ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Μικροοικονομική Ανάλυση της Κατανάλωσης και της Παραγωγής

Διάλεξη 4: Χρησιμότητα

Ανδρέας Παπανδρέου
Σχολή Οικονομικών και Πολιτικών Επιστημών
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Προτιμήσεις-Υπενθύμιση

- x $\succ$ y: Το x προτιμάται σαφώς από το y.
- x ~ y: Το x και το y προτιμούνται εξίσου.
- x $\succsim$ y: Το x προτιμάται τουλάχιστο όσο και το y.

Προτιμήσεις-Υπενθύμιση

Πληρότητα: Για οποιαδήποτε καλάθια x και y είναι πάντα δυνατό να δηλώσουμε είτε ότι:

$$x \succsim y$$

ή ότι

$$y \succsim x.$$

Προτιμήσεις-Υπενθύμιση

Ανακλαστικότητα: Κάθε καλάθι x προτιμάται πάντα τουλάχιστο όσο ο εαυτός του δηλαδή:

$$x \succsim x.$$

Προτιμήσεις-Υπενθύμιση

- **Μεταβατικότητα**: Αν
- Το x προτιμάται όσο το y, και
- Το y προτιμάται όσο το z, τότε
- Το x προτιμάται τουλάχιστο όσο το z; *δηλαδή*.

$$x \succsim y \text{ και } y \succsim z \Rightarrow x \succsim z.$$

Συναρτήσεις χρησιμότητας

- Αν μια σχέση προτιμήσεων είναι πλήρης, ανακλαστική, μεταβατική και συνεχής μπορεί να αναπαρασταθεί από μια συνεχή συνάρτηση χρησιμότητας.
- Συνέχεια σημαίνει ότι μικρές αλλαγές σε ένα καλάθι καταναλωτή προκαλούν μικρές μόνο αλλαγές στο προτιμώμενο επίπεδο προτιμήσεων του.

Συναρτήσεις χρησιμότητας

Μια συνάρτηση χρησιμότητας U(x) **αντιπροσωπεύει** μια σχέση προτίμησης αν και μόνο αν:

$$x' \succ x'' \iff U(x') > U(x'')$$

$$x' \prec x'' \iff U(x') < U(x'')$$

$$x' \sim x'' \iff U(x') = U(x'').$$

Συναρτήσεις χρησιμότητας

- Η χρησιμότητα είναι έννοια <u>τακτική</u>.
- *Π.χ.* αν U(x) = 6 και U(y) = 2 τότε το καλάθι x είναι σαφώς προτιμότερο από το καλάθι y. Αλλά το x ***<u>δεν</u>*** είναι προτιμότερο τρεις φορές περισσότερο από το y.

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

- Ας πάρουμε τους συνδυασμούς (4,1), (2,3) and (2,2).
- Έστω ότι (2,3) $\succ$ (4,1) ~ (2,2).
- Ας δώσουμε σε αυτούς τους συνδυασμούς αριθμούς που διατηρούν τη σειρά προτιμήσεων: π.χ. U(2,3) = 6 > U(4,1) = U(2,2) = 4.
- Ας τα ονομάσουμε **επίπεδα χρησιμότητας**.

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

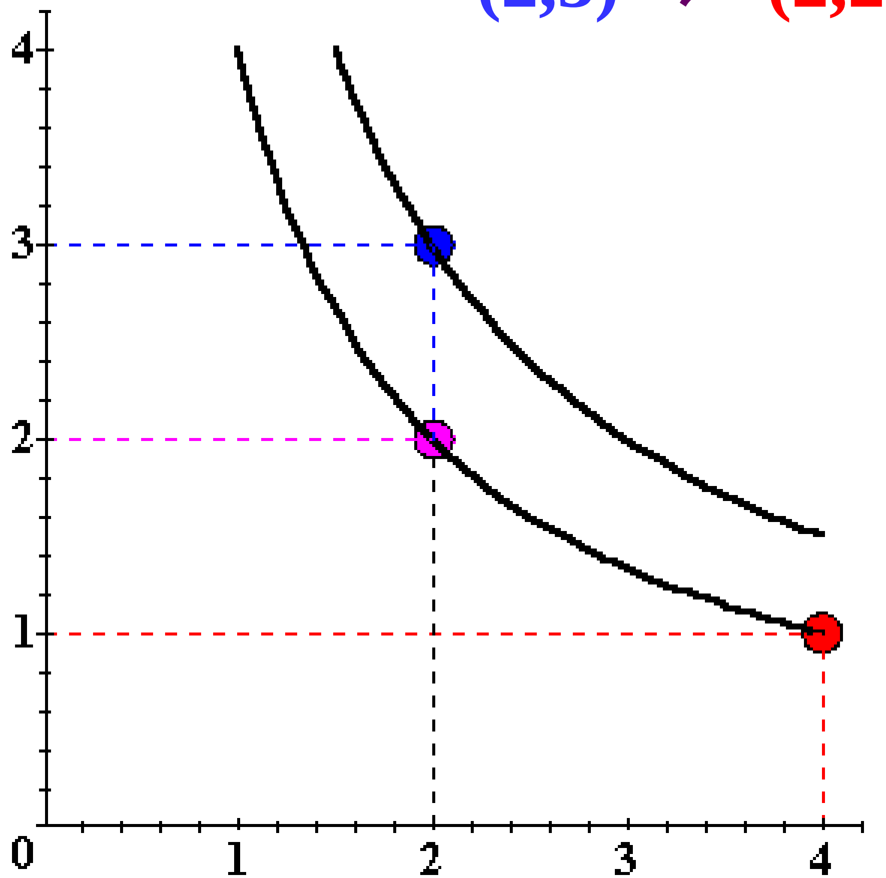
- Μια καμπύλη αδιαφορίας περιλαμβάνει τους εξίσου προτιμώμενους συνδυασμούς.
- Ίσες προτιμήσεις ⇒ ίδιο επίπεδο χρησιμότητας.
- Άρα, οι συνδυασμοί πάνω σε μια καμπύλη αδιαφορίας δίνουν το ίδιο επίπεδο χρησιμότητας.

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

- Έτσι οι συνδυασμοί (4,1) και (2,2) είναι πάνω στην καμπύλη αδιαφορίας με επίπεδο χρησιμότητας $U \equiv 4$
- Ο συνδυασμός όμως (2,3) είναι πάνω σε μια καμπύλη αδιαφορίας με επίπεδο χρησιμότητας $U \equiv 6$.
- Διαγραμματικά, η πληροφορία αυτή απεικονίζεται ως εξής:

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

$(2,3) \succ (2,2) \sim (4,1)$

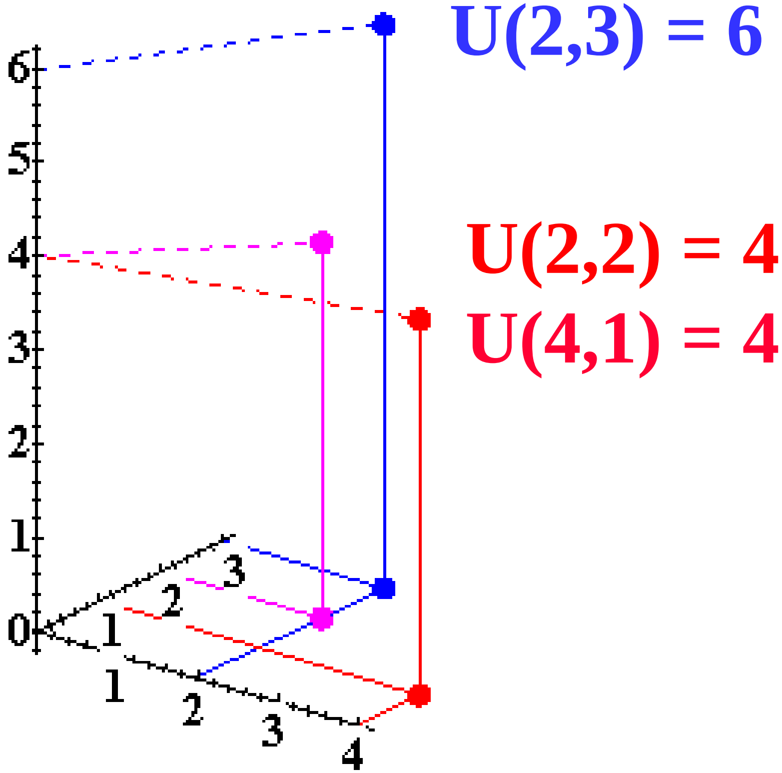


Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

Ένας άλλος τρόπος για να απεικονίσουμε την ίδια πληροφόρηση είναι να θέσουμε το επίπεδο χρησιμότητας πάνω σε έναν κάθετο άξονα.

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

3διάστατη απεικόνιση κατανάλωσης και χρησιμότητας
Για τρεις συνδυασμούς

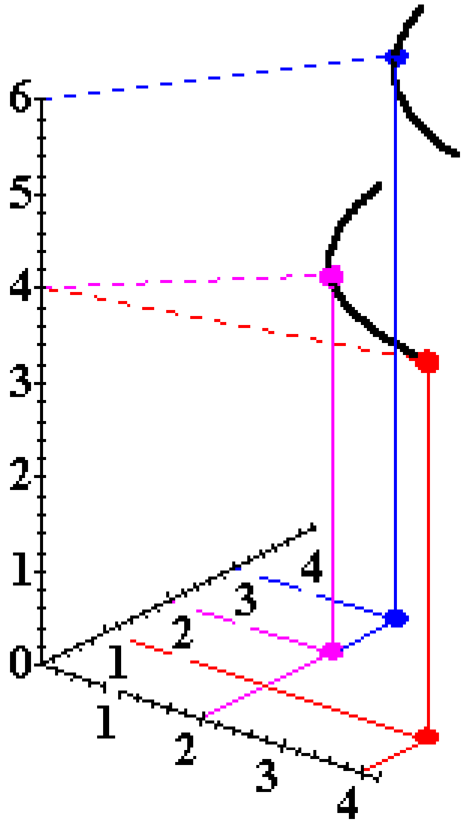


Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

Αυτή η 3διάστατη απεικόνιση των προτιμήσεων μπορεί να μας δώσει καλύτερη πληροφόρηση αν προσθέσουμε δύο καμπύλες αδιαφορίας.

