



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

# Χωρικές σχέσεις και Γεωμετρικές Έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση

Ενότητα 6: Γεωμετρικά σχήματα και μεγέθη δύο και  
τριών διαστάσεων

Δημήτρης Χασάπης

**Τμήμα Εκπαίδευσης και Αγωγής στην Προσχολική  
Ηλικία**

# Οι γεωμετρικές σχέσεις μετρική θεώρηση του χώρου

- Απόσταση ανάμεσα σε δύο σημεία / μήκος
- **Επιφάνεια / επίπεδα σχήματα / εμβαδόν**
- Χώρος / στερεά σχήματα / όγκος



# μέτρηση μιας επιφάνειας

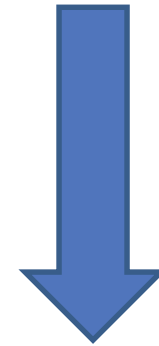
**μέτρηση μιας επιφάνειας**

(διαδικασία)

(αποτέλεσμα)

**μέτρο μιας επιφάνειας: έκταση**

**μέτρο επιφάνειας ενός επίπεδου σχήματος: εμβαδόν**



Νοητική προϋπόθεση:

**Η διατήρηση της επιφάνειας**



# ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΚΤΑΣΗΣ ΜΙΑΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ:

## Τα πειράματα του Piaget

Ο Πιαζέ σε μια σειρά πειραμάτων ελέγχει την κατάκτηση της **διατήρησης της έκτασης μιας επιφάνειας** από τα παιδιά με κριτήριο το αξίωμα του Ευκλείδη:

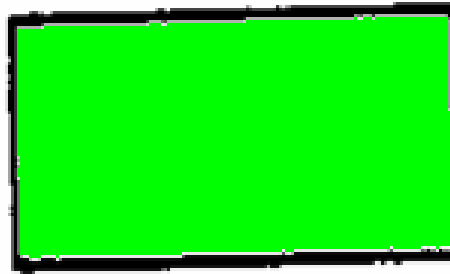
**Εάν από ίσες επιφάνειες αφαιρέσουμε ίσα μέρη τότε οι επιφάνειες που απομένουν είναι ίσες**

Διατήρηση της επιφάνειας = το μέτρο της επιφάνειας παραμένει σταθερό παρά τις αλλαγές στο σχήμα της

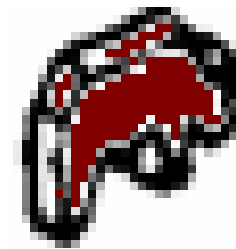
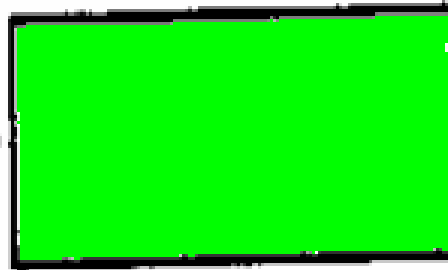


# Το πείραμα με το «λιβάδι και την αγελάδα»

**B1**



**B2**

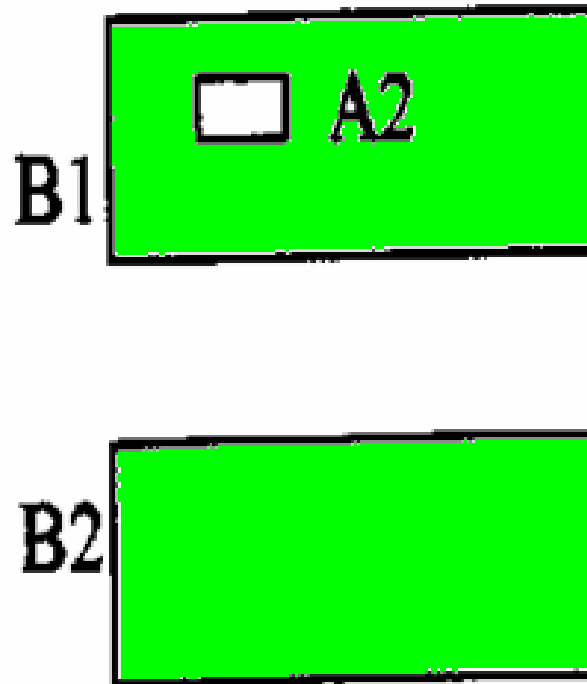


Είναι οι επιφάνειες αυτές ίσες;

Έχει μια αγελάδα την ίδια έκταση χόρτου για να φάει;

**Απάντηση των παιδιών: ΝΑΙ**

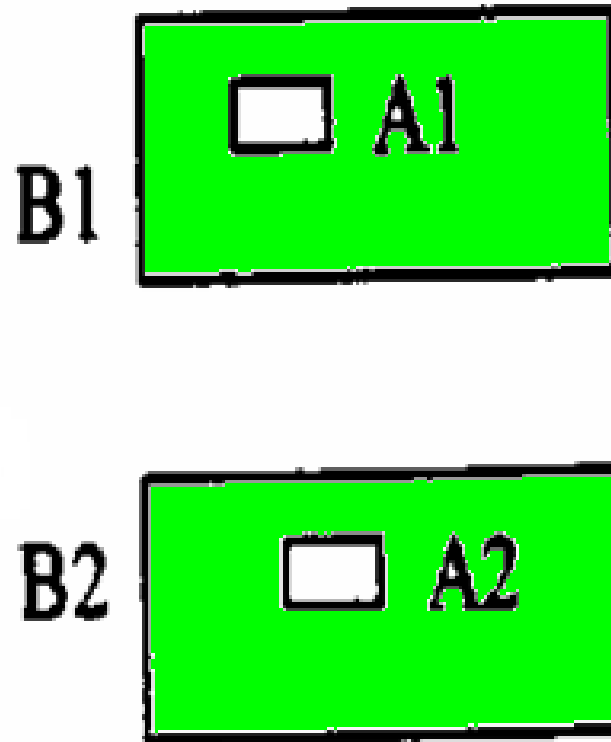
# Το πείραμα με το «λιβάδι και την αγελάδα»



Εάν χτιστεί ένα σπίτι, θα έχει η αγελάδα την ίδια έκταση χόρτου για να φάει;

**Απάντηση των παιδιών: ΟΧΙ**

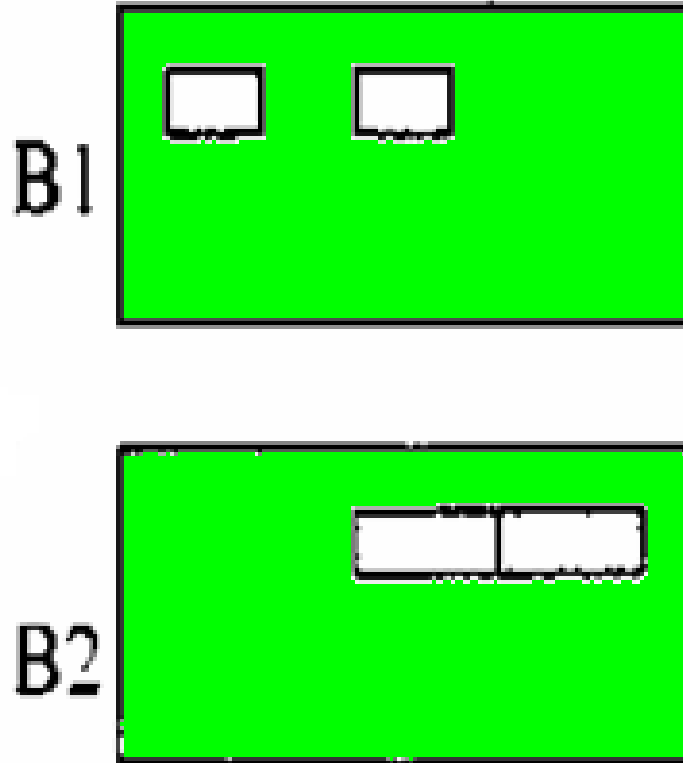
# Το πείραμα με το «λιβάδι και την αγελάδα»



Εάν χτιστεί ένα σπίτι, θα έχει η αγελάδα την ίδια έκταση χόρτου για να φάει;

**Απάντηση των παιδιών: ΝΑΙ**

# Το πείραμα με το «λιβάδι και την αγελάδα»



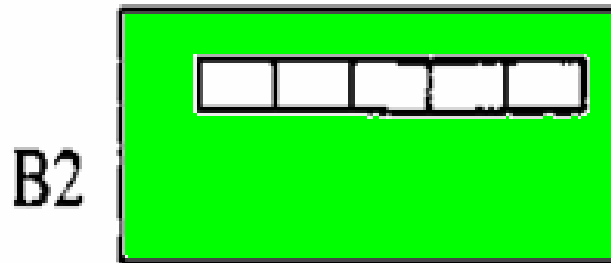
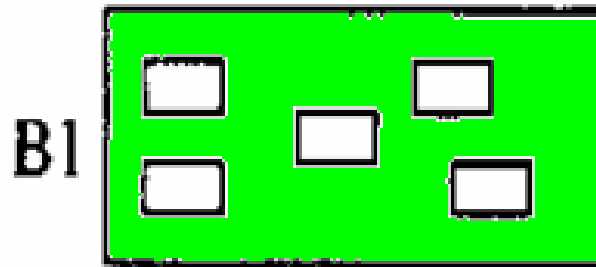
Εάν χτιστούν δύο σπίτια, θα έχει η αγελάδα την ίδια έκταση χόρτου για να φάει;

