  - Παύουν να υπάρχουν όταν η συνάρτηση επιστρέψει.
- Οι παράμετροι μιας συνάρτησης είναι επίσης τοπικές.
- Οι παράμετροι αρχικοποιούνται αντιγράφοντας την τιμή του ορίσματος.

Δομή προγραμμάτων: ιεραρχία συναρτήσεων



Ροή ελέγχου συνάρτησης

Οταν καλείται μια συνάρτηση:

1. Δεσμεύεται χώρος στη μνήμη για τις παραμέτρους και τις τοπικές μεταβλητές της συνάρτησης.
2. Οι τιμές των ορισμάτων αντιγράφονται στις αντίστοιχες μεταβλητές των παραμέτρων.
3. Ο έλεγχος μεταφέρεται στο σώμα της συνάρτησης.
4. Εκτελούνται οι εντολές της συνάρτησης.
5. Ο έλεγχος και τα δεδομένα εξόδου επιστρέφονται στην καλούσα συνάρτηση.
6. Αποδεσμεύεται ο χώρος στη μνήμη για τις παραμέτρους και τις τοπικές μεταβλητές της συνάρτησης.

Συνάρτηση για έλεγχο πρώτων αριθμών I

```
function is_prime = isPrime(n)
%ISPRIME(N) Επιστρέφει 1 αν ο N είναι πρώτος, 0 αν είναι σύνθετος
if (rem(n,2)==0 && n>2) || n==1,
   is_prime = false;
   return
end
limit = sqrt(n)+1;
for divisor = 3:2:limit
    if rem(n,divisor) == 0
       is_prime = false;
       return;
    end
end
is_prime = true;
```


Η εντολή `return`

- Τερματίζει άμεσα την εκτέλεση ενός MATLAB script και ο έλεγχος επιστρέφει στο περιβάλλον του MATLAB.
- Τερματίζει άμεσα την εκτέλεση μιας συνάρτησης MATLAB και ο έλεγχος επιστρέφει στην καλούσα συνάρτηση ή στο περιβάλλον του MATLAB.

Συνάρτηση για έλεγχο πρώτων αριθμών II

```
function is_prime = isPrime(n)
%ISPRIME(N) Επιστρέφει 1 αν ο N είναι πρώτος, 0 αν είναι σύνθετος
is_prime = true;
if (rem(n,2)==0 && n>2) || n==1,
   is_prime = false;
else
   limit = sqrt(n)+1;
   divisor = 3;
   while divisor <= limit && is_prime
      if rem(n,divisor) == 0
         is_prime = false;
      else
         divisor = divisor + 2;
      end
   end
end
```

Ζεύγη πρώτων αριθμών

- **Πρόβλημα:** Να βρεθούν όλα τα ζεύγη πρώτων αριθμών p και q στο διάστημα $[3, 200]$ για τα οποία $q = 2p + 1$.
- **Ανάλυση:** Αρκεί ο έλεγχος περιττών αριθμών στο διάστημα $[3, 99]$. Για κάθε περιττό p ελέγχεται άν ο $2p + 1$ είναι πρώτος. Χρησιμοποιείται η μέθοδος `isPrime`.

```
for p = 3:2:99,
   if isPrime(p)
      if isPrime(2*p+1)
         fprintf('%g %g\n', p, 2*p+1);
      end
   end
end
```


Υπενθύμιση: διάταξη 3 αριθμών

Πρόβλημα
Να γραφεί συνάρτηση που δέχεται 3 αριθμούς a, b και c και τους επιστρέφει διατεταγμένους έτσι ώστε $a \leq b \leq c$.
Ανάλυση
Ένας μη προφανής (αλλά κομψός) αλγόριθμος:

1. Εναλλαγή των a και b, αν χρειάζεται, έτσι ώστε $a \leq b$.
2. Εναλλαγή των b και c, αν χρειάζεται, έτσι ώστε $b \leq c$. (Τώρα η μεταβλητή c έχει την μεγαλύτερη τιμή, αλλά τα a, b δεν είναι κατ' ανάγκη διατεταγμένα).
3. Εναλλαγή των a και b, αν χρειάζεται, έτσι ώστε $a \leq b$.

Παράδειγμα: Τι συμβαίνει για $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$?

Διάταξη 3 αριθμών

```
function [x, y] = sort2(x, y)
%Διάταξη 2 αριθμών
if y < x
   temp = y;
   y = x;
   x = temp;
end

function [a, b, c] = sort3(a, b, c)
%Διάταξη 3 αριθμών
[a, b] = sort2(a, b);
[b, c] = sort2(b, c);
[a, b] = sort2(a, b);
```

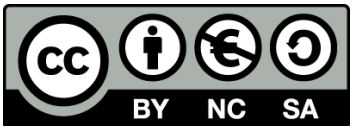
Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών, Μιχάλης Δρακόπουλος, 2014.
Μιχάλης Δρακόπουλος. «Πληροφορική Ι. Ενότητα 3: Συναρτήσεις». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.uoa.gr/modules/document/?course=MATH105.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.