



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

ΛΟΓΙΚΟ-ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ & ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ενότητα 3: Οι έννοιες του αριθμού

Δημήτρης Χασάπης

Τμήμα Εκπαίδευσης και Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

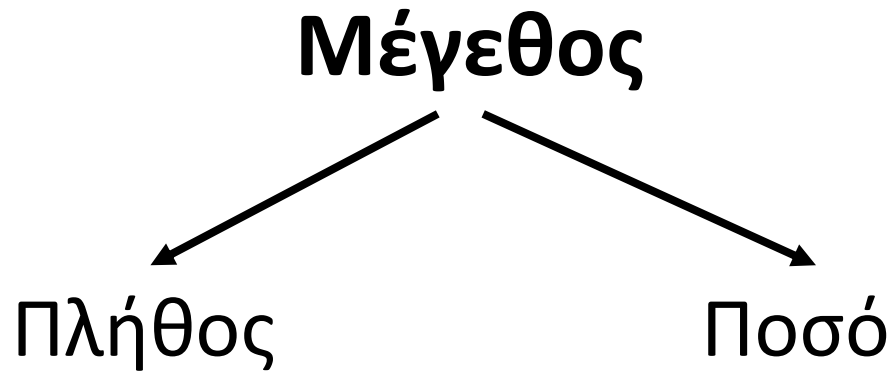
ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Τι είναι αριθμός;

Ποιες είναι οι κύριες νοητικές δυσκολίες για τη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού από τα παιδιά;



ΜΕΓΕΘΟΣ



Κάθε **χαρακτηριστικό** ενός υλικού ή νοητού αντικειμένου ή ενός συνόλου υλικών ή νοητών αντικειμένων, το οποίο υπόκειται σε **μεταβολή** αποκαλείται γενικά, “**μέγεθος**”.



- το πλήθος των κατοίκων μιας πόλης,
- η ποσότητα του νερού μιας δεξαμενής,
- η χρονική διάρκεια ενός γεγονότος,
- η έκταση μιας επιφάνειας,
- η ταχύτητα ενός τρένου,
- η πυκνότητα ενός υγρού,
- **η ένταση του αισθήματος του πόνου**
- **η ένταση του αισθήματος της χαράς**



Η ποσότητα του νερού μιας δεξαμενής



διαφορές;

Η ένταση του αισθήματος του πόνου



ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ

Οι διαφορετικές περιπτώσεις των μεταβολών επιδέχονται:

- **μια σχέση ισοδυναμίας**, η οποία καθορίζει πότε δύο διαφορετικές περιπτώσεις είναι μεταξύ τους ίσες ή άνισες και
- **μια σχέση διάταξης**, η οποία καθορίζει μεταξύ δύο διαφορετικών περιπτώσεων ποια είναι μεγαλύτερη/μικρότερη άλλης.

Μόνο σε μια τέτοια περίπτωση είναι δυνατή η αντιστοίχιση των διαφορετικών περιπτώσεων των μεταβολών ενός χαρακτηριστικού σε ένα σύνολο αριθμών.



ΜΕΓΕΘΟΣ

Άρα

ένα χαρακτηριστικό ενός υλικού ή νοητού αντικειμένου ή ενός συνόλου υλικών ή νοητών αντικειμένων μπορεί να χαρακτηριστεί ως

μέγεθος

μόνο όταν

οι μεταβολές του επιδέχονται μια μορφή μέτρησης.



ΜΕΓΕΘΟΣ

διακριτό

τα στοιχεία διακρίνονται
σαφώς μεταξύ τους

πλήθος



απαρίθμηση

συνεχές

τα στοιχεία
εμφανίζονται ως ένα
αδιαίρετο όλο

ποσό



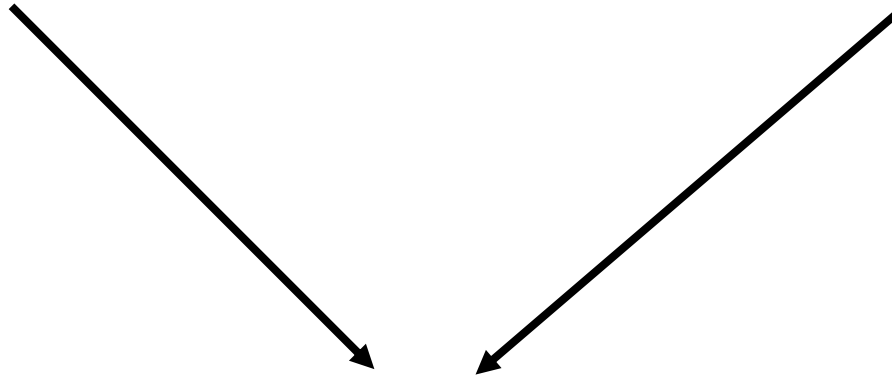
μέτρηση



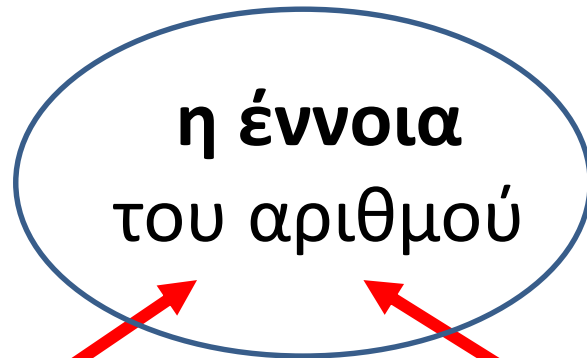
απαρίθμηση

μέτρηση

αριθμός



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ



οι γλωσσικές εκφράσεις
των αριθμών

η συμβολική παράσταση
των αριθμών



ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η έννοια του "αριθμού" είναι μια από τις πρωταρχικές και πιο βασικές έννοιες των μαθηματικών, αλλά η απάντηση στο ερώτημα 'τι είναι αριθμός;' δεν είναι ούτε απλή ούτε μονοσήμαντη.

Γι' αυτό και ο ορισμός της έννοιας του 'αριθμού' έχει αποτελέσει και αποτελεί αντικείμενο διαφορετικών προσεγγίσεων, τόσο με μαθηματικούς, όσο και με φιλοσοφικούς όρους.