**Απάντηση παιδιών 4 - 6 ετών: ΟΧΙ**





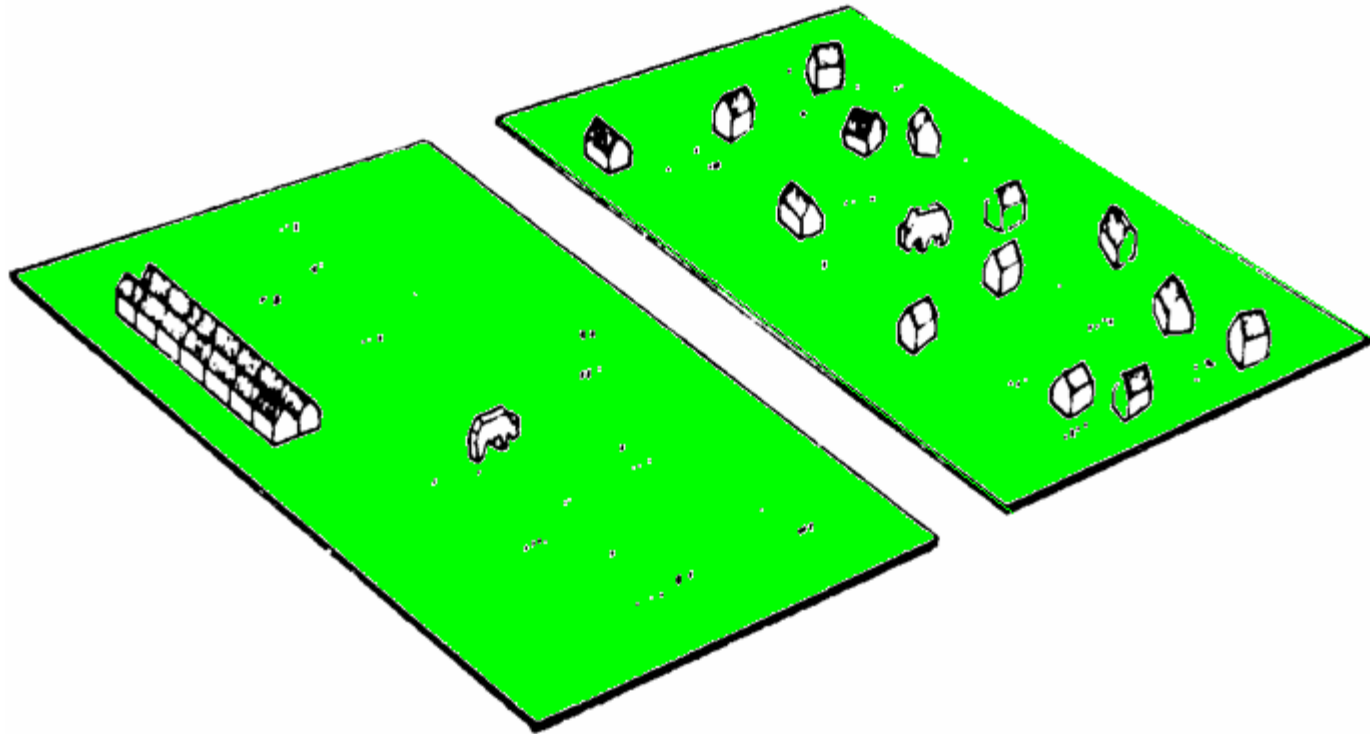
# Το πείραμα με το «λιβάδι και την αγελάδα»



Εάν χτιστούν περισσότερα σπίτια, θα έχει η αγελάδα την ίδια έκταση χόρτου για να φάει;

**Απάντηση παιδιών 4 - 6 ετών: ΟΧΙ**

# Το πείραμα με το «λιβάδι και την αγελάδα»



Εάν χτιστούν περισσότερα σπίτια, θα έχει η αγελάδα την ίδια έκταση χόρτου για να φάει;

**Απάντηση παιδιών 4 - 6 ετών: ΟΧΙ**



# Piaget, Inhelder & Szeminska (1960): Διατήρηση της έκτασης μιας επιφάνειας

## 1ο: στάδιο (4 – 6 ετών)

Τα παιδιά από τα πρώτα ζεύγη σπιτιών αρνούνται την ισότητα των επιφανειών που απομένουν ακάλυπτες.

Δεν υπάρχει λειτουργική σύνθεση των καλυμμένων και των ακάλυπτων επιφανειών.

Η κρίση τους βασίζεται ολοκληρωτικά σε αντιληπτικές μορφές.

## 2ο: στάδιο (6 ετών και πάνω)

Τα παιδιά κατανοούν το Ευκλείδειο αξίωμα: **Εάν από ίσες επιφάνειες αφαιρέσουμε ίσα μέρη τότε οι επιφάνειες που απομένουν είναι ίσες.**

Έχουν κατακτήσει την ισοδυναμία / διατήρηση του εμβαδού μιας επιφάνειας.

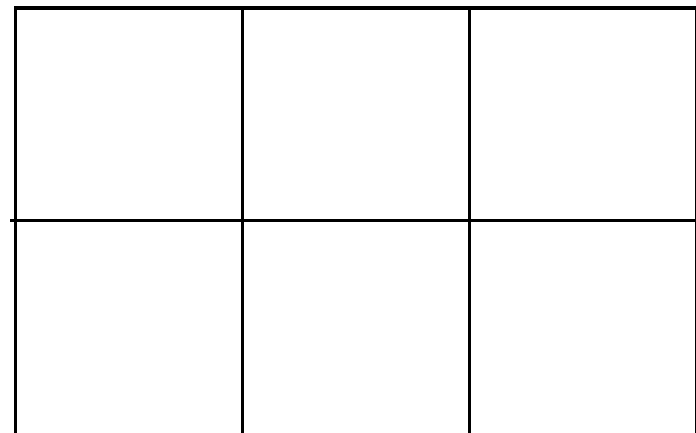
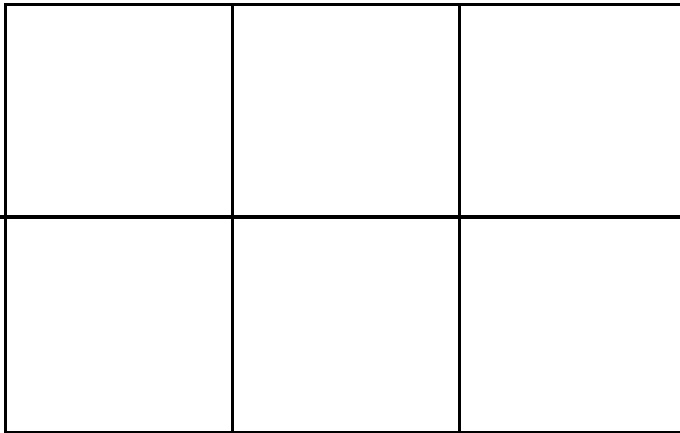


# ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ: Τα πειράματα του Piaget

Ο Πιαζέ σε μια άλλη πειραμάτων ελέγχει την κατάκτηση της **διατήρησης του εμβαδού ενός επιπέδου σχήματος** από τα παιδιά με κριτήριο τον μετασχηματισμό του σχήματος.



# ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ: Τα πειράματα του Piaget

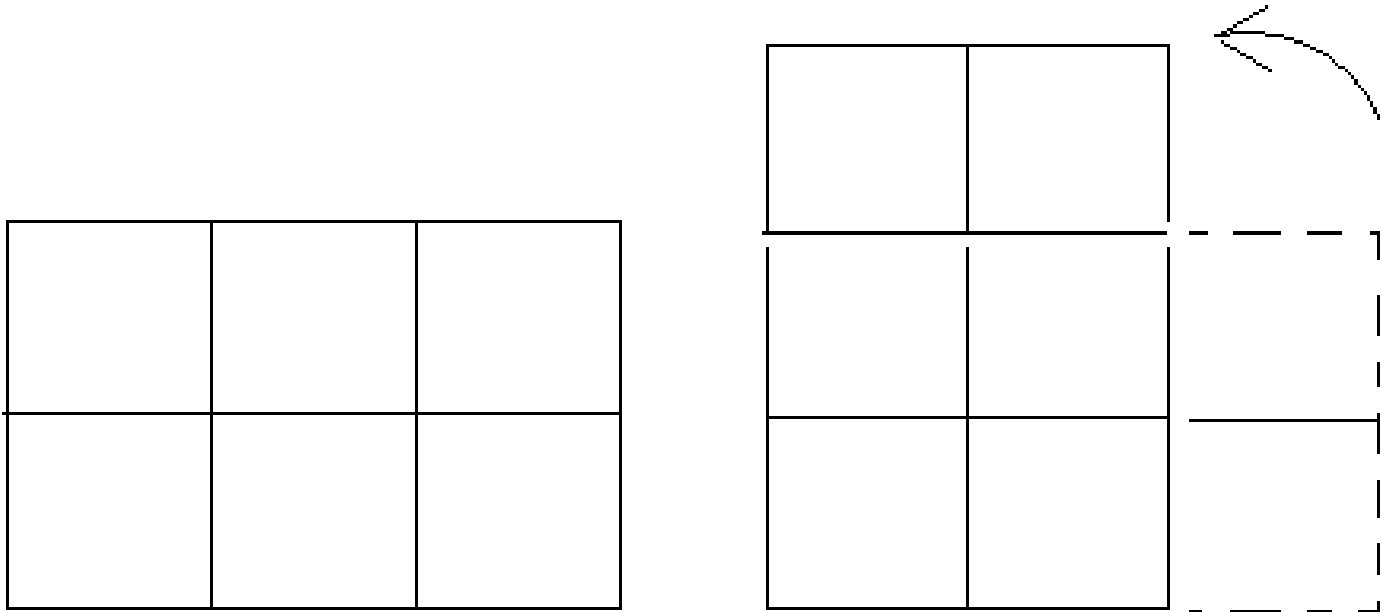


Είναι οι επιφάνειες αυτές ίσες;