15

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

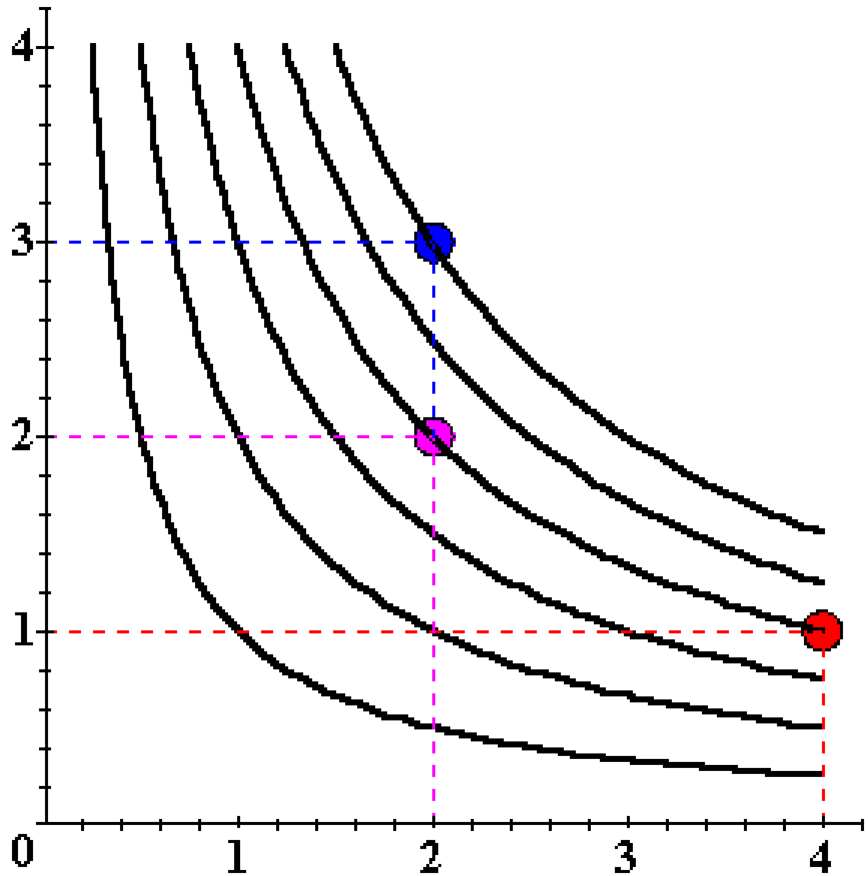


Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

Συγκρίνοντας περισσότερους συνδυασμούς θα έχουμε ένα μεγαλύτερο σύνολο καμπυλών αδιαφορίας και μια καλύτερη περιγραφή των προτιμήσεων του καταναλωτή.

17

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

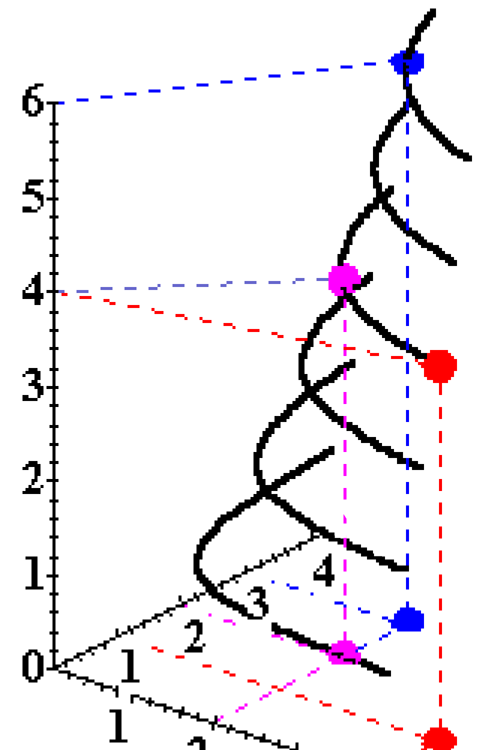


Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

Όπως πριν, αυτό μπορεί να γίνει σε τρισδιάστατη απεικόνιση, με το να γράφουμε μια καμπύλη αδιαφορίας στο ύψος του δείκτη χρησιμότητας.

19

Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



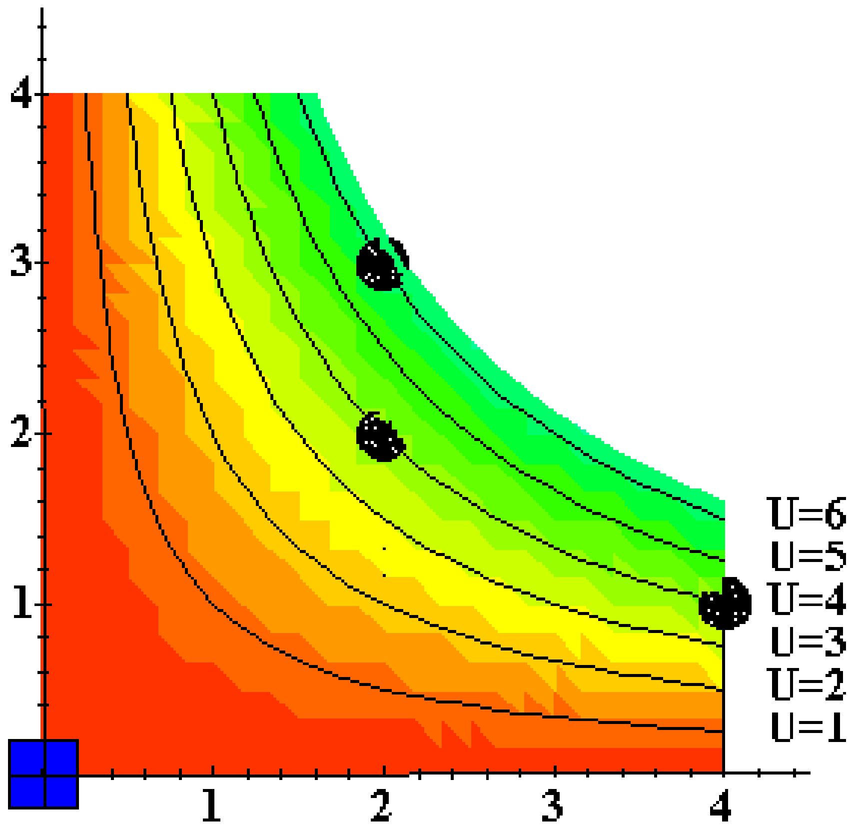
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

Συγκρίνοντας όλους τους δυνατούς συνδυασμούς κατανάλωσης έχουμε το πλήρες σύνολο των καμπυλών αδιαφορίας, με κάθε μια να αντιπροσωπεύει ένα επίπεδο χρησιμότητας.

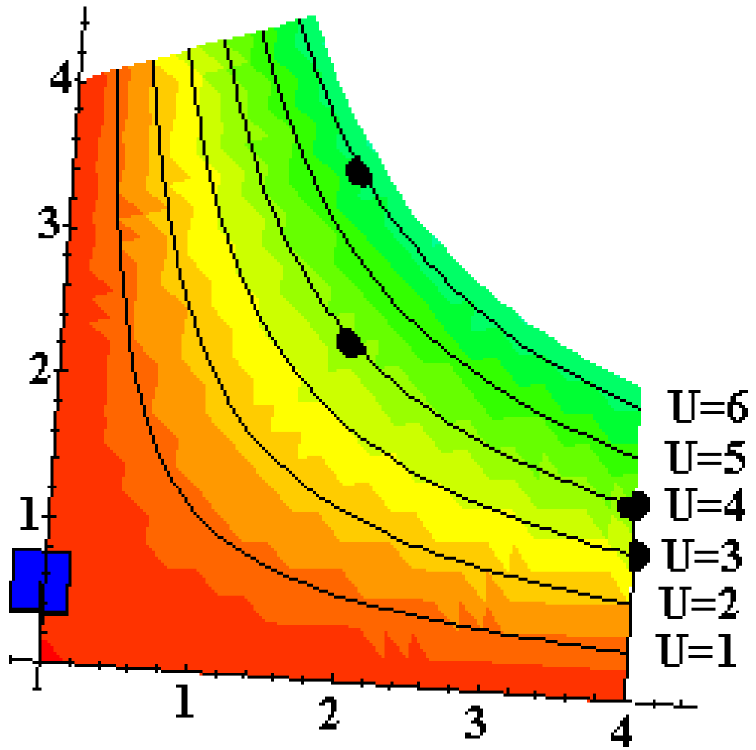
Αυτό το πλήρες σύνολο καμπυλών αδιαφορίας αντιπροσωπεύει πλήρως τις προτιμήσεις του καταναλωτή.

21

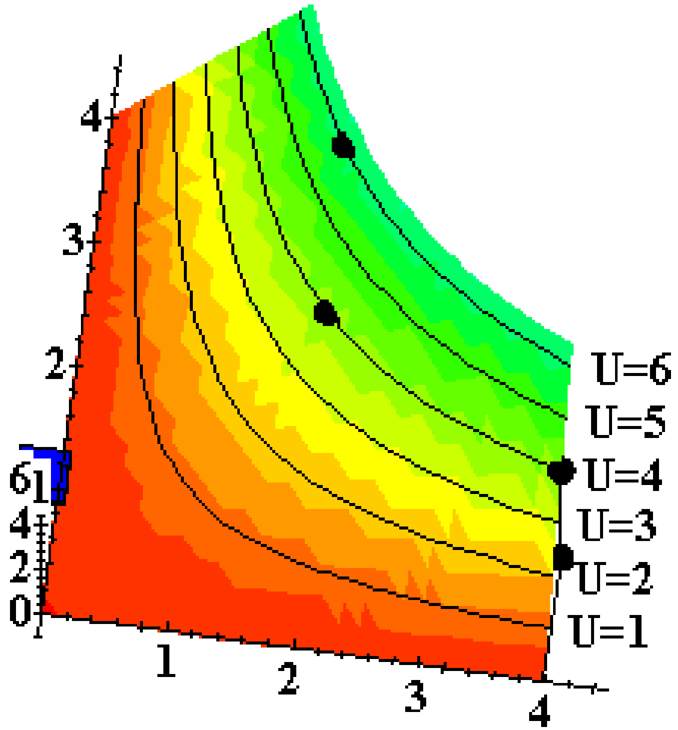
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