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Οι πολλαπλές όψεις της έννοιας του αριθμού

Πληθικός – διατακτικός
Σύνολο μονάδων - μονάδα

Οι μεταβαλλόμενες έννοιες του αριθμού

Φυσικός – κλασματικός – ακέραιος – ρητός -
πραγματικός



ΟΙ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΟΨΕΙΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Ώψη πρώτη

Πληθικός αριθμός



Διατακτικός αριθμός



ΑΡΧΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η αρχική έννοια του αριθμού

(του φυσικού αριθμού όπως τυπικά αποκαλείται στα μαθηματικά)

αναφέρεται σε μια **έκφραση του πλήθους** μιας πολλαπλότητας διακριτών στοιχείων, **ανεξάρτητα** από τα **ποιοτικά χαρακτηριστικά** και τις **σχετικές τους θέσεις**

είναι η **πληθική έννοια του αριθμού**



ΠΛΗΘΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

η πληθική έννοια του αριθμού
έκφραση του πλήθους

ανεξάρτητα από
ποιοτικά χαρακτηριστικά
και
σχετικές θέσεις



Η ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΑΡΙΘΜΟΥ

Παράλληλα
η αρχική έννοια του αριθμού

αναφέρεται σε μια έκφραση της σχετικής θέσης
ενός συγκεκριμένου στοιχείου σε μια σειρά
στην οποία έχει διευθετηθεί μια πολλαπλότητα
διακριτών στοιχείων, **ανεξάρτητα** από τα
ποιοτικά χαρακτηριστικά τους

είναι η διατακτική έννοια του αριθμού



Η ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

**Η διατακτική έννοια του αριθμού
έκφραση της σχετικής θέσης ενός
συγκεκριμένου στοιχείου σε μια σειρά**

στην οποία έχει διευθετηθεί μια πολλαπλότητα
διακριτών στοιχείων

ανεξάρτητα από ποιοτικά χαρακτηριστικά



Η ΠΛΗΘΙΚΗ & ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η πληθική και η διατακτική έννοια του αριθμού είναι έννοιες που **εμπεριέχονται αλληλένδετα στη διατύπωση κάθε αριθμού**, ο οποίος αναφέρεται σε ένα πεπερασμένο πλήθος στοιχείων.

Παράδειγμα

Ο **αριθμός 3** μπορεί να εκφράζει το **πλήθος μιας τριάδας** οιαδήποτε διακριτών αντικειμένων, ανεξάρτητα από τη σειρά με την οποία είναι τοποθετημένα
ή
μπορεί να εκφράζει τη **σχετική θέση ενός αντικειμένου (τρίτο)** σε σχέση με τα **δύο άλλα (πρώτο και δεύτερο)** στα πλαίσια μιας καθορισμένης διευθέτησης των αντικειμένων αυτών σε μια σειρά.



ΠΛΗΘΙΚΗ ΚΑΙ ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η πληθική και η διατακτική έννοια του αριθμού
εμπεριέχονται αλληλένδετα στη διατύπωση
κάθε αριθμού

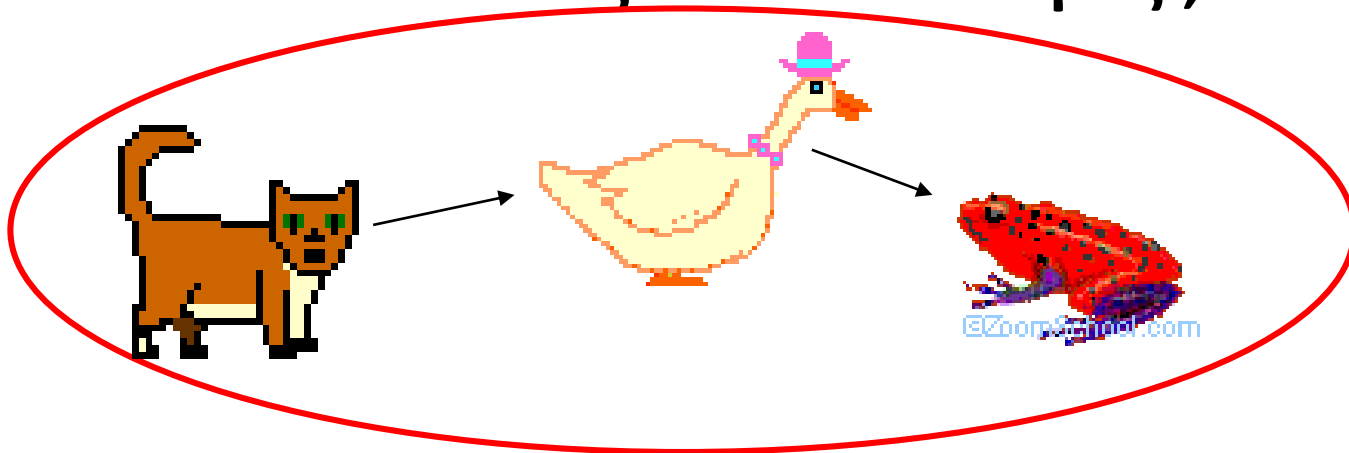
τι σημαίνει αυτό ;



Ο ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΛΗΘΟΥΣ

Για τον προσδιορισμό του πλήθους τα αντικείμενα απαριθμούνται, οπότε και αναγκαστικά διευθετούνται έστω και νοητά σε μια σειρά, με αποτέλεσμα ο αριθμός του πλήθους 3 να αποκτά αλληλένδετα με την πληθική και μια διατακτική έννοια.

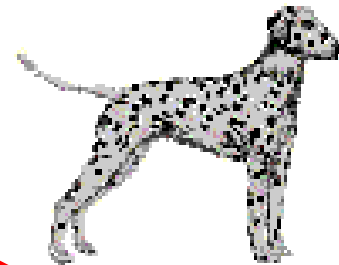
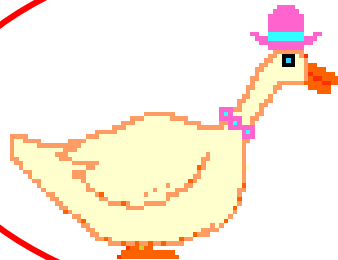
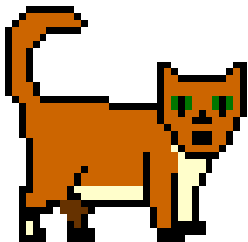
Πόσα ζώα είναι όλα μαζί;



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΣΧΕΤΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ

Για τον προσδιορισμό της σχετικής θέσης ενός αντικειμένου σε μια σειρά, το συγκεκριμένο αντικείμενο και όλα τα προηγούμενα του στη σειρά αντικείμενα απαριθμούνται και προσδιορίζεται το πλήθος τους, με αποτέλεσμα ο αριθμός της θέσης 3 να αποκτά αλληλένδετα με τη διατακτική και μια πληθική έννοια