**Απάντηση των παιδιών: ΝΑΙ**



# ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ: Τα πειράματα του Piaget

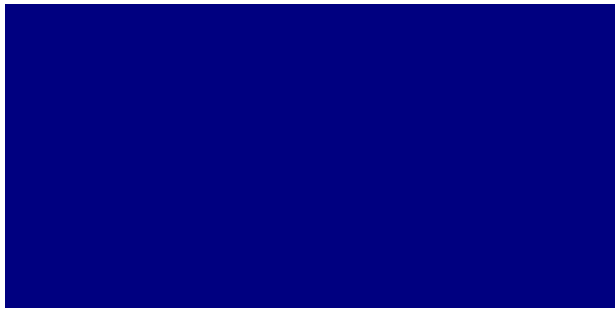


Είναι οι επιφάνειες αυτές ίσες?

**Απάντηση των παιδιών: ΟΧΙ**

**Τώρα είναι μεγαλύτερο γιατί είναι ψηλότερο**

# ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ: Τα πειράματα του Piaget

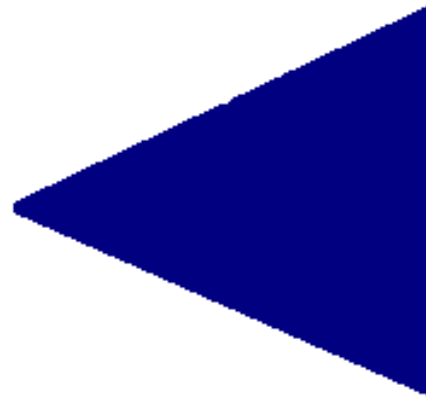


Είναι οι επιφάνειες αυτές ίσες;

**Απάντηση των παιδιών: ΝΑΙ**



# ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ: Τα πειράματα του Piaget



Είναι οι επιφάνειες αυτές ίσες ;

**Απάντηση των παιδιών: ΌΧΙ**

**γιατί φαίνεται μεγαλύτερο / γιατί το κόψαμε στη μέση**

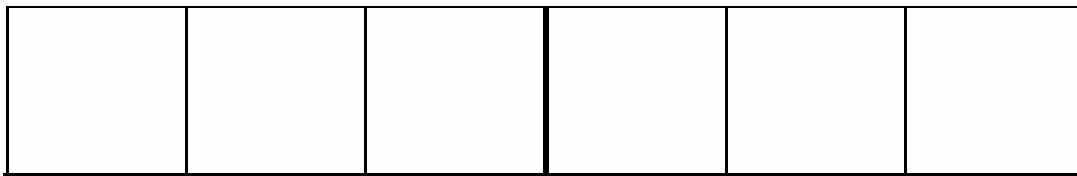
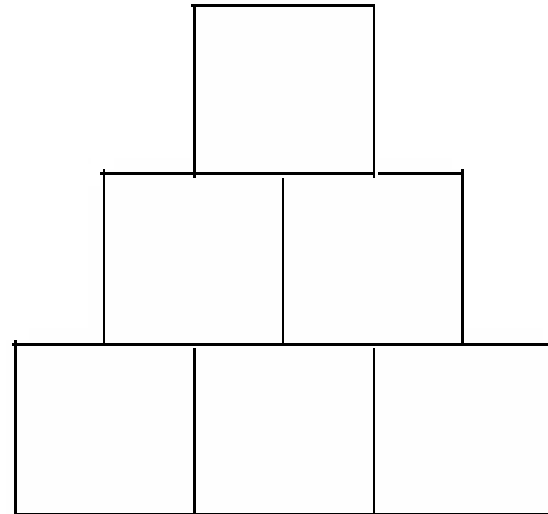
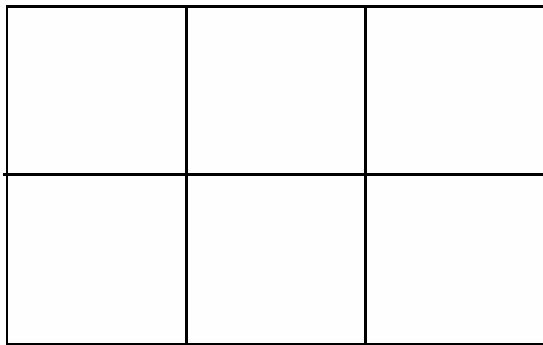




Σημαντικό βήμα στην κατάκτηση της διατήρησης της έκτασης μιας επιφάνειας και του εμβαδού ενός σχήματος - τα οποία αποτελούν προϋποθέσεις για τη μέτρηση τους - είναι η κατανόηση :

1. Ένα όλο σχηματίζεται από την ομαδοποίηση των μερών του.
2. Η ομαδοποίηση ή η διευθέτηση αυτών των μερών δεν επηρεάζει την έκταση του όλου.





Είναι οι επιφάνειες αυτές ίσες;



Η διατήρηση της απόστασης / του μήκους  
και η διατήρηση της επιφάνειας / του  
εμβαδού κατακτάτε από τα παιδιά  
**ταυτόχρονα**



# μέτρηση επιφάνειας

Σύγκριση ομοειδών μεγεθών

μεγαλύτερο - ίσο - μικρότερο



# Μέτρηση επιφάνειας

## Χρήση αυθαίρετων μονάδων

### Χρήση αυθαίρετων μονάδων

Αυτό που ενδιαφέρει δεν είναι η ακρίβεια της μέτρησης αλλά η κατανόηση της διαδικασίας μέτρησης.

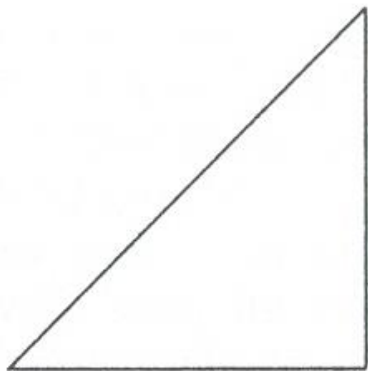
Κριτήρια μιας σωστής διαδικασίας είναι:

- Η επανάληψη της επιλεγμένης μονάδας.
- Η επικάλυψη (νοητή ή φυσική) όλου του μετρούμενου μήκους με την επιλεγμένη μονάδα, χωρίς επικαλύψεις.