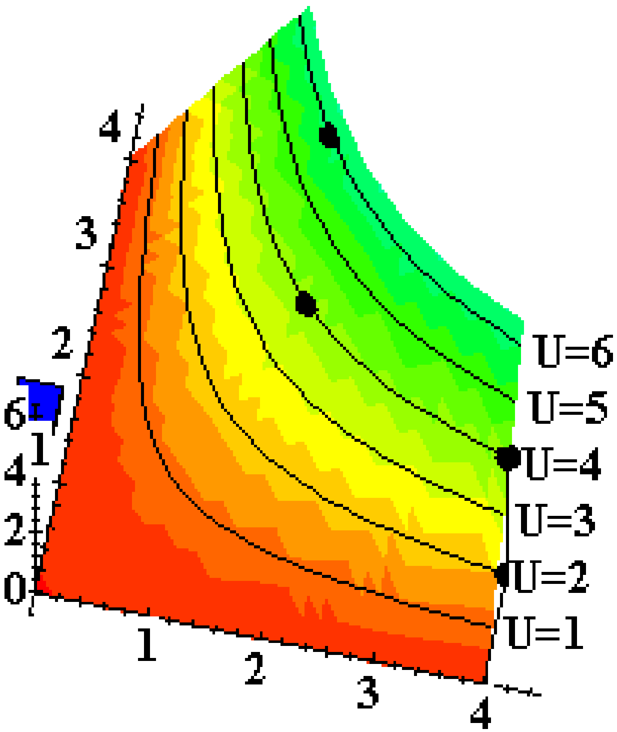
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



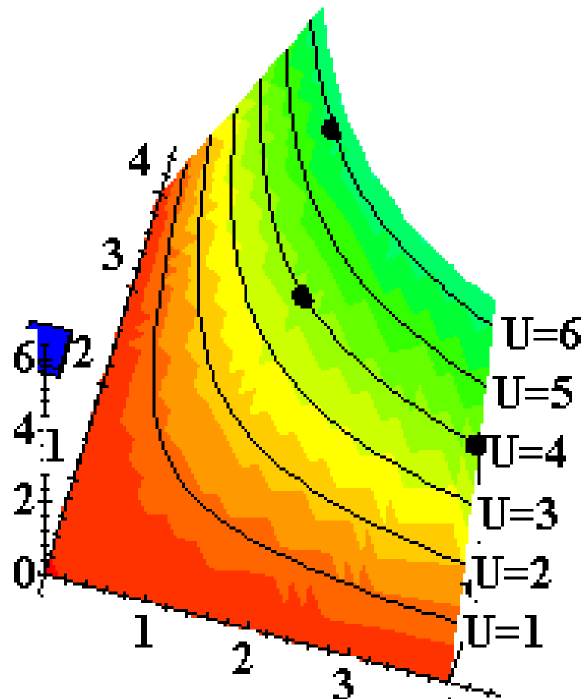
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



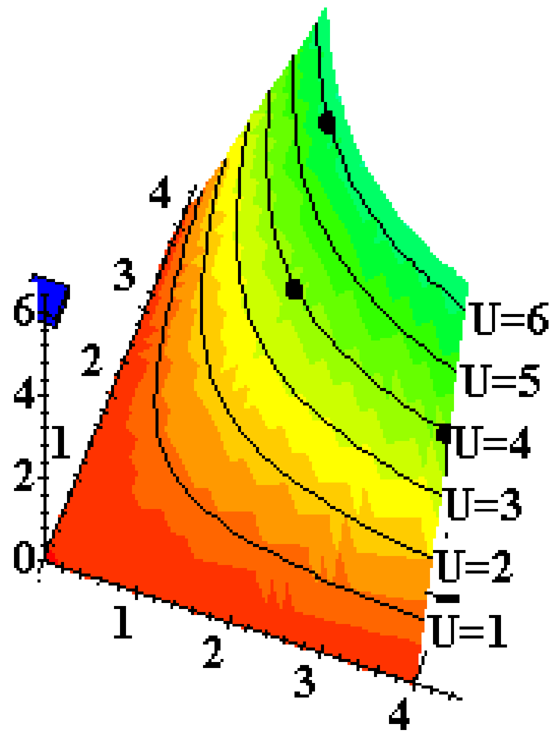
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



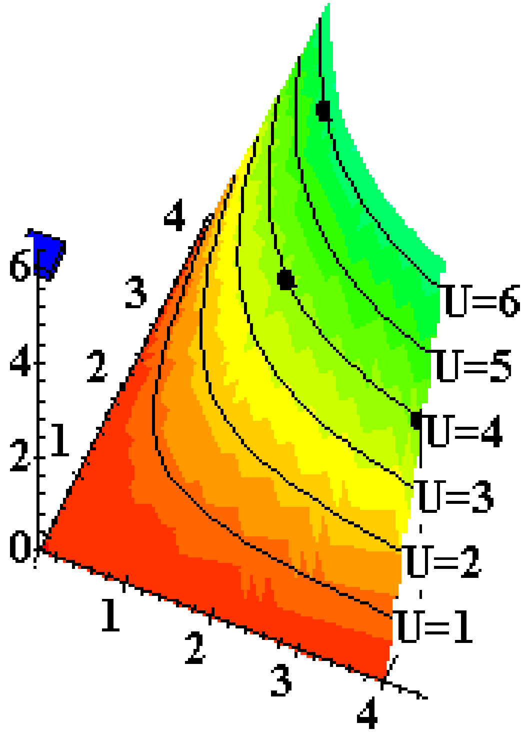
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



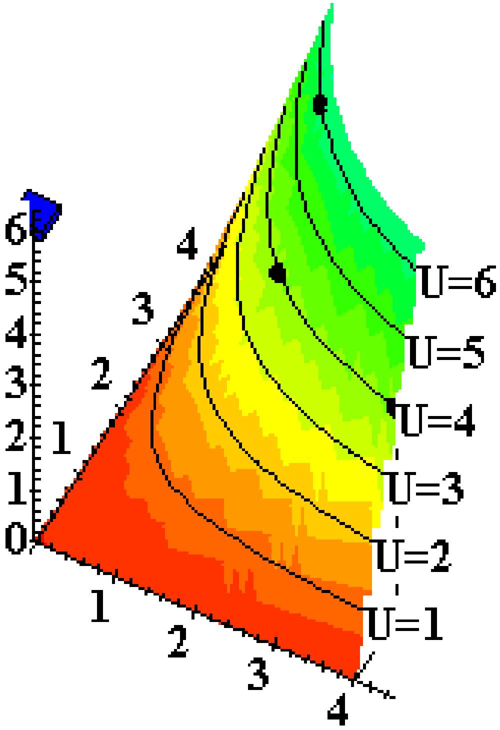
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



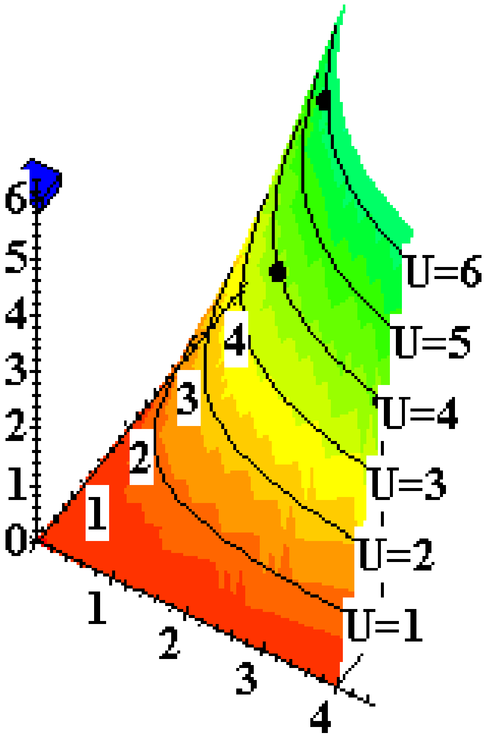
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



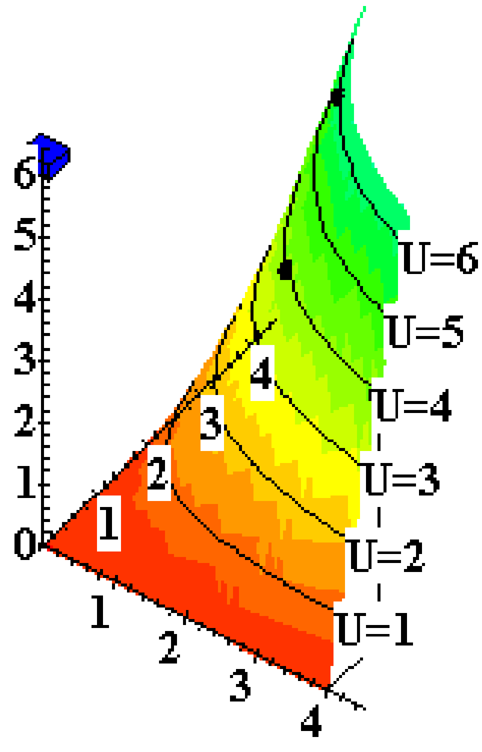
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



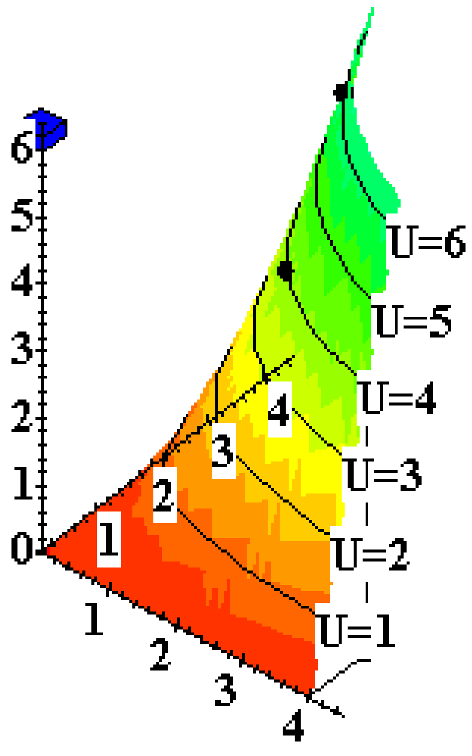
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



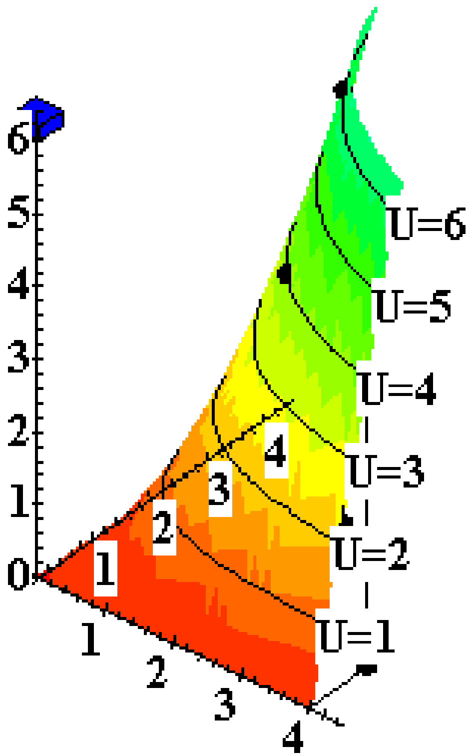
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