Σε ποια θέση στη σειρά είναι η γάτα;



Οι πολλαπλές όψεις της έννοιας του αριθμού

Όψη δεύτερη

Οι αριθμός ως σύνολο μονάδων

Ο αριθμός ως μονάδα



ΜΟΝΑΔΙΑΙΟ ΣΤΟΙΧΕΙΟ

κάθε αριθμός εκφράζει **μία πληθικότητα μοναδιαίων στοιχείων** και ταυτόχρονα η ίδια πληθικότητα **αποτελεί, ως μια ενότητα, ένα μοναδιαίο στοιχείο.**

Παράδειγμα

Ο αριθμός 3 εκφράζει ένα πλήθος τριών μοναδιαίων στοιχείων (1, 1, 1)

και ταυτόχρονα,

ως ενότητα, αποτελεί ένα μοναδιαίο στοιχείο

(1 τριάδα)



ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η κατανόηση αυτής όψης του αριθμού προϋποθέτει:

- την έννοια της μονάδας
- τη σχέση ενός μέρους με το όλο



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ

Η σχετικότητα της μοναδιαίας ενότητας



Ένα μήλο

Ένα ζευγάρι
παπούτσια

Μια τριάδα



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ

Η έννοια της μονάδας

συναρτάται άμεσα με, και καθορίζει τον αριθμό
ο οποίος προκύπτει από μετρήσεις μεγεθών

Διαμέριση

**ενός διακριτού ή συνεχούς μεγέθους σε ίσα
μέρη**



ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

Διαμέριση

ενός διακριτού ή συνεχούς μεγέθους σε ίσα μέρη

Τέσσερα στάδια ανάπτυξης της ευχέρειας διαμέρισης:

1. Διαμέριση σε δύο μόνο μέρη
2. Αλληπάλληλη διαμέριση σε δύο μέρη (δύο, καθένα σε δύο, κ.ο.κ)
3. Διαμέριση σε ίσα μέρη (όχι αναγκαστικά πολλαπλάσια του δύο)
4. Διαμέριση με διαίρεση - διανομή



ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

**Διαμέριση
ενός συνεχούς μεγέθους σε ίσα μέρη**

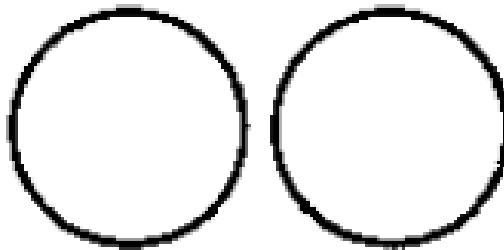
Πώς θα μοιραστούν 3 παιδιά 2 πίτσες;



ορισμός μονάδας



μονάδα



Μέρος όλου $2/3$

Η ΣΧΕΣΗ ΤΟΥ ΕΝΟΣ ΜΕΡΟΥΣ ΜΕ ΤΟ ΟΛΟ

Είναι καθοριστική για τη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού η κατανόηση του γεγονότος ότι τα

- μέρη συντίθενται για να σχηματίσουν ένα όλο και
- ένα όλο αποσυντίθεται σε μέρη



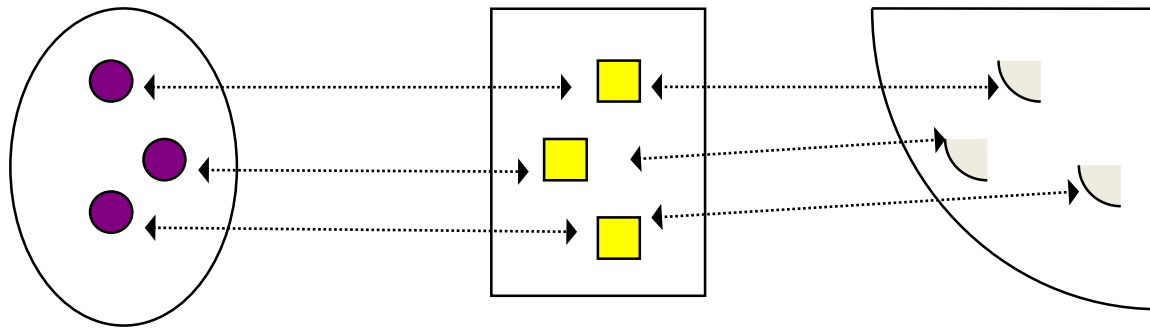
Τελικά τι είναι αριθμός;



ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ;

Μια κοινή ιδιότητα όλων των ισοδύναμων μεταξύ τους συνόλων.

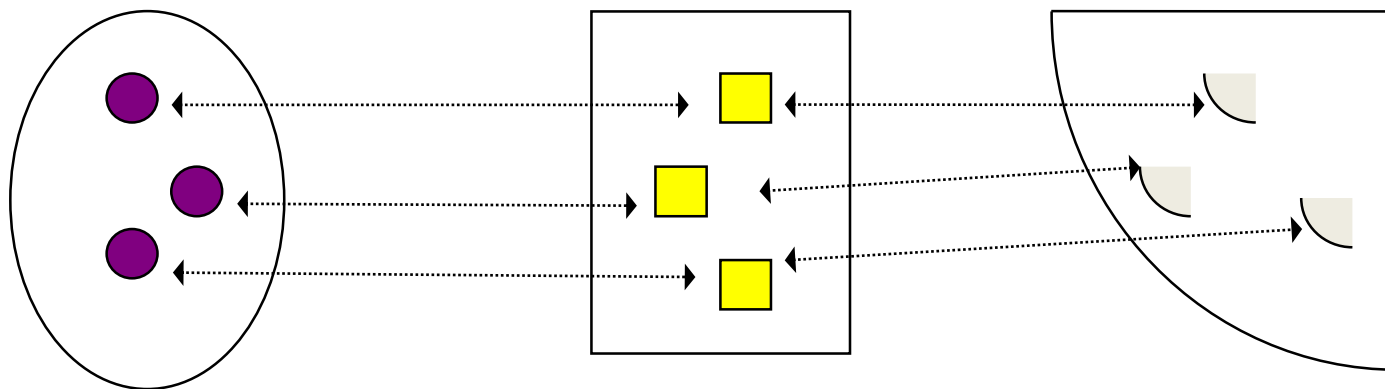
Όλων των συνόλων ανάμεσα στα στοιχεία των οποίων μπορεί να οριστεί μια αντιστοίχιση ένα-προς-ένα



Άρα, μια κοινή ιδιότητα όλων των συνόλων, τα οποία περιλαμβάνουν ένα συγκεκριμένο πλήθος στοιχείων.



ΚΟΙΝΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ



Ποια **κοινή ιδιότητα** έχουν τα σύνολα των στοιχείων αυτών ;

Χρώμα ; Μωβ, κίτρινο, μπλε

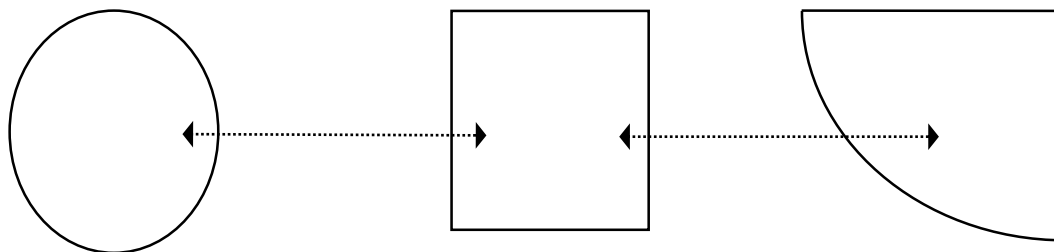
Σχήμα ; Κύκλοι, τετράγωνα, τομείς

Πλήθος ; Ίδιο

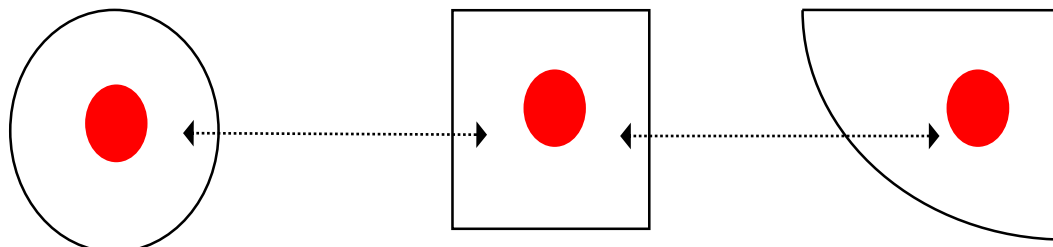


ΚΟΙΝΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ “ΜΗΔΕΝ” & “ΕΝΑ”

Η κοινή ιδιότητα όλων των συνόλων τα οποία **δεν έχουν κανένα στοιχείο**, ονομάζεται “**μηδέν**” και συμβολίζεται **0**



Η κοινή ιδιότητα όλων συνόλων τα οποία **έχουν ως μοναδικό στοιχείο τους το 0** ονομάζεται “**ένα**” και συμβολίζεται **1**



ΚΟΙΝΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η κοινή ιδιότητα όλων των συνόλων τα οποία **δεν έχουν κανένα στοιχείο**, ονομάζεται “**μηδέν**” και συμβολίζεται **0**

$$(\) = 0$$

Η κοινή ιδιότητα όλων συνόλων τα οποία **έχουν ως μοναδικό στοιχείο τους το 0** ονομάζεται “**ένα**” και συμβολίζεται **1**

$$(0) = 1$$

Η κοινή ιδιότητα όλων συνόλων τα οποία **έχουν ως στοιχεία τους το 0 και το 1** ονομάζεται “**δύο**” και συμβολίζεται **2**

$$(0\ 1) = 2$$



ΚΟΙΝΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ

$$(\) = 0$$

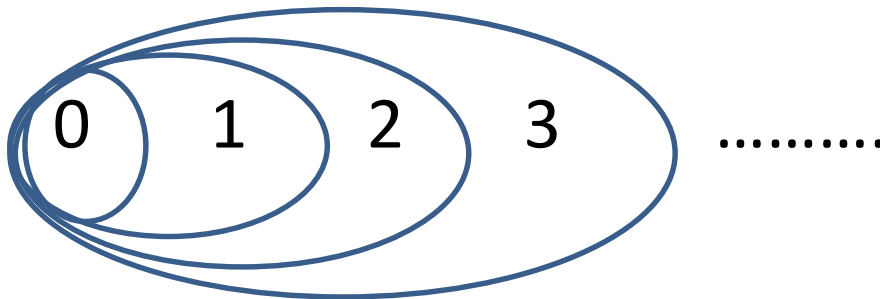
$$(\ 0) = 1$$

$$(\ 0 \ 1) = 2$$

$$(\ 0 \ 1 \ 2) = 3$$

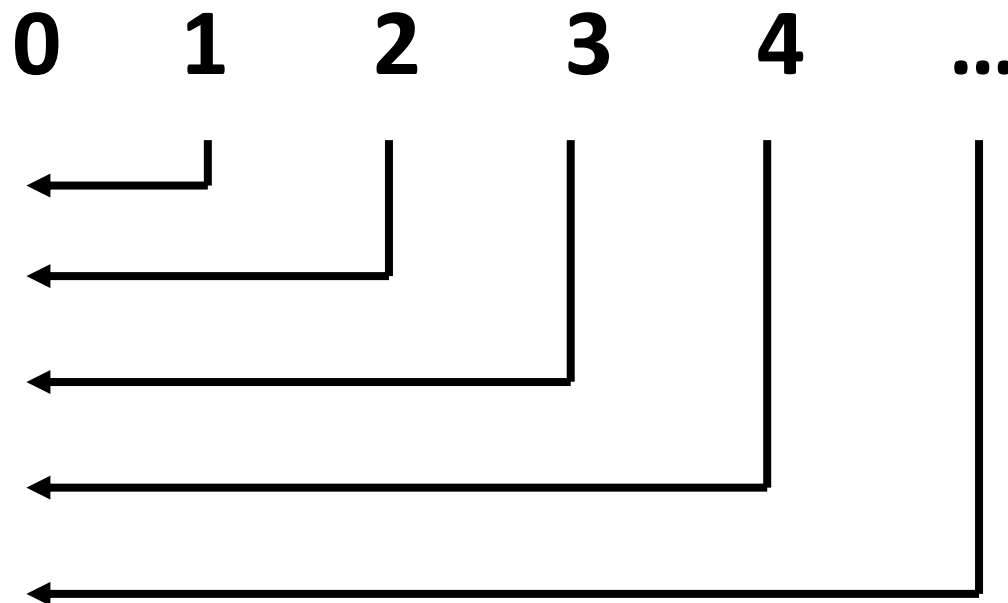
.....