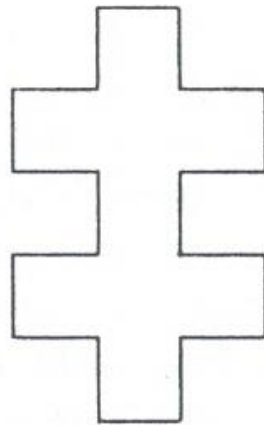


# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ: Τα πειράματα του Piaget

## Μέτρηση με επικάλυψη των δύο σχημάτων

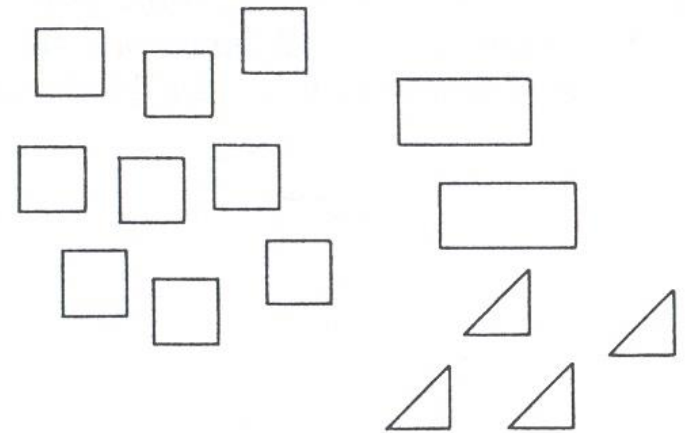


A



B

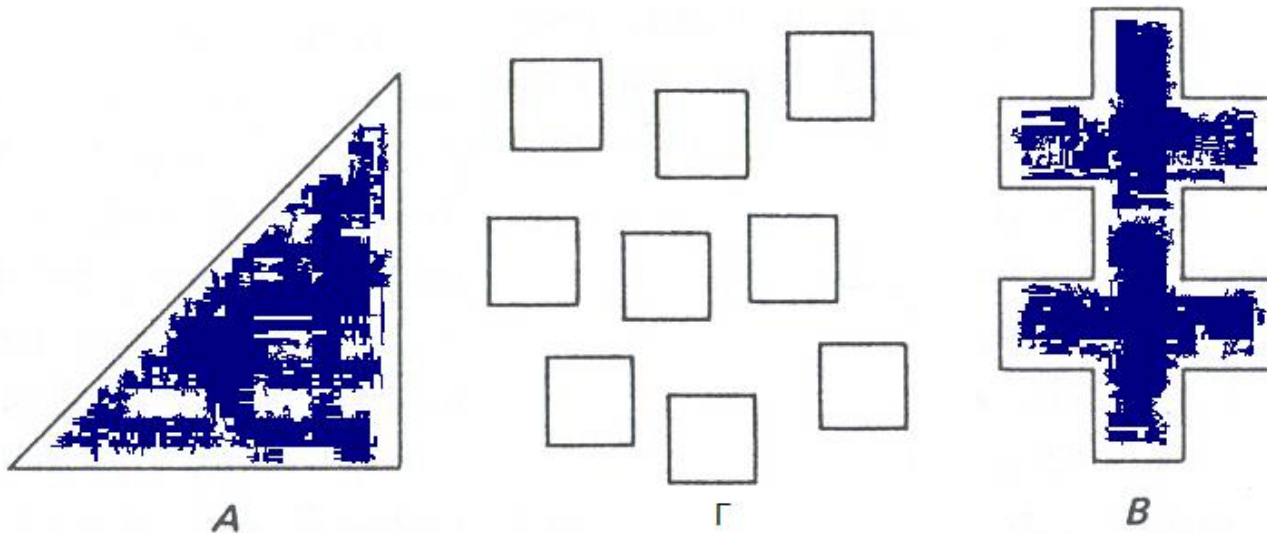
Να συγκριθούν  
τα σχήματα A και B



Μονάδες μέτρησης  
τετράγωνα/μισά  
τετράγωνα/διπλά τετράγωνα

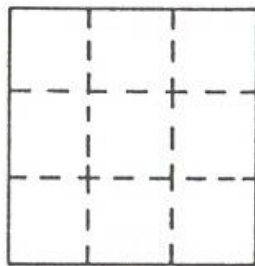
Προϋπόθεση για την επιτυχή σύγκριση / μέτρηση των δύο σχημάτων:

1. Κάθε σχήμα μπορεί να διαμεριστεί σε μέρη.
2. Εάν ο ίδιος αριθμός μερών καλύπτει και τα δύο σχήματα, τότε αυτά είναι ίσα (μεταβατική σκέψη):  $A = \Gamma$  και  $\Gamma = B$ , τότε  $A = B$ .

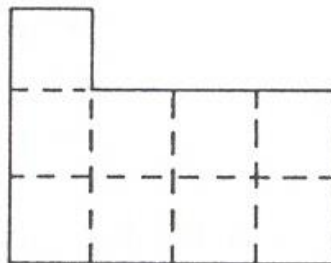


# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ: Τα πειράματα του Piaget

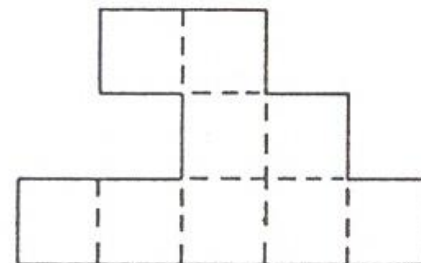
## Μέτρηση με χρήση μονάδας μέτρησης



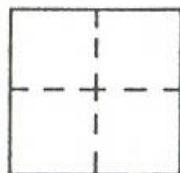
A



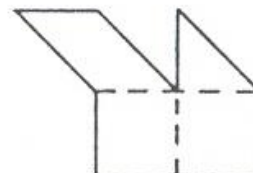
B



C



D



E

Να συγκριθούν  
τα σχήματα

Μονάδα μέτρησης  
ένα τετραγωνάκι



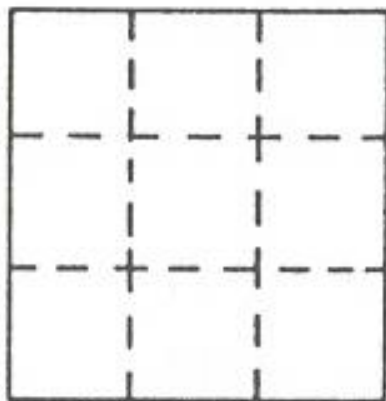


# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ:

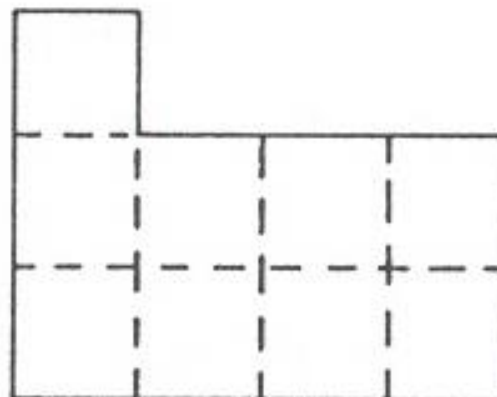
## Τα πειράματα του Piaget

- Μέχρι σχεδόν 6 χρόνων τα παιδιά αδυνατούν να συγκρίνουν / μετρήσουν τα εμβαδά των δύο σχημάτων.
- Εκτιμούν οπτικά, δηλαδή με βάση αντιληπτικά δεδομένα, την ισότητα ή ανισότητα των εμβαδών.





*A*



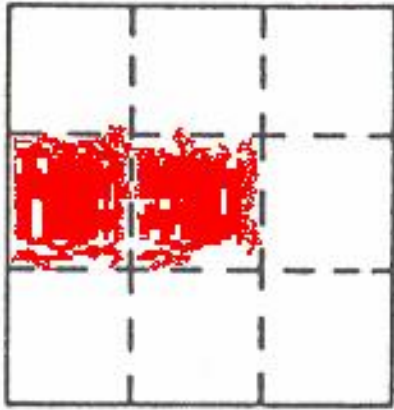
*B*

Είναι τα σχήματα αυτά ίσα ;

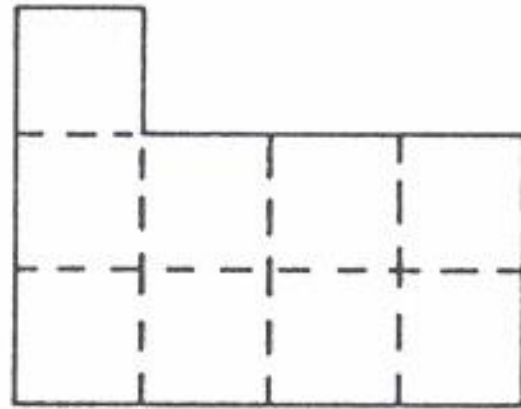
**Απάντηση των παιδιών: ΌΧΙ**

**το B είναι μεγαλύτερο**





A

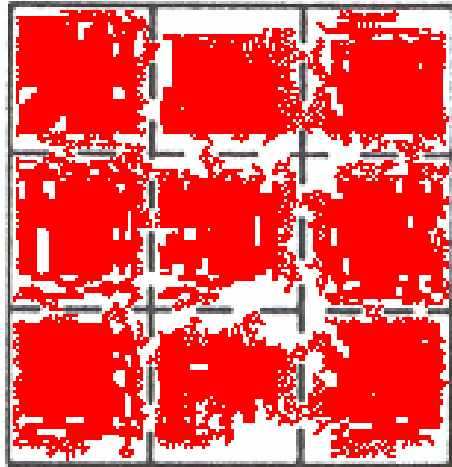


B

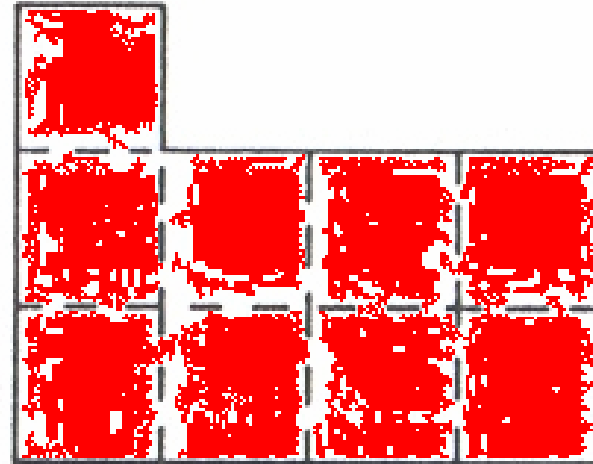
Σε ποιο σχήμα μπορούμε να ζωγραφίσουμε περισσότερα τετραγωνάκια;

**Ακόμα και μετά το ζωγράφισμα και τη διαπίστωση ο αριθμός των τετραγώνων είναι ίδιος, τα παιδιά αμφιβάλλουν για την ισότητα των σχημάτων.**