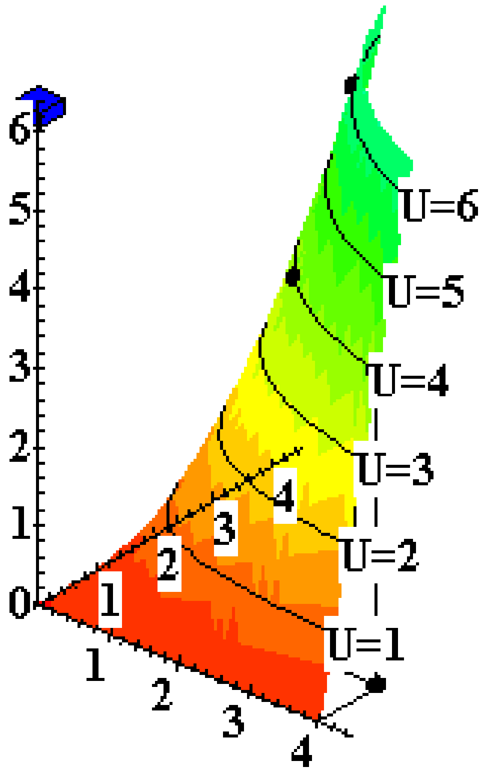
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



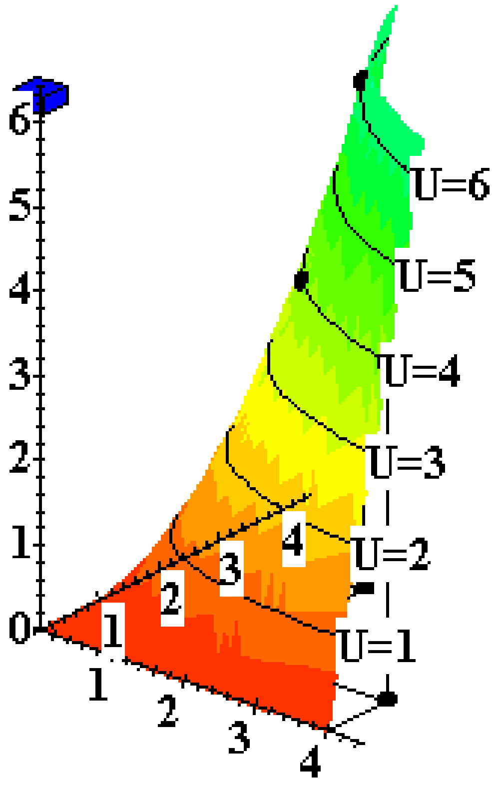
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



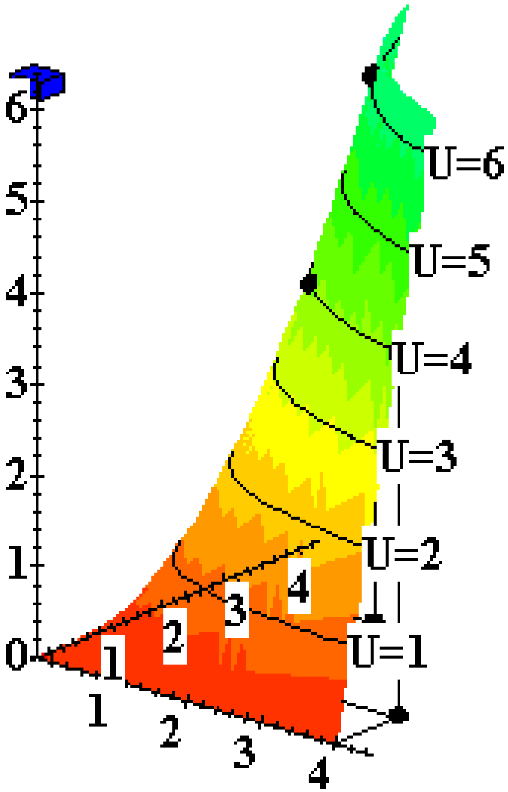
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



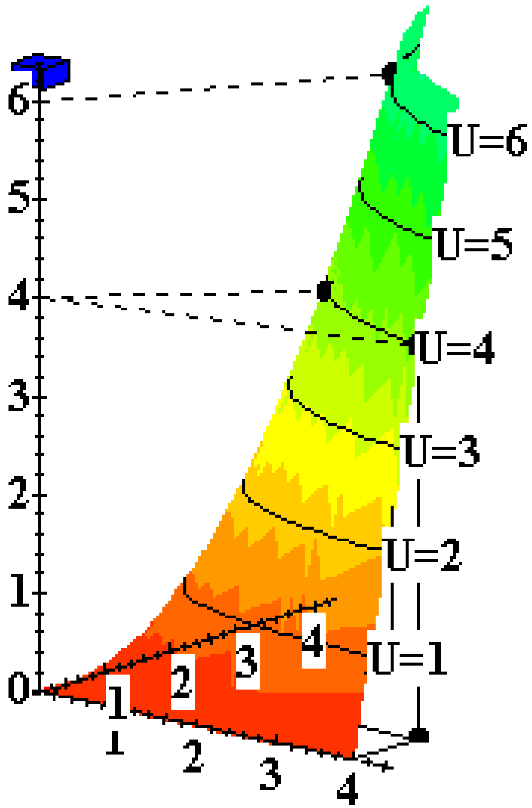
Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας



Συναρτήσεις χρησιμότητας & καμπύλες αδιαφορίας

- Το σύνολο όλων των καμπυλών αδιαφορίας για μια δεδομένη σχέση προτιμήσεων είναι ο **χάρτης αδιαφορίας**.
- Ένας χάρτης αδιαφορίας είναι το ισοδύναμο μιας συνάρτησης χρησιμότητας. Το ένα είναι το άλλο.

Συναρτήσεις χρησιμότητας

- Δεν υπάρχει μια μοναδική αντιπροσώπευση της συνάρτησης χρησιμότητας που αφορά μια σχέση προτιμήσεων.
- Έστω ότι η $U(x_1,x_2) = x_1x_2$ αντιπροσωπεύει μια σχέση προτίμησης
- Ας ξαναπάρουμε τους συνδυασμούς (4,1), (2,3) και (2,2).

Συναρτήσεις χρησιμότητας

$U(x_1,x_2) = x_1x_2$, και

$U(2,3) = 6 > U(4,1) = U(2,2) = 4$;

δηλαδή, $(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2)$.

Συναρτήσεις χρησιμότητας

$U(x_1,x_2) = x_1x_2$ $\Rightarrow$ $(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2)$.

Ας ορίσουμε $V = U^2$.

Συναρτήσεις χρησιμότητας

$U(x_1,x_2) = x_1x_2$ ➡ $(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2)$.

Ας ορίσουμε $V = U^2$.

Τότε $V(x_1,x_2) = x_1^2x_2^2$ και

$V(2,3) = 36 > V(4,1) = V(2,2) = 16$

και ξανά

$(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2)$.

Η V αντιπροσωπεύει την ίδια σειρά με την U και άρα αντιπροσωπεύουν τις ίδιες προτιμήσεις.

Συναρτήσεις χρησιμότητας

$U(x_1,x_2) = x_1x_2 \quad \Rightarrow \quad (2,3) \succ (4,1) \sim (2,2).$

Ας ορίσουμε $W = 2U + 10$.

Συναρτήσεις χρησιμότητας

$U(x_1,x_2) = x_1x_2$ ➡ $(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2)$.

Ας ορίσουμε $W = 2U + 10$.

Τότε $W(x_1,x_2) = 2x_1x_2+10$ και
$W(2,3) = 22 > W(4,1) = W(2,2) = 18$. Ξανά,
$(2,3) \succ (4,1) \sim (2,2)$.

H W διατηρεί την ίδια σειρά με την U και την V και άρα αντιπροσωπεύει τις ίδιες προτιμήσεις.

Συναρτήσεις χρησιμότητας

Αν

U είναι μια συνάρτηση χρησιμότητας που αντιπροσωπεύει μια σχέση προτίμησης $\succsim$