ή



ΦΥΣΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

Τελικά, από τον ορισμό αυτό της έννοιας του αριθμού προκύπτει, ότι **κάθε (φυσικός) αριθμός είναι ουσιαστικά το σύνολο όλων των προηγούμενων του ορισμένων αριθμών.**



ΑΡΙΘΜΟΣ

Μια σχέση μεταξύ ισοπληθών συνόλων

Αυτός είναι ΕΝΑΣ ορισμός

Η διατύπωση ενός ορισμού της έννοιας του αριθμού αποτέλεσε ένα από τα προβλήματα των μαθηματικών, το οποίο αντιμετωπίστηκε μέσα από διαφορετικές προσεγγίσεις με διαφορετικές φιλοσοφικές αφετηρίες.

Κατά συνέπεια διατυπώθηκαν διαφορετικοί ορισμοί της έννοιας του αριθμού.



ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗ

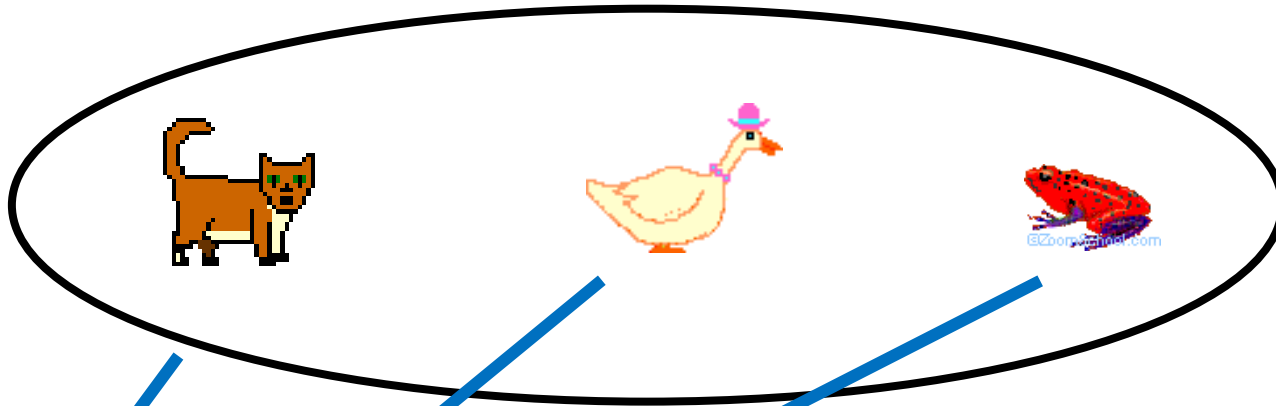
Η διαδικασία της αντιστοίχισης ένα-προς-ένα των αντικειμένων ενός καθορισμένου πλήθους διακριτών αντικειμένων με ένα αρχικό τμήμα του συνόλου των φυσικών αριθμών ονομάζεται **απαρίθμηση** ή καταμέτρηση.

Με τον όρο “αντικείμενα” εννοούνται εδώ πράγματα, φαινόμενα, ιδιότητες, ενέργειες ή και μεταξύ τους σχέσεις.



ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗ

Πόσα ζώα είναι όλα μαζί;



1

2

3

4

5

6

7

8

9



ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗ

Η **διαδικασία** της αντιστοίχισης ένα-προς-ένα των αντικειμένων ενός καθορισμένου πλήθους διακριτών αντικειμένων με ένα αρχικό τμήμα του συνόλου των φυσικών αριθμών ονομάζεται **απαρίθμηση**.

Το **αποτέλεσμα** της απαρίθμησης είναι ο αριθμητικός προσδιορισμός και η έκφραση ενός καθορισμένου πλήθους αντικειμένων, **ο αριθμός**



ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΤΗΣ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

Βασικές συνιστώσες της απαρίθμησης είναι:

- **ο προσδιορισμός και η διάκριση μοναδιαίων ενοτήτων του συνόλου των απαριθμούμενων αντικειμένων**
- **η διάταξη σε σειρά και**
- **η διαδοχική αντιστοίχιση ένα-προς-ένα όλων των μοναδιαίων ενοτήτων με ένα αρχικό τμήμα του συνόλου των φυσικών αριθμών χωρίς το μηδέν.**



Κατά συνέπεια ο νοητικός χειρισμός κάθε δραστηριότητας απαρίθμησης προϋποθέτει ταυτόχρονα:

1. Τη γνώση της συμβατικής ακολουθίας των αριθμητικών λέξεων, την ικανότητα δηλαδή απαγγελίας των αριθμητικών λέξεων με την καθορισμένη σειρά τους χωρίς παραλείψεις ή επαναλήψεις.
2. Τη νοητική ευχέρεια χειρισμού σχέσεων αντιστοίχισης “ένα-προς-ένα” του συνόλου των απαριθμούμενων αντικειμένων σε ένα αρχικό τμήμα της ακολουθίας των αριθμητικών λέξεων / του συνόλου των φυσικών αριθμών.



ΧΕΙΡΙΣΜΟΣ ΣΧΕΣΗΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ

Ο χειρισμός μιας σχέσης αντιστοίχισης “ένα-προς-ένα” κατά τη δραστηριότητα της απαρίθμησης ενός καθορισμένου πλήθους αντικειμένων απαιτεί το συντονισμό δύο νοητικών ενεργειών.



ΑΛΛΕΠΑΛΛΗΛΗ ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ

Η πρώτη νοητική ενέργεια είναι μια **αλληπάλληλη διαμέριση** του συνόλου των απαριθμούμενων αντικειμένων σε δύο μέρη:

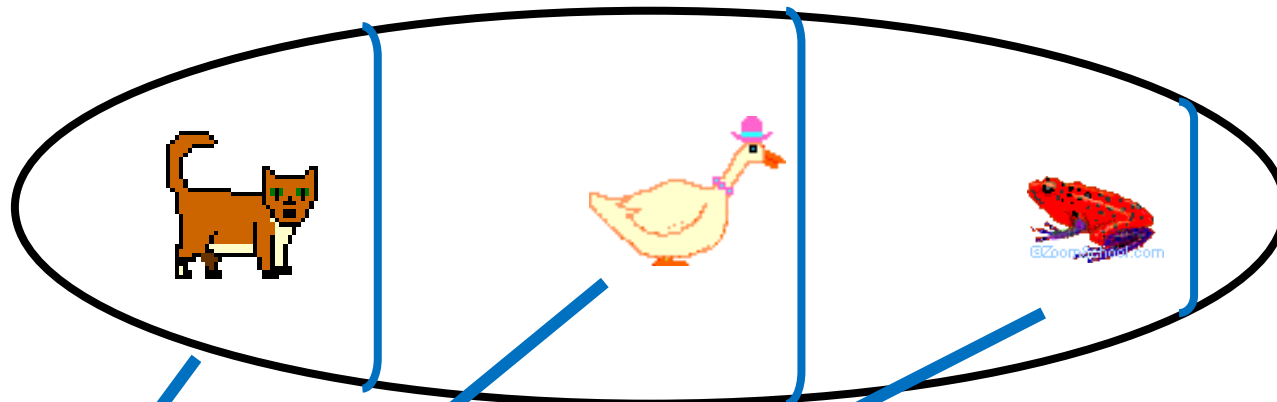
1. Ένα μέρος, το οποίο περιλαμβάνει τα αντικείμενα που έχουν ήδη κάθε φορά απαριθμηθεί και
2. Ένα άλλο μέρος, το οποίο περιλαμβάνει τα αντικείμενα που κάθε φορά απομένουν προς απαρίθμηση.