**A**

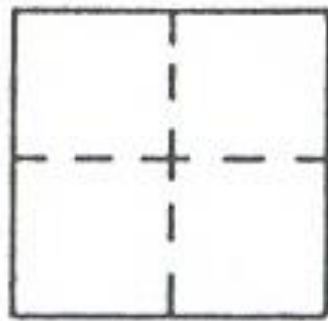


**B**

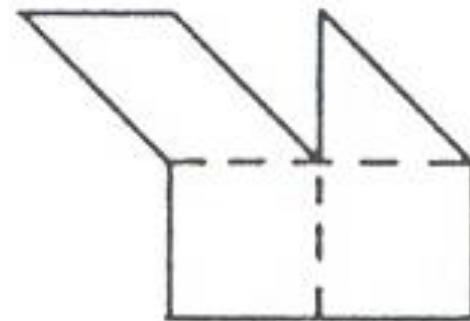
Εάν ήταν σοκολάτα, ποιο κομμάτι θα διάλεγες ;

**Απάντηση των παιδιών: το B**





*D*



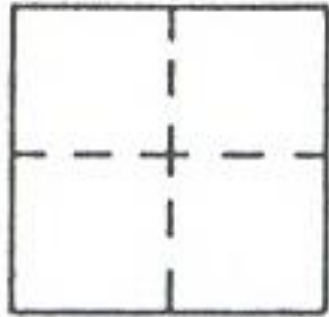
*E*

Είναι τα σχήματα αυτά ίσα;

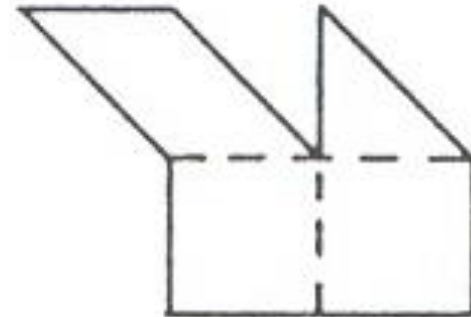
**Απάντηση των παιδιών: ΝΑΙ**

**γιατί και τα δύο αποτελούνται από 4 κομμάτια**





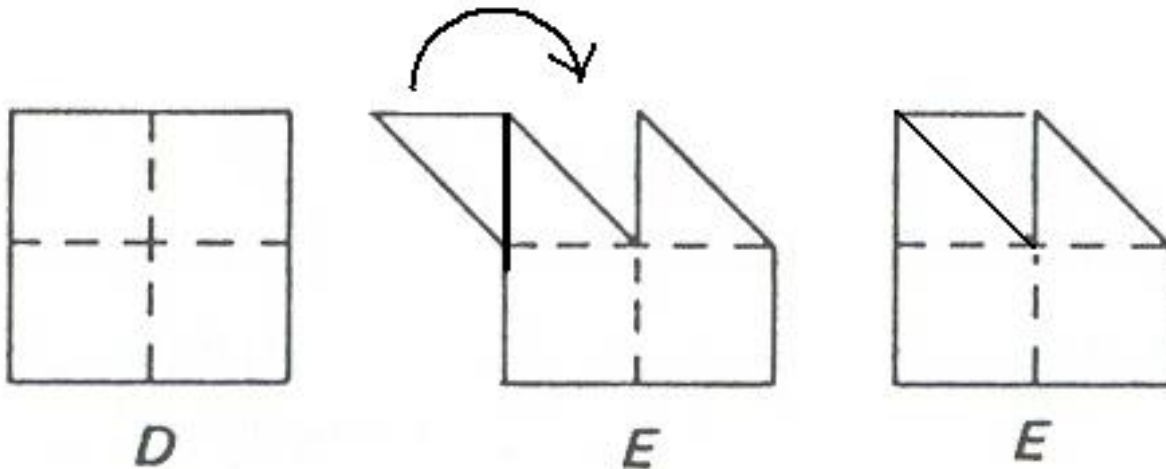
*D*



*E*

Είναι τα σχήματα αυτά ίσα;

**Απάντηση παιδιών 8 χρόνων: ΟΧΙ**



*D*

*E*

*E*



Σύμφωνα με τον Πιαζέ η διατήρηση της απόστασης / του μήκους και της επιφάνειας / του εμβαδού κατακτάτε από τα παιδιά

**ταυτόχρονα**

με την ανάπτυξη της ικανότητας μέτρησης του μήκους μιας απόστασης και του εμβαδού μιας επιφάνειας.



# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ

**Μέτρηση με χρήση γραμμικών μέτρων,  
δηλαδή μη ομοειδών με το μετρούμενο μέγεθος.**

Πότε είναι τα παιδιά σε θέση να κατανοήσουν την ιδέα του πολλαπλασιασμού «μήκος x πλάτος» για την εύρεση του εμβαδού ενός ορθογωνίου;

Κατά τον Πιαζέ στην ηλικία των 10 – 11 χρόνων, παρόλο που μπορεί να έχουν μάθει νωρίτερα και να εφαρμόζουν τον τύπο  $E = \beta \times \upsilon$





# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ:

## Τα πειράματα του Piaget

### Μέτρηση με χρήση γραμμικών μέτρων

Ζητείται από τα παιδιά να ζωγραφίσουν ένα διπλάσιο μήκος, έχοντας στη διάθεση τους ένα χάρακα και ένα κορδόνι



Τα παιδιά που μπορούν να εκτελέσουν αυτό το έργο μπορούν να κατανοήσουν τη σχέση μήκους πλευράς και εμβαδού ενός απλού σχήματος

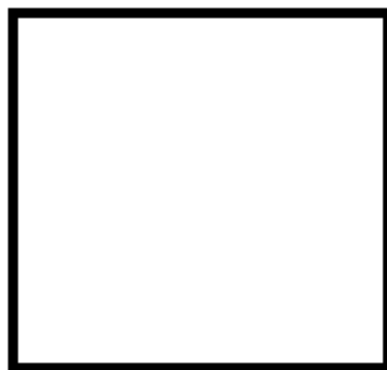


# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ:

## Τα πειράματα του Piaget

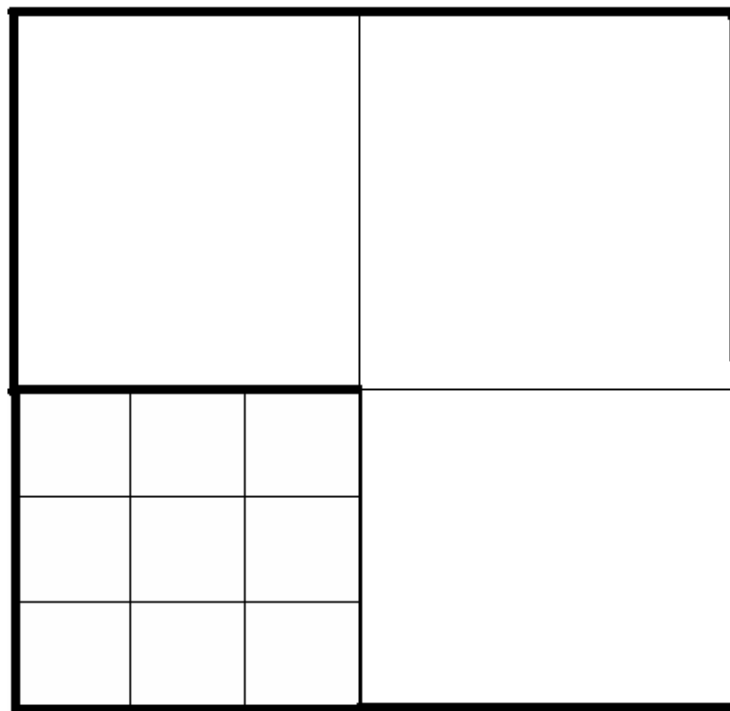
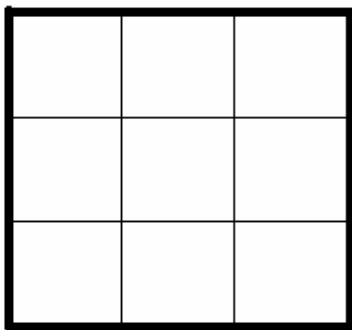
### Μέτρηση με χρήση γραμμικών μέτρων

Ζητείται από τα παιδιά να ζωγραφίσουν ένα διπλάσιο τετράγωνο, έχοντας στη διάθεση τους ένα χάρακα και ένα κορδόνι



# ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΕΝΟΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ: Τα πειράματα του Piaget

Ζητείται από τα παιδιά να ζωγραφίσουν ένα διπλάσιο τετράγωνο, έχοντας στη διάθεση τους ένα χάρακα και ένα κορδόνι




**Η σχέση πλευράς και εμβαδού δεν είναι σχέση απλής αναλογίας είναι σχέση πολλαπλασιαστική**

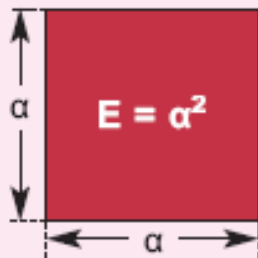


# Μέτρηση του εμβαδού ενός σχήματος

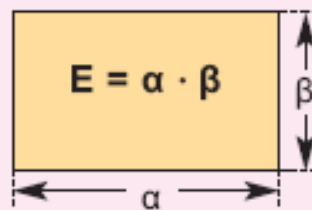
Η μέτρηση του εμβαδού ενός σχήματος με χρήση γραμμικών μέτρων είναι μια δύσκολη νοητική πράξη.