και

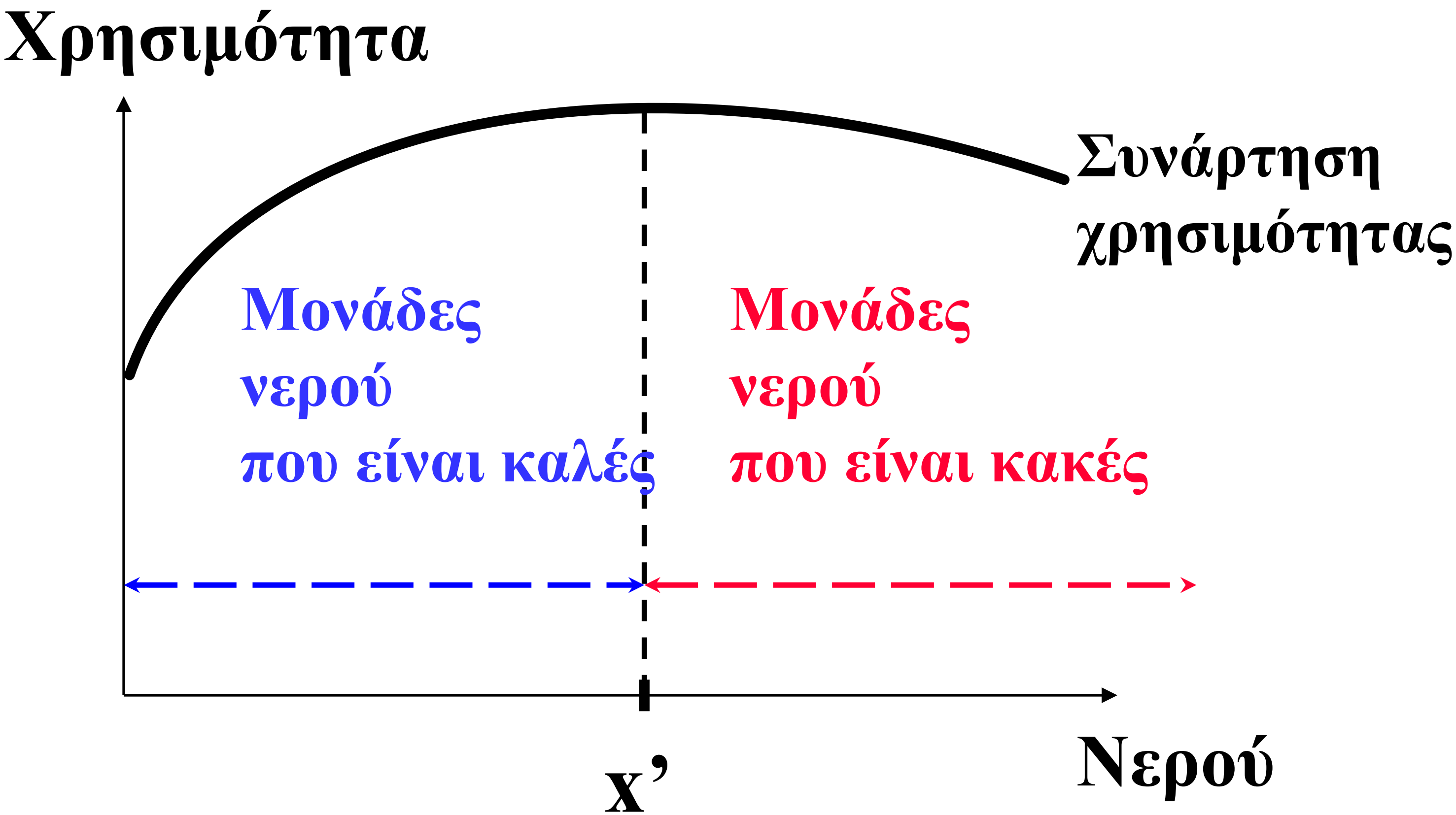
f είναι μια αυστηρά αύξουσα συνάρτηση,

τότε V = f(U) είναι επίσης μια συνάρτηση χρησιμότητας που αντιπροσωπεύει $\succsim$

Αγαθά, κακά και ουδέτερα

- Αγαθό είναι μια μονάδα εμπορεύματος, η οποία αυξάνει τη χρησιμότητα (δίνει ένα πλέον προτιμώμενο συνδυασμό).
- Κακό είναι μια μονάδα εμπορεύματος, η οποία μειώνει τη χρησιμότητα (δίνει έναν λιγότερο προτιμώμενο συνδυασμό).
- Ουδέτερο είναι μια μονάδα εμπορεύματος, η οποία δεν μεταβάλλει τη χρησιμότητα (δίνει έναν εξίσου προτιμώμενο συνδυασμό).

Αγαθά, κακά και ουδέτερα



Γύρω από τις x’ μονάδες, λίγο επιπλέον νερό είναι ουδέτερο.

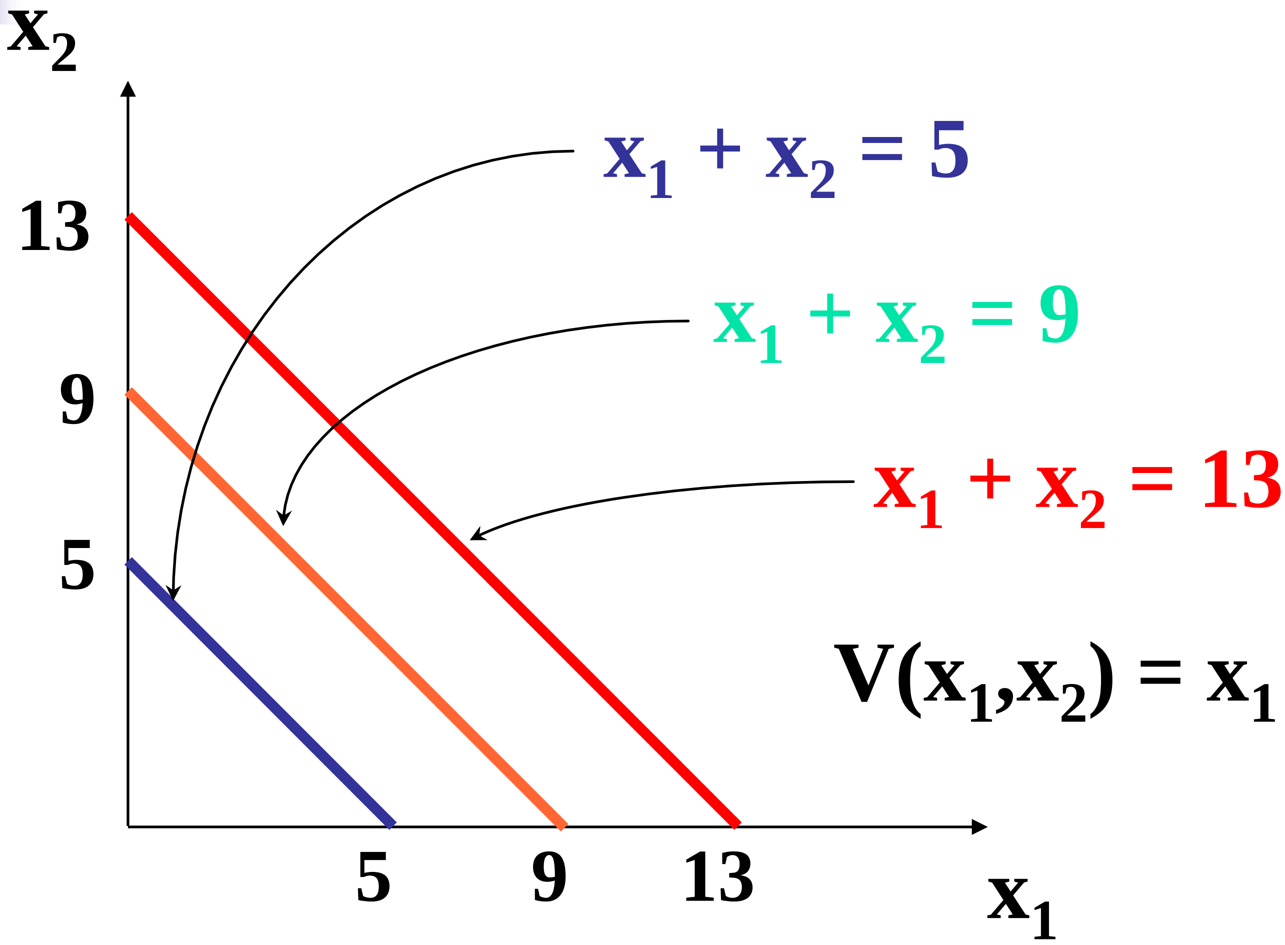
Άλλες συναρτήσεις χρησιμότητας και οι καμπύλες αδιαφορίας τους

Αντί για τη $U(x_1,x_2) = x_1x_2$ ας πάρουμε τη

$$V(x_1,x_2) = x_1 + x_2.$$

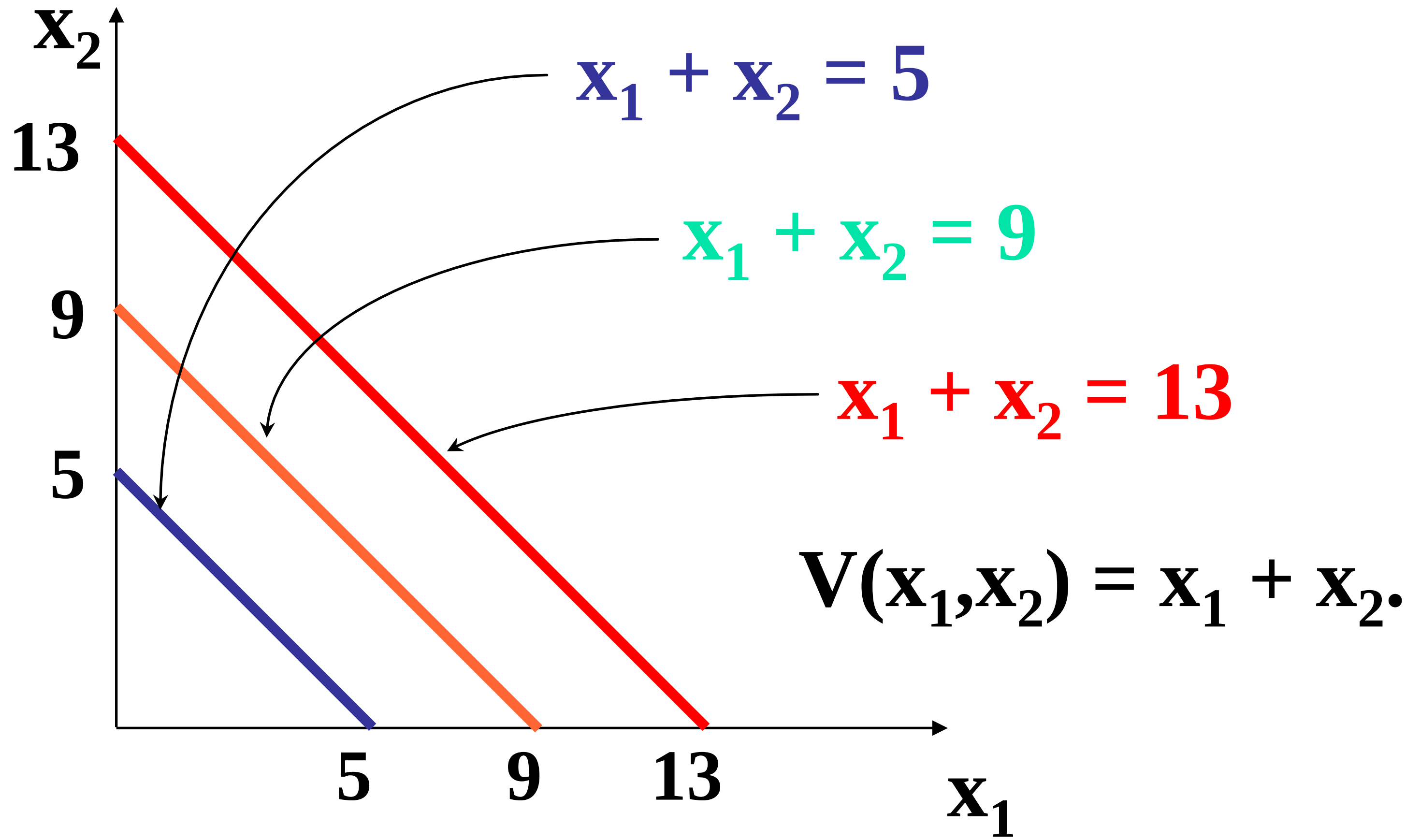
Με τι μοιάζουν οι καμπύλες αδιαφορίας αυτής της συνάρτησης χρησιμότητας των “***τέλειων υποκατάστατων***”;

Τέλεια υποκατάστατα: Καμπύλες αδιαφορίας



$V(x_1,x_2) = x_1 + x_2.$

Τέλεια υποκατάστατα: Καμπύλες αδιαφορίας



Είναι ευθείες γραμμές και παράλληλες.