Αυτό σημαίνει ότι **καθώς ένα αντικείμενο απαριθμείται μετακινείται νοερά ή και πραγματικά από τη μια στην άλλη τάξη αντικειμένων.**



ΑΛΛΗΛΕΠΑΛΛΗΛΗ ΔΙΑΜΕΡΙΣΗ

Πόσα ζώα είναι όλα μαζί;



1

2

3

4

5

6

7

8

9

Η νοητική ενέργεια της αλληπάλληλης διαμέρισης του συνόλου των απαριθμούμενων αντικειμένων σε δύο μέρη αποτελεί ενδεχόμενα μια από τις αιτίες των αρχικών δυσκολιών που τα παιδιά αντιμετωπίζουν κατά τη δραστηριότητα της απαρίθμησης.



ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΗ

Η δεύτερη νοητική ενέργεια είναι η **επισήμανση** καθενός από τα απαριθμούμενα αντικείμενα **με μια και μόνο μια κάθε φορά** αριθμητική λέξη της συμβατικής ακολουθίας των αριθμητικών λέξεων.

Συστατικό στοιχείο της ενέργειας αυτής είναι η **διάκριση της καθορισμένης σειράς** των αριθμητικών λέξεων στη συμβατική τους ακολουθία **από την ανεξαρτησία της σειράς** με την οποία απαριθμούνται τα αντικείμενα.



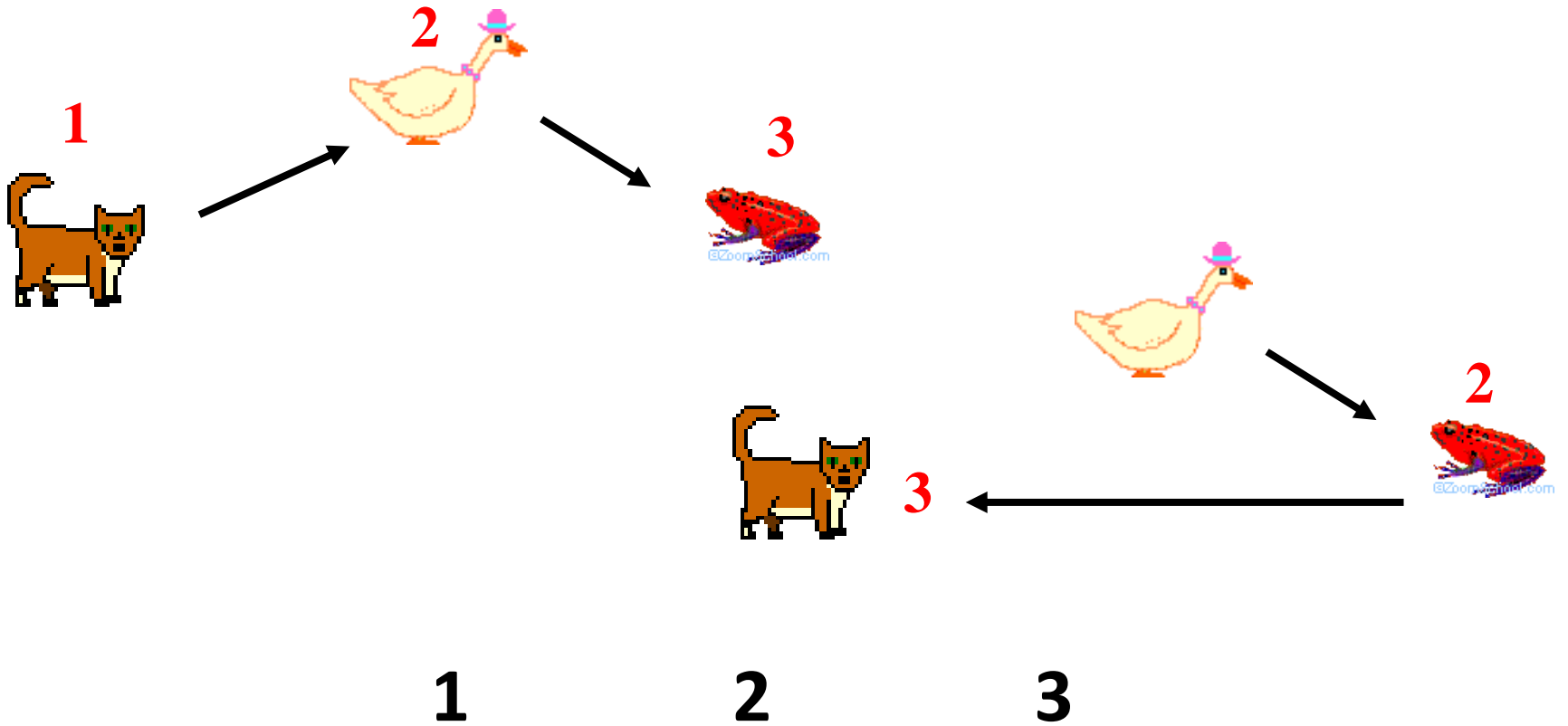
Αυτό σημαίνει, ότι

ενώ απαιτείται η τήρηση της καθορισμένης σειράς των αριθμητικών λέξεων κατά την απαρίθμηση ενός καθορισμένου πλήθους αντικειμένων,

η σειρά με την οποία απαριθμούνται τα αντικείμενα δεν έχει καμιά σημασία και μπορεί να είναι η οποιαδήποτε αρκεί να αποδίδεται μια και μόνο μια αριθμητική λέξη σε ένα και μόνο ένα αντικείμενο κάθε φορά.