 Εμβαδά των βασικών επιπέδων σχημάτων.

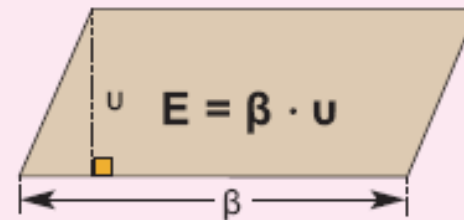
Τετράγωνο



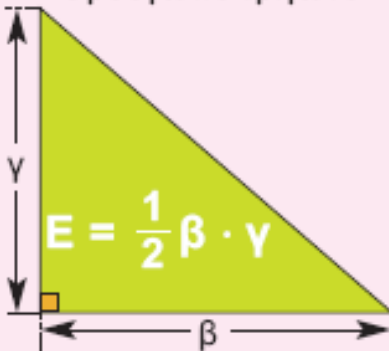
Ορθογώνιο



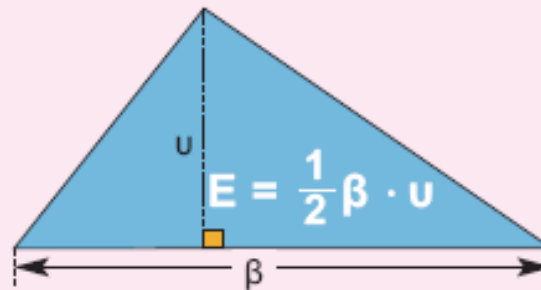
Παραλληλόγραμμο



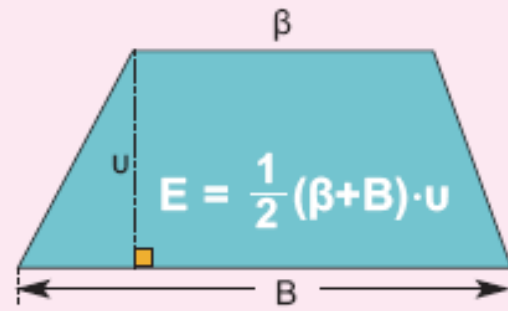
Ορθογώνιο τρίγωνο



Τυχαίο τρίγωνο



Τραπέζιο



# Μέτρηση επιφάνειας

## Χρήση τυπικών μονάδων μέτρησης

Αυτό που ενδιαφέρει είναι η μάθηση και χρήση των καθιερωμένων μονάδων μέτρησης του εμβαδού.

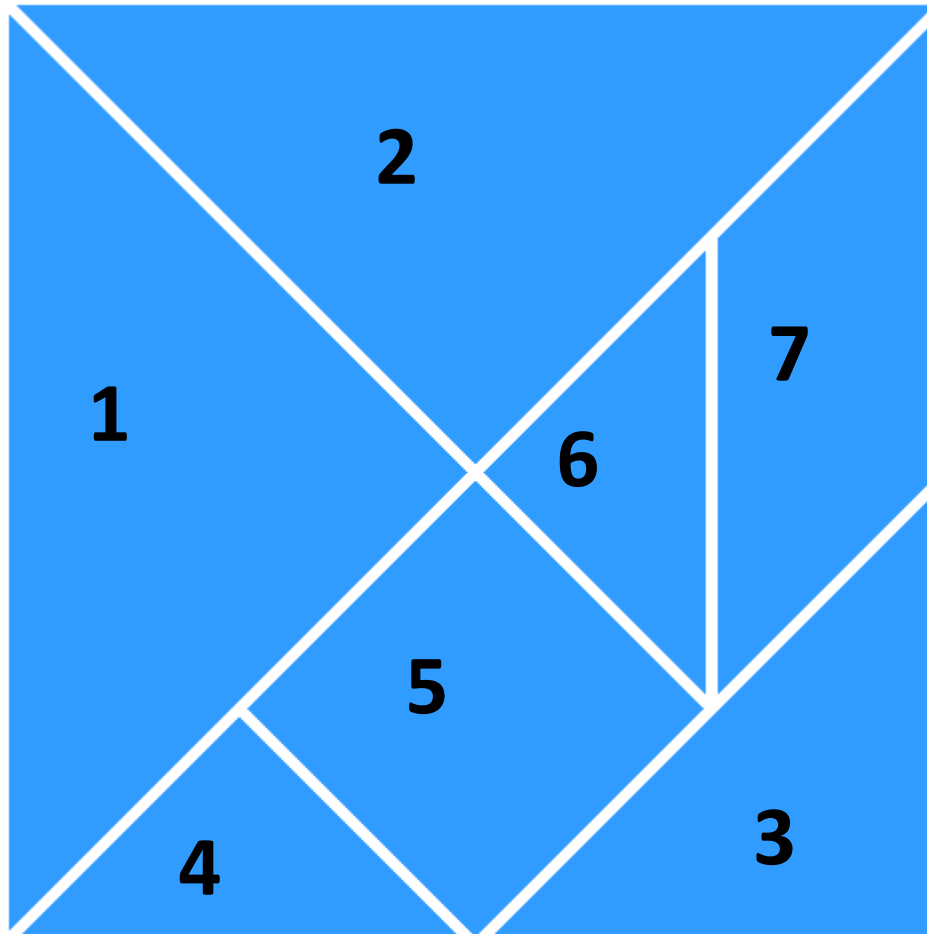
Τετραγωνικό εκατοστό / μέτρο



# Τάνγκραμ

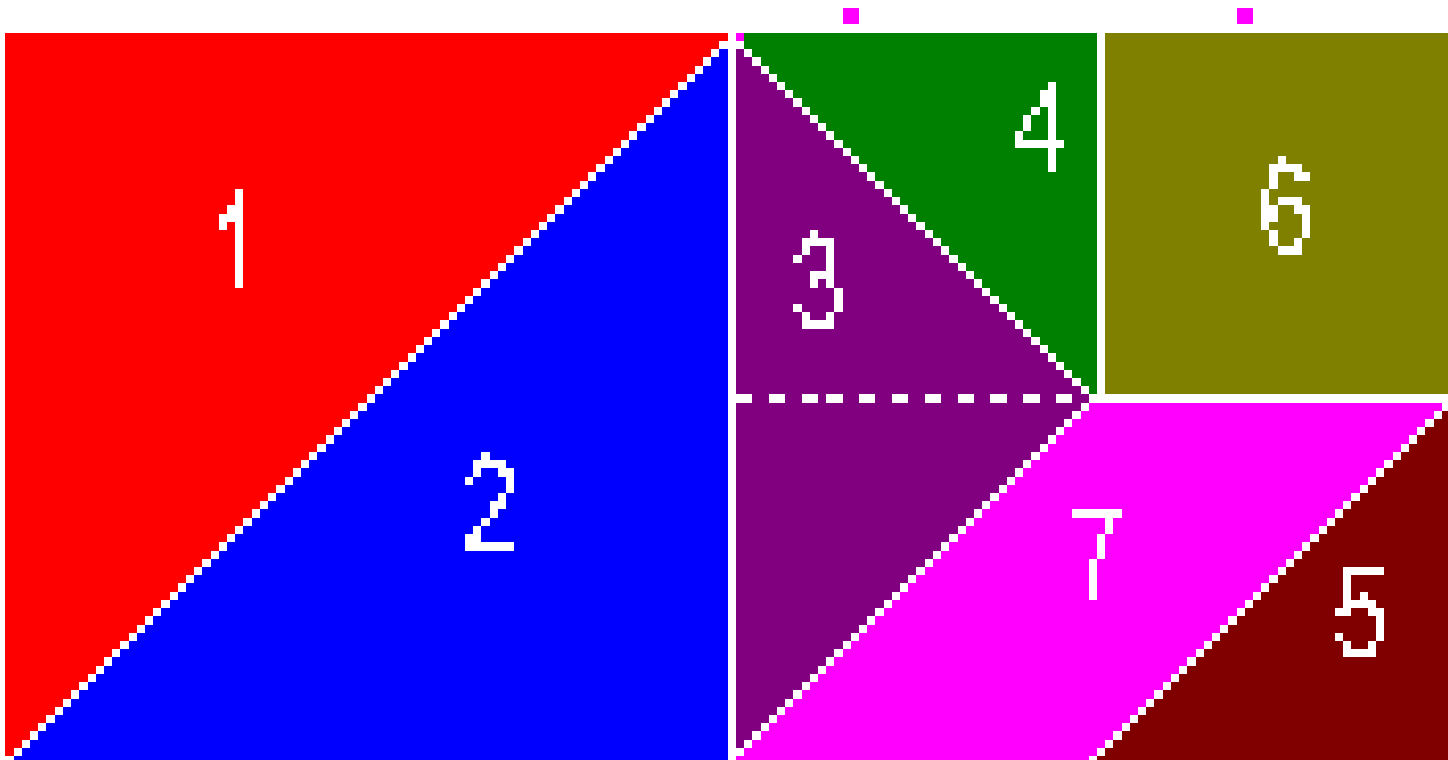


# Τάνγκραμ



# Τάνγκραμ

Να συνθέσουμε με **ΟΛΑ ΤΑ ΚΟΜΜΑΤΙΑ**  
**ΕΝΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΠΑΡΑΛΛΗΛΟΓΡΑΜΜΟ**