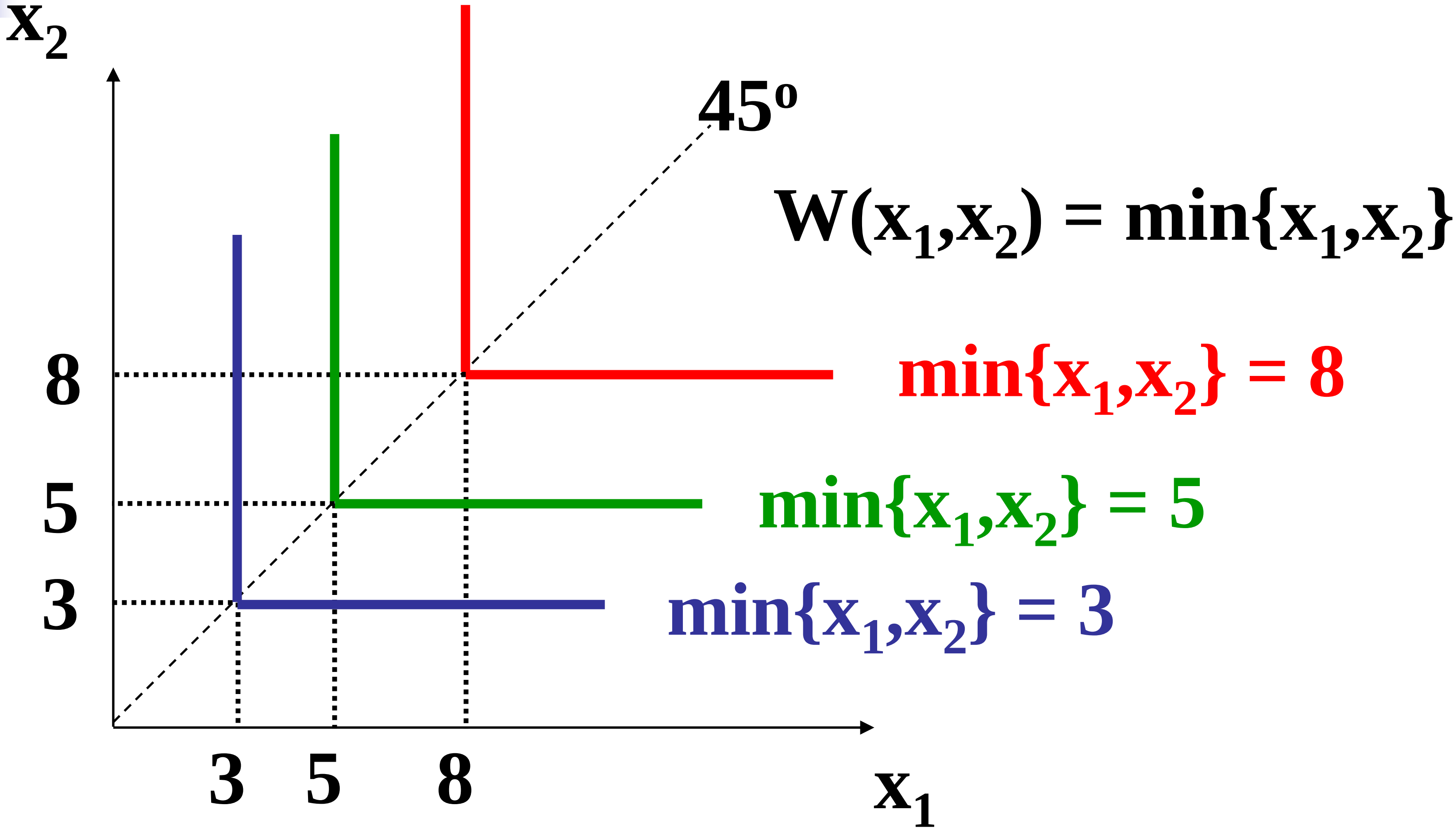
Άλλες συναρτήσεις χρησιμότητας και οι καμπύλες αδιαφορίας τους

Αντί για $U(x_1,x_2) = x_1x_2$ ή
$V(x_1,x_2) = x_1 + x_2$, ας πάρουμε την

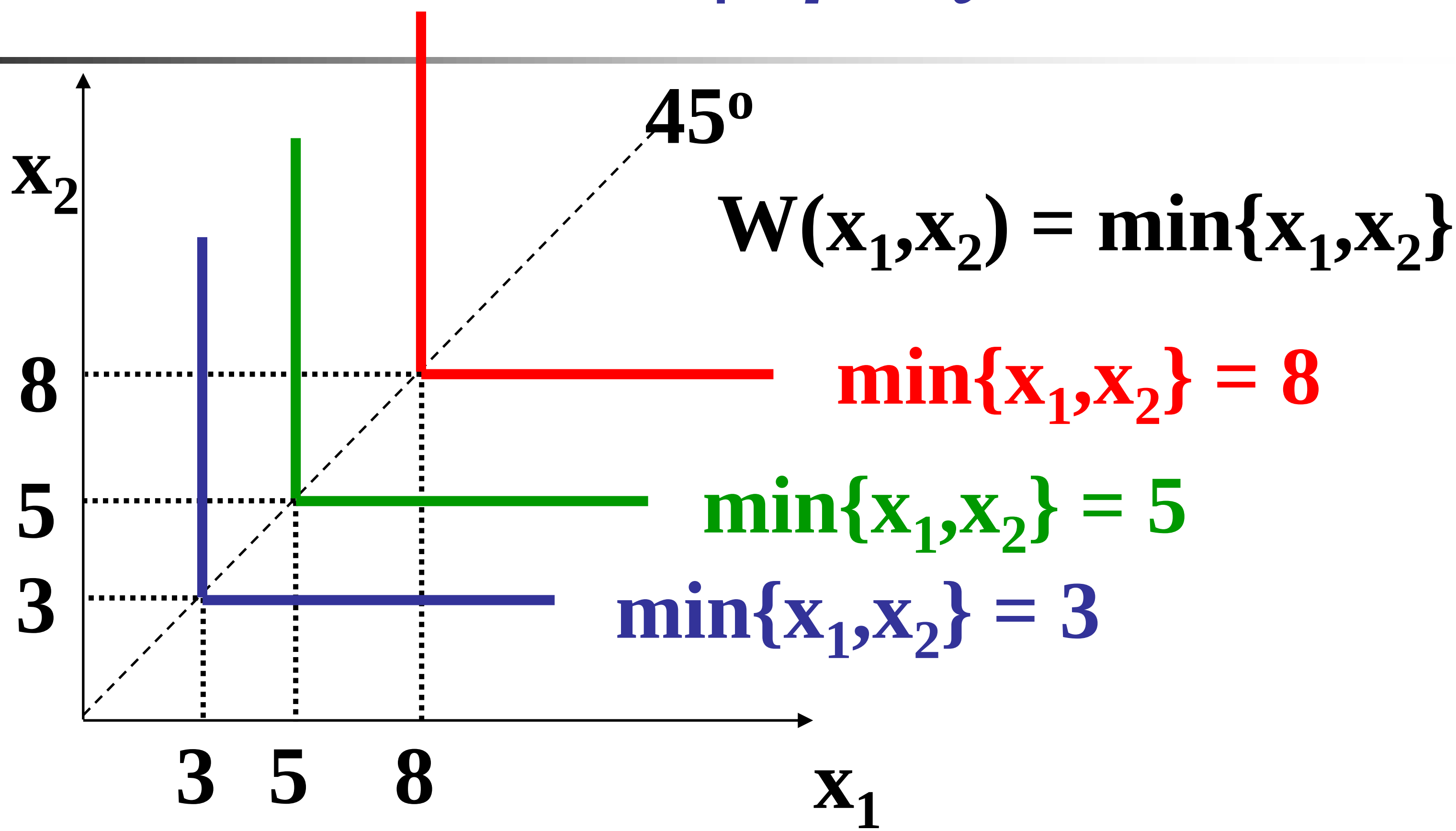
$$W(x_1,x_2) = \min\{x_1,x_2\}.$$

Με τι μοιάζουν οι καμπύλες αδιαφορίας αυτής της συνάρτησης χρησιμότητας των “***τέλειων συμπληρωματικών***”;

Τέλεια συμπληρωματικά: Καμπύλες αδιαφορίας



Τέλεια συμπληρωματικά: Καμπύλες αδιαφορίας



Καμπύλες αδιαφορίας με σχήμα ορθής γωνίας και με κορυφές πάνω σε μια ακτίνα από την αρχή των αξόνων.