ΠΟΣΑ ΖΩΑ ΕΙΝΑ ΟΛΑ ΜΑΖΙ;



**Ο συντονισμός των νοητικών ενεργειών της
διαμέρισης**

και

επισήμανσης των απαριθμούμενων αντικειμένων

και

**η σύνθεση τους σε μια λειτουργική ενότητα
επιτυγχάνεται από τα παιδιά σταδιακά**



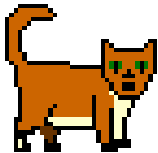
Σε ένα πρώτο στάδιο τα παιδιά συντονίζουν τις δύο αυτές νοητικές **ενέργειες συνοδεύοντας την πράξη της απαρίθμησης με το άγγιγμα ή με το δείξιμο των απαριθμούμενων αντικειμένων.**

Το άγγιγμα ή το δείξιμο των απαριθμούμενων αντικειμένων, ως ενέργεια, συνδέει το αντικείμενο με την λεκτική έκφραση ενός αριθμού



ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΕΝΕΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΕΙΣ

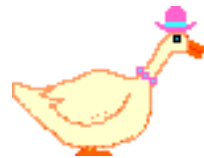
Το άγγιγμα ή το δείξιμο των απαριθμούμενων αντικειμένων εμπεριέχει τρεις συντονισμένες μεταξύ τους αντιστοιχίσεις



**ΕΝΑ
ΔΥΟ
ΤΡΙΑ**

1

Μια αντιστοίχιση της αριθμητικής λέξης σε μια κίνηση (άγγιγμα ή δείξιμο)



2

Μια αντιστοίχιση της κίνησης (άγγιγμα ή δείξιμο) στο απαριθμούμενο αντικείμενο



3

Μια αντιστοίχιση της αριθμητικής λέξης στο απαριθμούμενο αντικείμενο



Πολλές από τις δυσκολίες των παιδιών στην
απαρίθμηση αντικειμένων μπορεί επομένως να
οφείλονται σε

- 1. δυσκολίες αντιστοίχισης των αριθμητικών
λέξεων με τις κινήσεις του αγγίγματος ή
δειξίματος των αντικειμένων ή και**
- 2. σε δυσκολίες αντιστοίχισης των κινήσεων του
αγγίγματος ή δειξίματος με τα απαριθμούμενα
αντικείμενα ή και**
- 3. στο συντονισμό τους**



ΠΕΝΤΕ ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

Πέντε θεμελιώδεις αρχές της απαρίθμησης:

- 1. Η αρχή της αφαίρεσης**, σύμφωνα με την οποία μπορεί να ομαδοποιούνται σε μια συλλογή αντικείμενα με διαφορετικά χαρακτηριστικά με στόχο την απαρίθμηση τους.
- 2. Η αρχή της ανεξαρτησίας της σειράς**, σύμφωνα με την οποία η σειρά με την οποία απαριθμούνται τα αντικείμενα μιας συλλογής δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα της απαρίθμησης, με την προϋπόθεση ότι τηρείται η αρχή της ένα-προς-ένα αντιστοίχισης.



ΠΕΝΤΕ ΘΕΜΕΛΙΩΔΕΙΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

- 3. Η αρχή της ένα-προς-ένα αντιστοίχισης,** σύμφωνα με την οποία σε κάθε απαριθμούμενο αντικείμενο μιας συλλογής πρέπει να αντιστοιχίζεται μια και μόνο μια αριθμητική λέξη.
- 4. Η αρχή της σταθερής ακολουθίας,** σύμφωνα με την οποία η ακολουθία των αριθμητικών αριθμών πρέπει σε κάθε απαρίθμηση να είναι σταθερή.
- 5. Η αρχή της πληθικότητας,** σύμφωνα με την οποία η αριθμητική λέξη που αντιστοιχίζεται στο τελευταίο απαριθμούμενο αντικείμενο μιας συλλογής αναπαριστά το συνολικό αριθμό των αντικειμένων της συλλογής αυτής.



Τα παιδιά από μικρή ηλικία και στα πλαίσια άτυπων (στην οικογένεια) ή και τυπικών διαδικασιών (στο νηπιαγωγείο) μάθησης οικειοποιούνται σταδιακά τις αρχές αυτές και στη βάση τους αναπτύσσουν την ευχέρεια απαρίθμησης μέσα από την οποία και συγκροτούν βαθμιαία την έννοια του αριθμού.



ΑΠΟ ΤΟ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΟ ΣΤΟ ΑΦΗΡΗΜΕΝΟ

Από την οπτική των χαρακτηριστικών των
απαριθμούμενων αντικειμένων η ευχέρεια των
παιδιών στην απαρίθμηση αντικειμένων
εξελίσσεται σε γενικές γραμμές **από το
συγκεκριμένο στο αφηρημένο.**



- 1. Παρόντα στο χώρο και το χρόνο υλικά αντικείμενα,**
- 2. Γραφικές αναπαραστάσεις αντικειμένων (για παράδειγμα εικόνες, σχέδια, σήματα)**
- 3. Μονάδες κινητικών δραστηριοτήτων (για παράδειγμα βήματα)**
- 4. Λεκτικές διατυπώσεις αντικειμένων**
- 5. Αντικείμενα, όντα ή καταστάσεις που δεν αντιστοιχίζονται σε άμεσα παρούσες υλικές πραγματικότητες (για παράδειγμα πόσες φορές έγινε κάτι)**



απαρίθμηση

μέτρηση

αριθμός

5. Η αρχή της πληθικότητας: η αριθμητική λέξη που αντιστοιχίζεται στο τελευταίο απαριθμούμενο αντικείμενο ενός συνόλου αναπαριστά το συνολικό αριθμό των αντικειμένων του συνόλου αυτού.

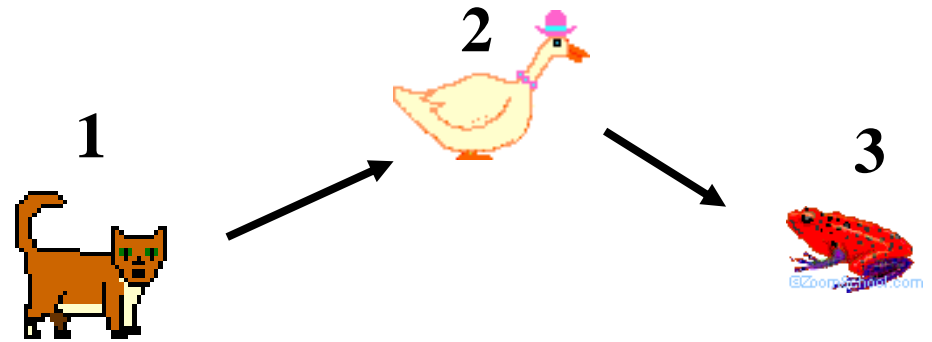
(θεμελιώδεις αρχές της απαρίθμησης)