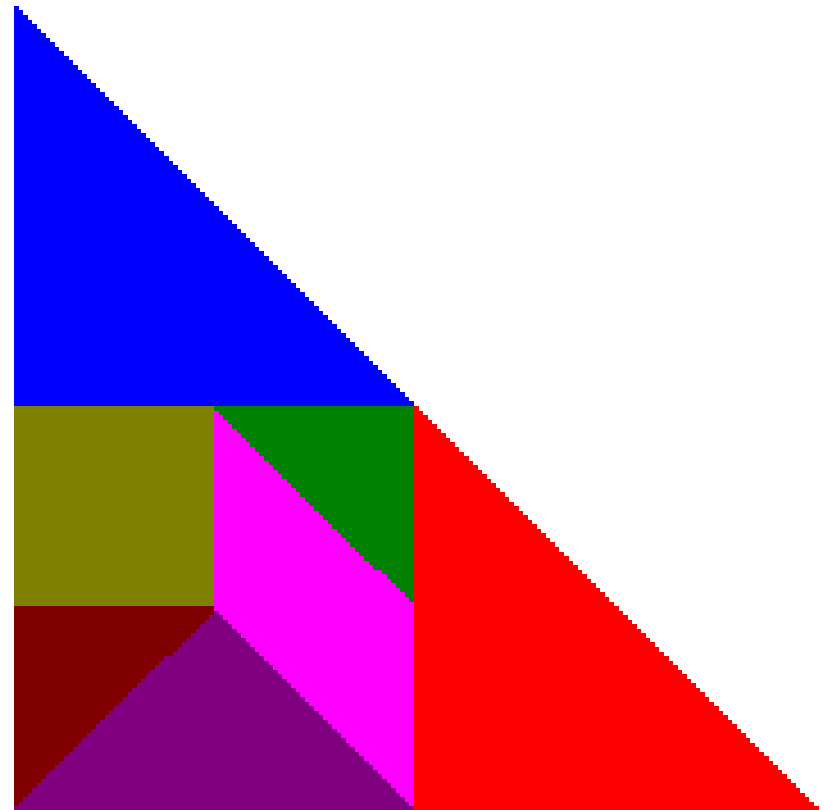




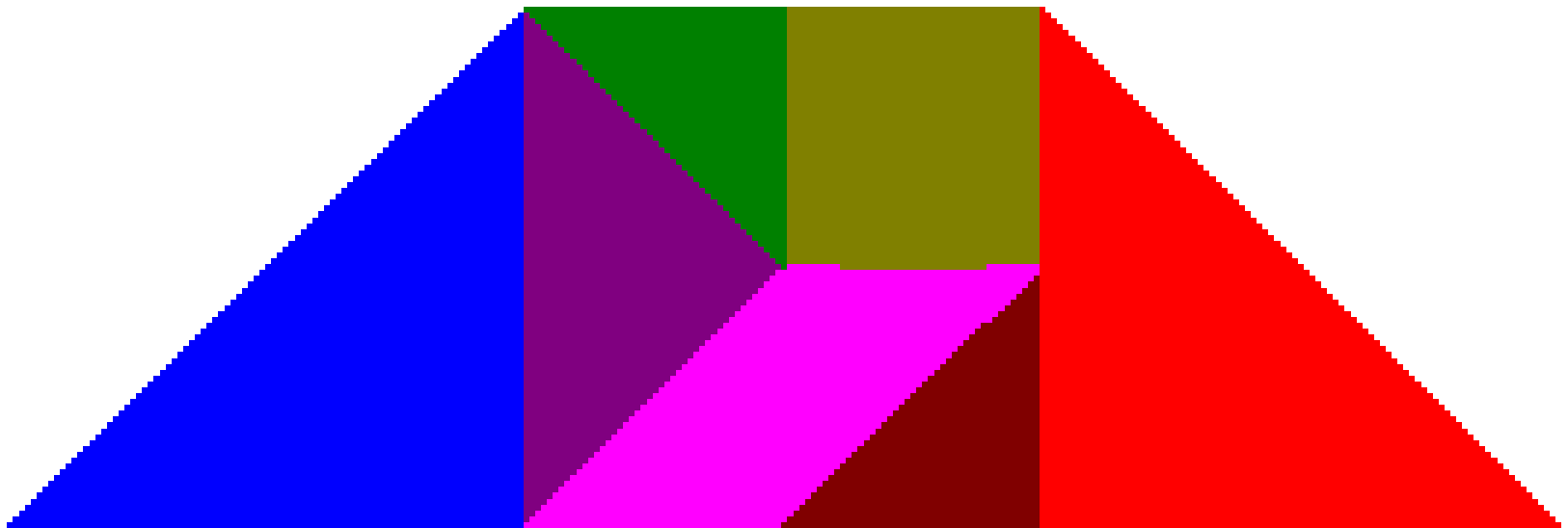
# Τάνγκραμ

Να συνθέσουμε με **ΟΛΑ ΤΑ ΚΟΜΜΑΤΙΑ**

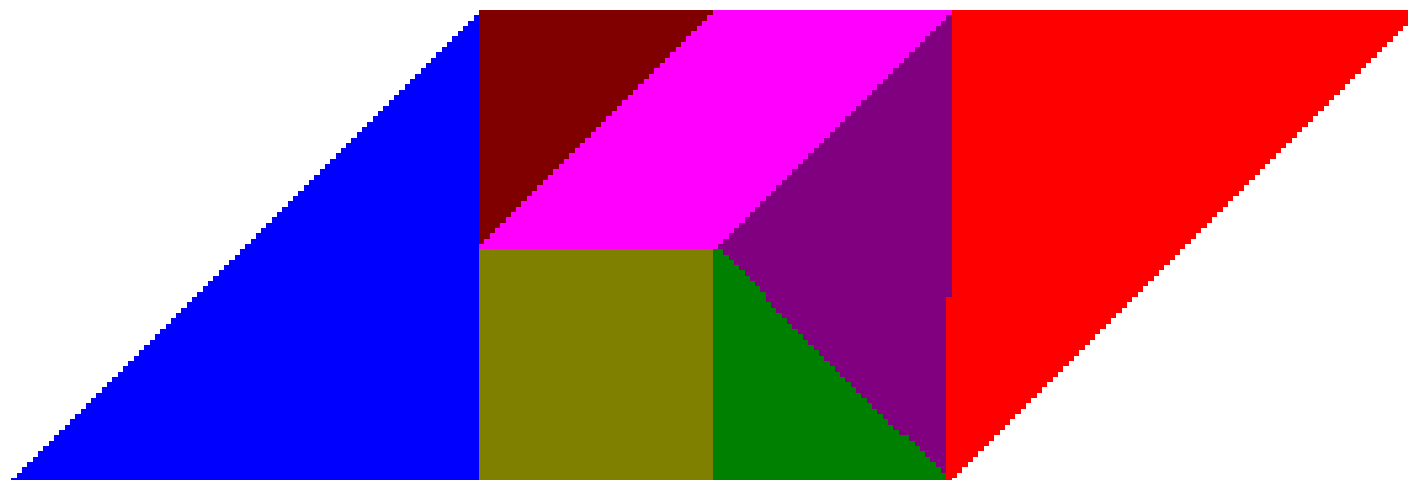
**ΕΝΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΤΡΙΓΩΝΟ**



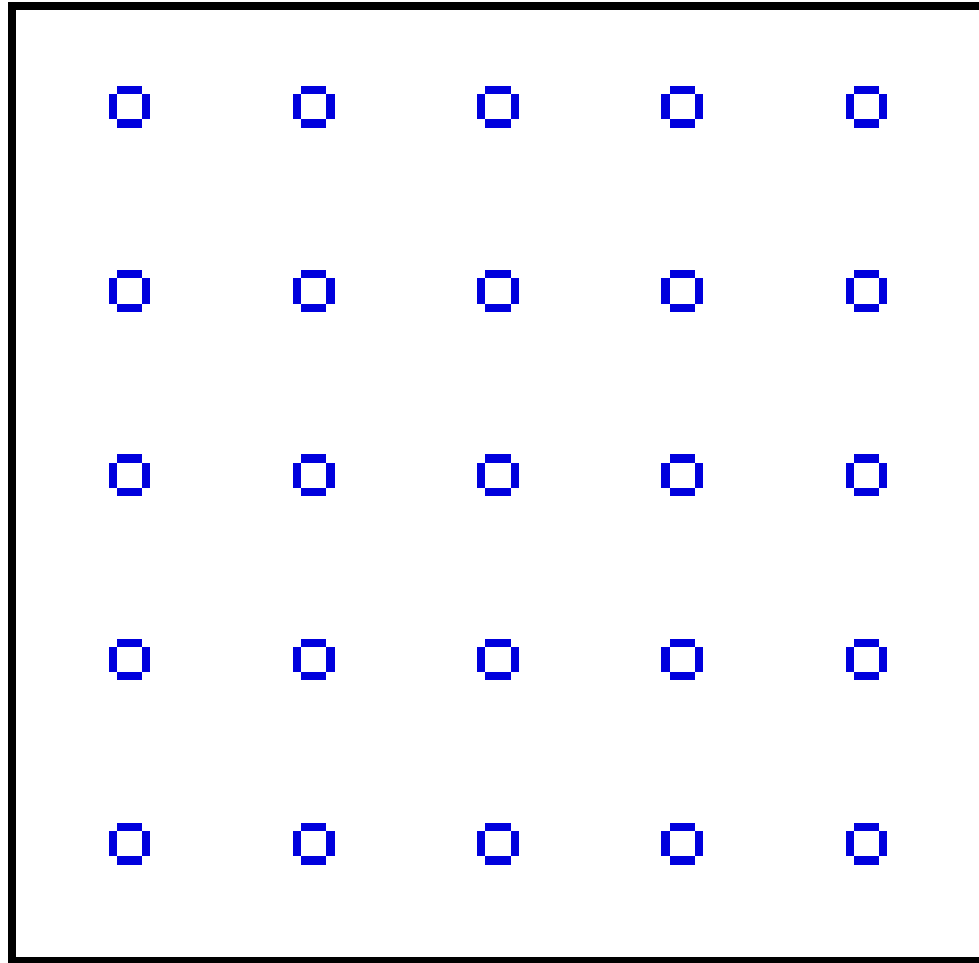
Να συνθέσουμε με **ΟΛΑ ΤΑ ΚΟΜΜΑΤΙΑ**  
ΕΝΑ ΤΡΑΠΕΖΙΟ



Να συνθέσουμε με **ΟΛΑ ΤΑ ΚΟΜΜΑΤΙΑ** ΕΝΑ  
ΠΛΑΓΙΟ ΠΑΡΑΛΗΛΟΓΡΑΜΟ



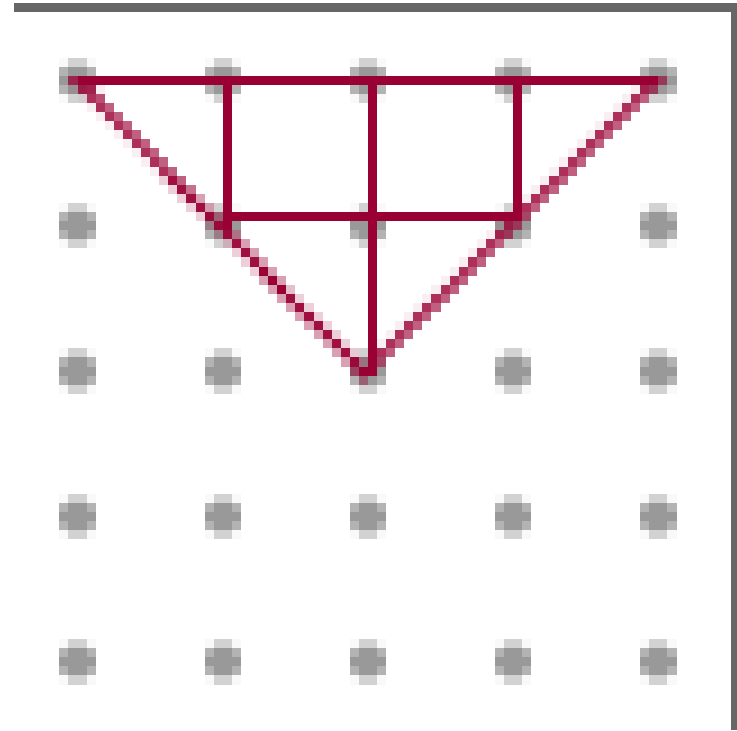
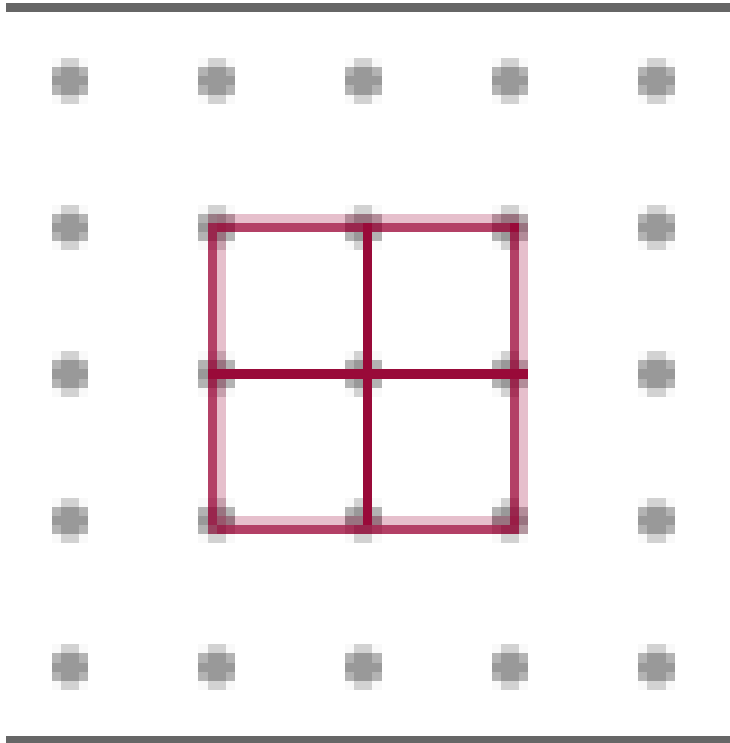
# Τετράγωνος γεωπίνακας



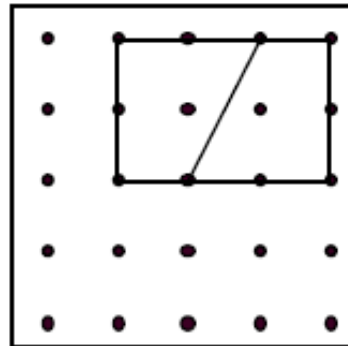
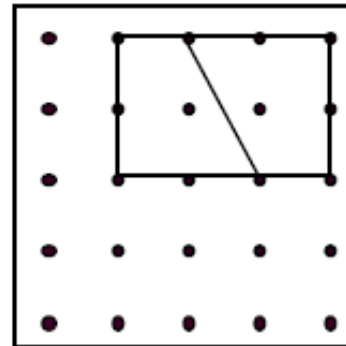
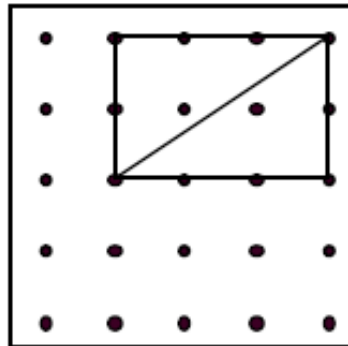
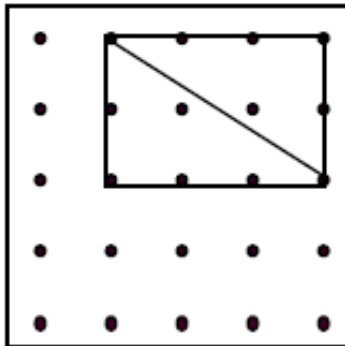
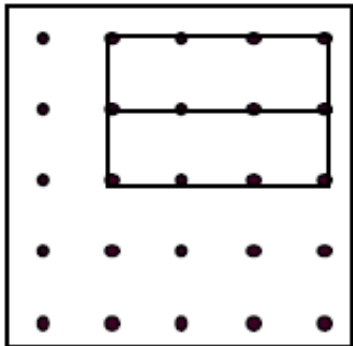
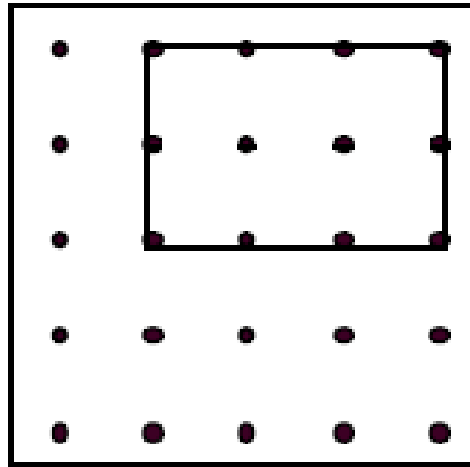
# Τετράγωνος γεωπίνακας



# Ας φτιάξουμε ένα τρίγωνο που πιάνει ίσο χώρο



Με πόσους τρόπους μπορούμε να χωρίσουμε το ορθογώνιο σε δύο ίσα μέρη;



Τέλος Ενότητας



# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Δημήτρης Χασάπης, 2015. Δημήτρης Χασάπης. «Χωρικές σχέσεις και Γεωμετρικές Έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/ECD109/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

Όλες οι εικόνες: Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος (Copyrighted).