Άλλες συναρτήσεις χρησιμότητας και οι καμπύλες αδιαφορίας τους

Μια συνάρτηση της χρησιμότητας της μορφής

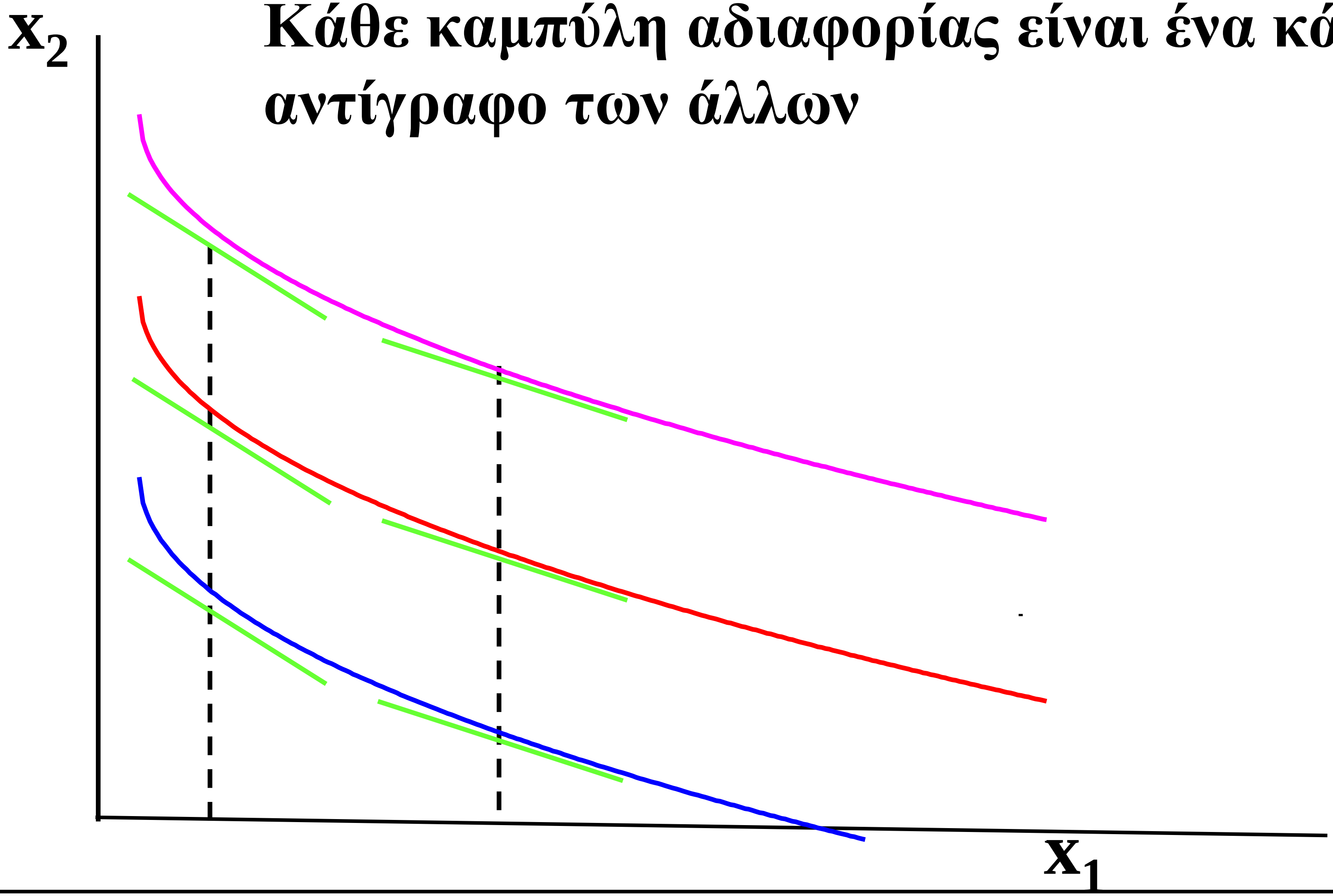
$$U(x_1,x_2) = f(x_1) + x_2$$

είναι γραμμική μόνο στο x_2 και λέγεται ***οιονεί γραμμική***.

π.χ. $U(x_1,x_2) = 2x_1^{1/2} + x_2$.

Οιονεί γραμμικές καμπύλες αδιαφορίας

Κάθε καμπύλη αδιαφορίας είναι ένα κάθετο αντίγραφο των άλλων



Άλλες συναρτήσεις χρησιμότητας και οι καμπύλες αδιαφορίας τους

- Μια συνάρτηση χρησιμότητας της μορφής

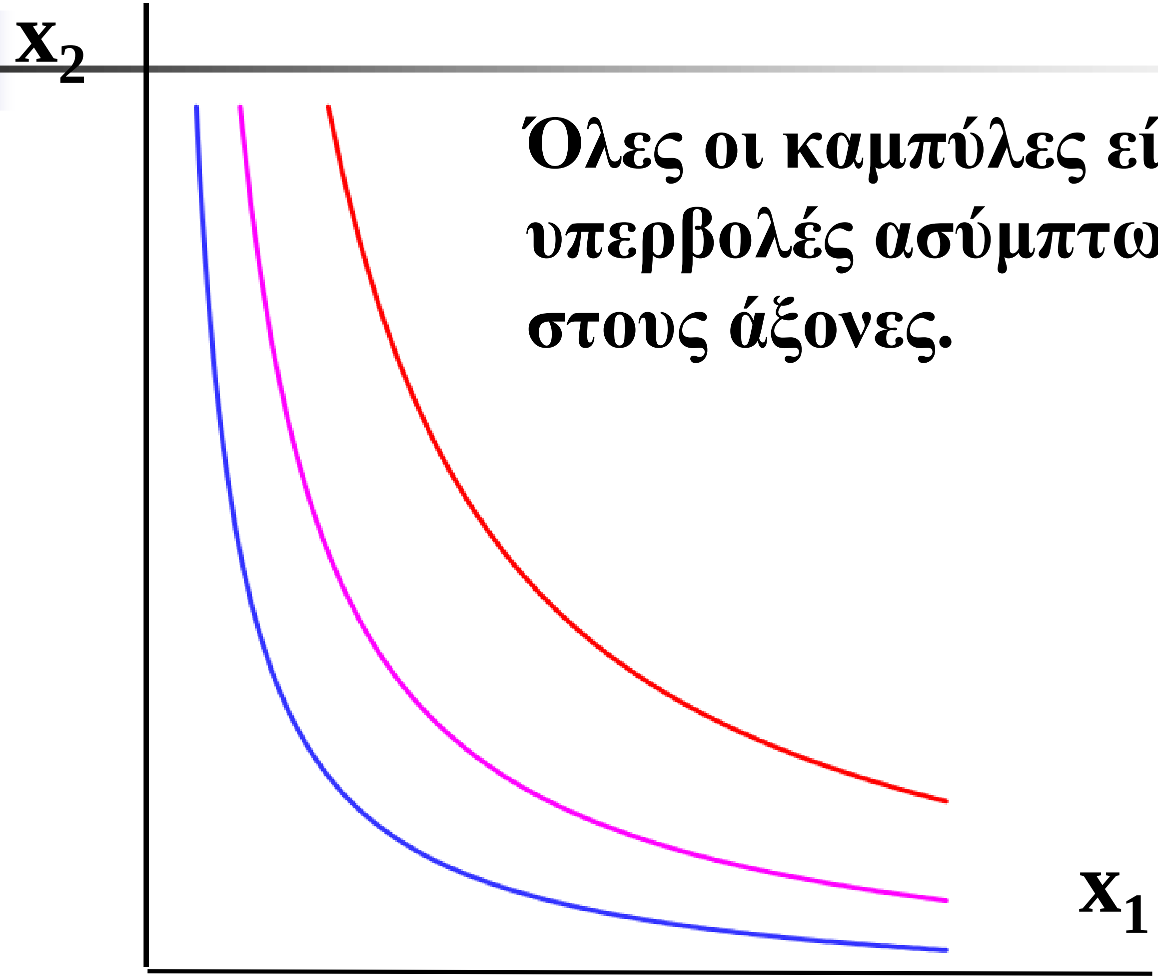
$$U(x_1,x_2) = x_1^{a} x_2^{b}$$

  με a > 0 και b > 0 λέγεται συνάρτηση ***Cobb-Douglas.***

- *π.χ.* $U(x_1,x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ (a = b = 1/2)

  $V(x_1,x_2) = x_1 x_2^{3}$ (a = 1, b = 3)

Καμπύλες αδιαφορίας Cobb-Douglas.



Οριακές χρησιμότητες

- Οριακό σημαίνει "μικρή μεταβολή".
- Η οριακή χρησιμότητα ενός αγαθού *i* είναι ο ρυθμός αύξησης της συνολικής χρησιμότητας καθώς η ποσότητα του αγαθού που καταναλώνεται αλλάζει : *δηλαδή*.

$$MU_i = \frac{\partial U}{\partial x_i}$$

Οριακές χρησιμότητες

π.χ. Αν $U(x_1,x_2) = x_1^{1/2} x_2^{2}$ τότε

$$MU_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{2}$$

Οριακές χρησιμότητες

π.χ. Αν $U(x_1,x_2) = x_1^{1/2} x_2^{2}$ τότε

$$MU_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{2}$$

Οριακές χρησιμότητες

π.χ. Αν $U(x_1,x_2) = x_1^{1/2} x_2^{2}$ τότε

$$MU_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = 2x_1^{1/2}x_2$$

Οριακές χρησιμότητες

π.χ. Αν $U(x_1,x_2)$ = $\mathbf{x_1^{1/2} x_2^2}$ τότε

$$MU_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = 2x_1^{1/2}x_2$$

Οριακές χρησιμότητες

Έτσι, αν $U(x_1,x_2) = x_1^{1/2}\,x_2^2$ τότε

$$MU_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = \frac{1}{2}x_1^{-1/2}x_2^2$$

$$MU_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = 2x_1^{1/2}x_2$$

Οριακές χρησιμότητες και οριακός λόγος υποκατάστασης (MRS)

Η γενική μορφή εξίσωσης για μια καμπύλη αδιαφορίας είναι

$U(x_1,x_2) \equiv k$, μια σταθερά.

Αν πάρουμε το ολικό διαφορικό αυτής της ταυτότητας, βρίσκουμε

$$\frac{\partial U}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2}dx_2 = 0$$

Οριακές χρησιμότητες και οριακός λόγος υποκατάστασης (MRS)

$$\frac{\partial U}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2}dx_2 = 0$$

ή

$$\frac{\partial U}{\partial x_2}dx_2 = -\frac{\partial U}{\partial x_1}dx_1$$

Οριακές χρησιμότητες και οριακός λόγος υποκατάστασης (MRS)

και
$$\frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 = -\frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1$$

ή
$$\frac{d x_2}{d x_1} = -\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2}.$$

Αυτός είναι ο MRS.

Οριακές χρησιμότητες και οριακός λόγος υποκατάστασης (MRS): Ένα παράδειγμα

Έστω $U(x_1,x_2) = x_1x_2$. Τότε

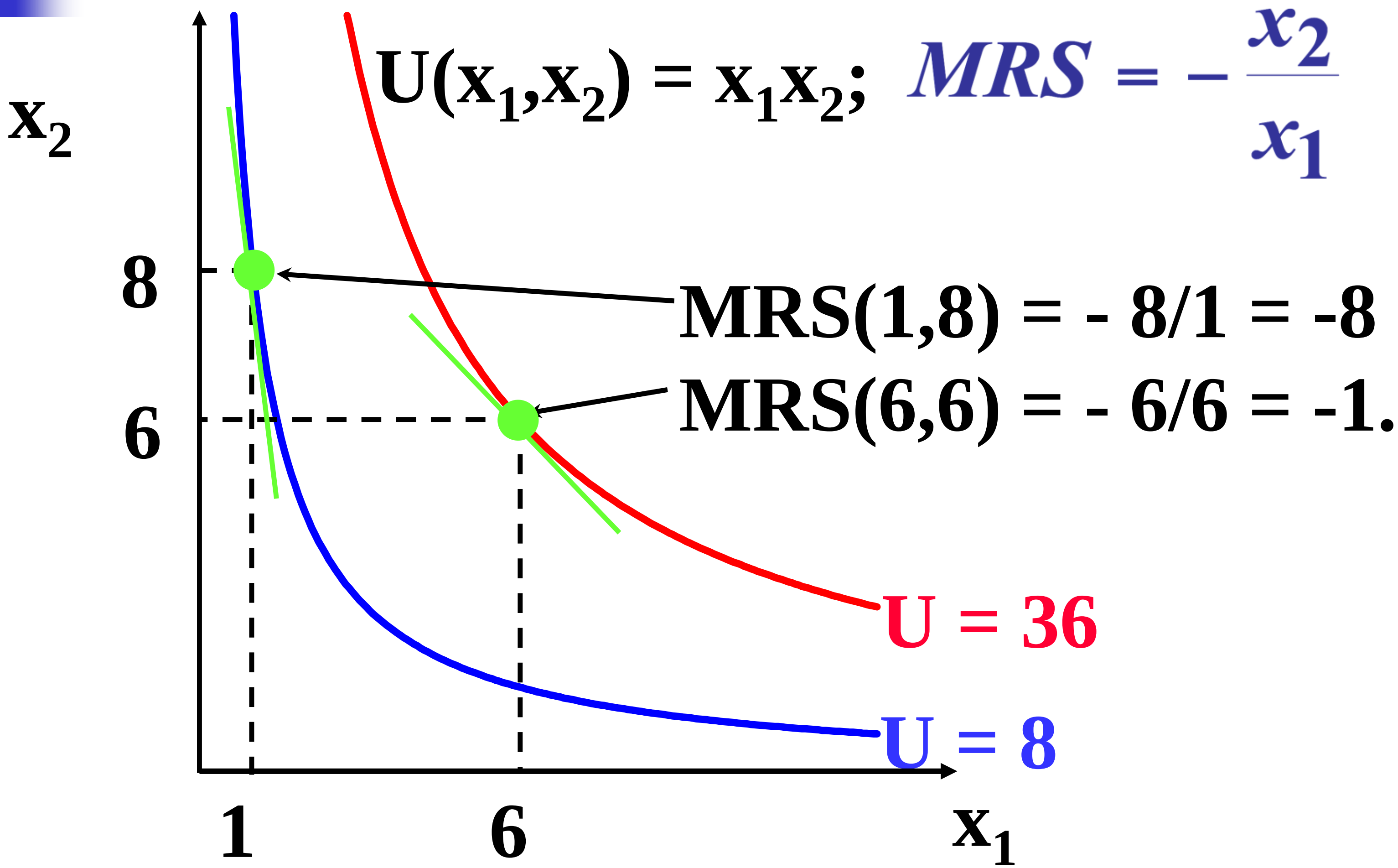
$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = (1)(x_2) = x_2$$

$$\frac{\partial U}{\partial x_2} = (x_1)(1) = x_1$$

Άρα $$MRS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2} = -\frac{x_2}{x_1}.$$

Οριακές χρησιμότητες και οριακός λόγος υποκατάστασης (MRS): Ένα παράδειγμα

$U(x_1,x_2) = x_1x_2$; $MRS = -\dfrac{x_2}{x_1}$



MRS για οιονεί γραμμικές συναρτήσεις χρησιμότητας

Μια οιονεί γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας έχει τη μορφή

$$U(x_1,x_2) = f(x_1) + x_2.$$

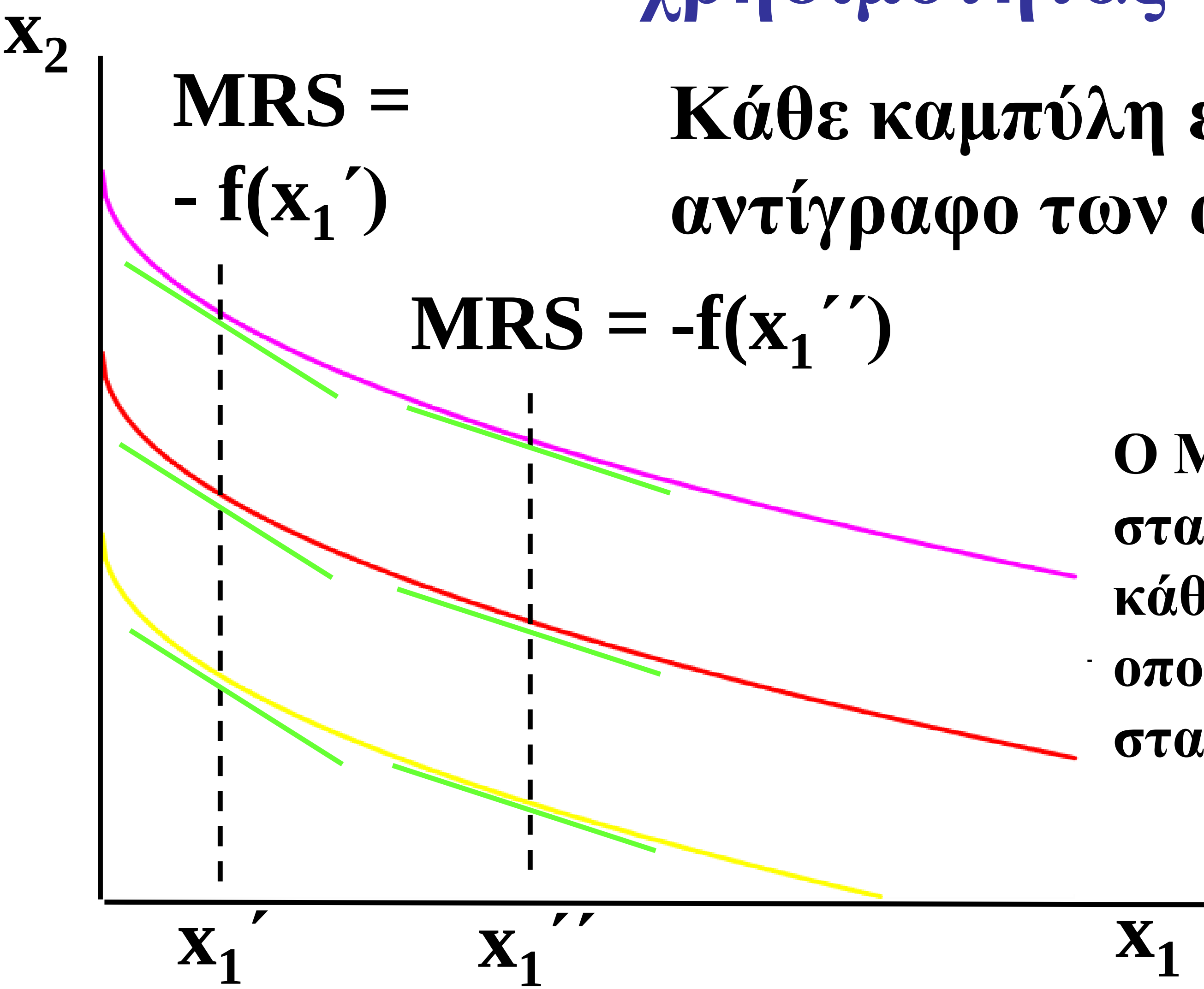
$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = f'(x_1) \qquad \frac{\partial U}{\partial x_2} = 1$$

Άρα $$MRS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial U/\partial x_1}{\partial U/\partial x_2} = -f'(x_1).$$

MRS για οιονεί γραμμικές συναρτήσεις χρησιμότητας

MRS = - f (x'$_1$) δεν εξαρτάται από το x_2 και επομένως η κλίση της καμπύλης αδιαφορίας για μια οιονεί-γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας είναι σταθερή κατά μήκος κάθε γραμμής για την οποία το x_1 είναι σταθερό. Με τι μοιάζει ο χάρτης των καμπυλών αδιαφορίας για μια οιονεί γραμμική συνάρτηση χρησιμότητας;

MRS για οιονεί γραμμικές συναρτήσεις χρησιμότητας



Κάθε καμπύλη είναι κάθετο αντίγραφο των άλλων.

Ο MRS είναι σταθερός κατά μήκος κάθε γραμμής για την οποία το x_1 είναι σταθερό.

Μονοτονικός μετασχηματισμός και MRS

- Ο μονοτονικός μετασχηματισμός μιας συνάρτηση χρησιμότητας, που αντιπροσωπεύει μια σχέση προτιμήσεων δημιουργεί μιαν άλλη συνάρτηση χρησιμότητας που αντιπροσωπεύει την ίδια σχέση προτιμήσεων.
- Τι θα συμβεί στον οριακό λόγο υποκατάστασης όταν κάνουμε μονοτονικό μετασχηματισμό;

Μονοτονικός μετασχηματισμός και MRS

Για την $U(x_1,x_2) = x_1x_2$ ο MRS = $- x_2/x_1$.

Αν πάρουμε την $V = U^2$: *δηλαδή*.

$V(x_1,x_2) = x_1^2x_2^2$. ποιος είναι ο MRS για την V;

$$MRS = -\frac{\partial V / \partial x_1}{\partial V / \partial x_2} = -\frac{2x_1x_2^2}{2x_1^2x_2} = -\frac{x_2}{x_1}$$

Που είναι ο ίδιος MRS με εκείνο της U.

Μονοτονικός μετασχηματισμός και MRS

Πιο γενικά, αν V = f(U) όπου f είναι μια αυστηρά αύξουσα συνάρτηση, τότε

$$MRS = -\frac{\partial V / \partial x_1}{\partial V / \partial x_2} = -\frac{f'(U) \times \partial U / \partial x_1}{f'(U) \times \partial U / \partial x_2}$$

$$= -\frac{\partial U / \partial x_1}{\partial U / \partial x_2}.$$

Άρα ο MRS παραμένει αμετάβλητος από ένα θετικό μονοτονικό μετασχηματισμό.

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
ΕΣΠΑ 2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών, Ανδρέας Παπανδρέου 2015. Ανδρέας Παπανδρέου. «Μικροοικονομική Ανάλυση της Κατανάλωσης και της Παραγωγής. Χρησιμότητα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.uoa.gr/courses/ECON5/.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.