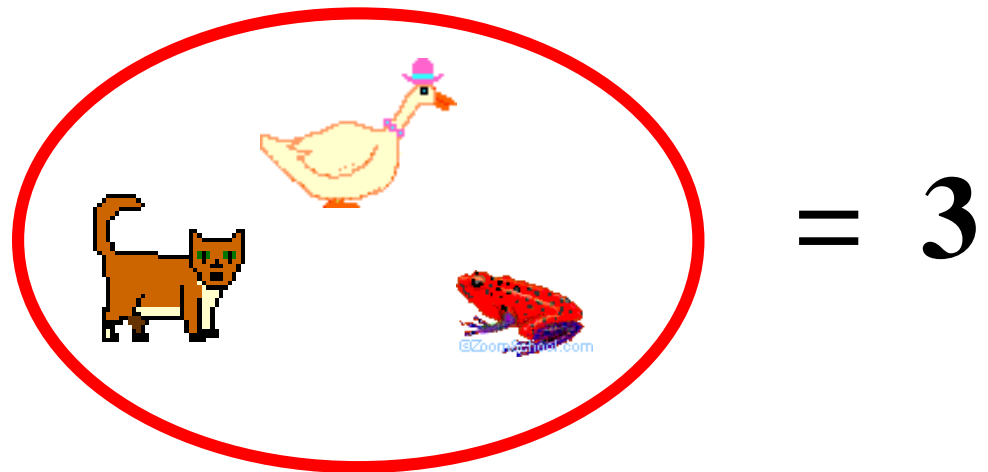
ΠΟΣΑ ΖΩΑ ΕΙΝΑΙ ΟΛΑ ΜΑΖΙ;

απαρίθμηση

αρχή της πληθικότητας



άρα



Η ΠΡΑΞΗ ΤΗΣ ΑΠΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

Κατά τα πρώτα στάδια συγκρότησης της έννοιας του αριθμού, η **πράξη της απαρίθμησης** των διακριτών στοιχείων ενός καθορισμένου συνόλου ταυτίζεται από τα παιδιά με το **αποτέλεσμα της**, που εκφράζει το πλήθος των στοιχείων του συνόλου (πληθικός αριθμός).

Γι' αυτό και στην ερώτηση "πόσα είναι αυτά τα αντικείμενα;" τα παιδιά της πρώτης κυρίως σχολικής ηλικίας ανταποκρίνονται με την πράξη της απαρίθμησης τους, **ταυτίζοντας τη διαδικασία με το αποτέλεσμα της.**



Η κατανόηση της σχέσης, που έχει η **απαρίθμηση των στοιχείων** ενός συνόλου με τον **προσδιορισμό του πλήθους** των στοιχείων του ίδιου συνόλου οικοδομείται από τα παιδιά σταδιακά

απαρίθμηση \longleftrightarrow **προσδιορισμός του πλήθους**



Πόσα είναι όλα μαζί;

Ακόμα και όταν τα παιδιά φτάσουν στο σημείο να απαγγέλλουν με τη σωστή σειρά την ακολουθία των φυσικών αριθμών χωρίς να κάνουν λάθη, δε σημαίνει απαραίτητα ότι μπορούν να αναφέρουν, όταν τους ζητηθεί, τον αριθμό που δηλώνει το πλήθος μιας συλλογής αντικειμένων. Χρειάζεται να κατανοήσουν ότι ο αριθμός που απέδωσαν στο τελευταίο αντικείμενο δηλώνει πόσα αντικείμενα έχει η συλλογή, με δεδομένο βέβαια ότι έχουν απαγγείλει τους αριθμούς και έχουν απαριθμήσει σωστά. Όταν τα ρωτήσει κανείς πόσα είναι τα αντικείμενα μιας συλλογής που έχουν μόλις απαριθμήσει, πολλά παιδιά ξεκινούν να απαριθμούν από την αρχή. Θεωρούν ότι απάντηση σε αυτή την ερώτηση είναι ολόκληρη η διαδικασία της απαρίθμησης. Σε αυτή την περίπτωση οι εκπαιδευτικοί μπορούν να βοηθήσουν κάνοντας ερωτήσεις όπως: «Χρειάζεται να τα μετρήσεις όλα ξανά από την αρχή; Ποιος ήταν ο τελευταίος αριθμός που είπες όταν τα μέτρησες την τελευταία φορά;»

Αυτό που θέλουμε να κατανοήσουν είναι ότι, αφού μέτρησαν ένα προς ένα όλα τα αντικείμενα της συλλογής, είναι σε θέση να πουν πόσα είναι όλα μαζί. Με την εμπειρία τα παιδιά μαθαίνουν ότι η αναμενόμενη απάντηση σε αυτό το ερώτημα είναι ο τελευταίος αριθμός που εκφώνησαν κατά τη διαδικασία της απαρίθμησης.

Thompson, 2003, σελ. 129

Thomson, I., 2003, "Developing young children's counting skills". Στο I. Thomson (ed.), *Teaching and learning early number*, Open University Press.

ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ

Για σύνολα με μικρό πλήθος στοιχείων προηγείται πριν από την πλήρη ανάπτυξη της νοητικής ευχέρειας της απαρίθμησης μια λειτουργία νοητικής "αποτύπωσης" της πληθικότητας ενός συνόλου και σύνδεση της συγκεκριμένης πληθικότητας με την αντίστοιχη γλωσσική της έκφραση.



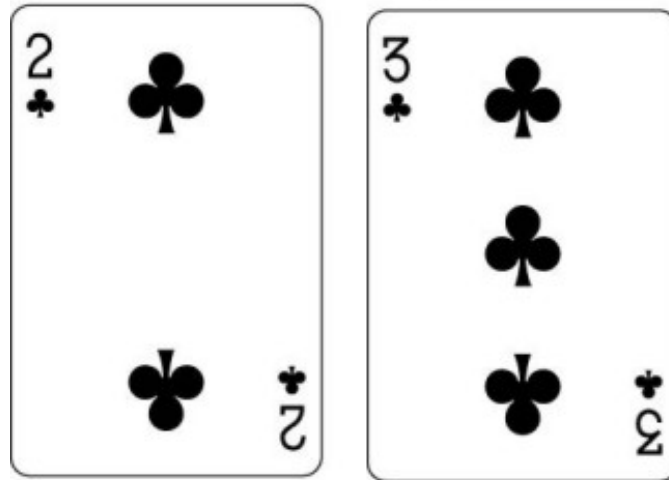
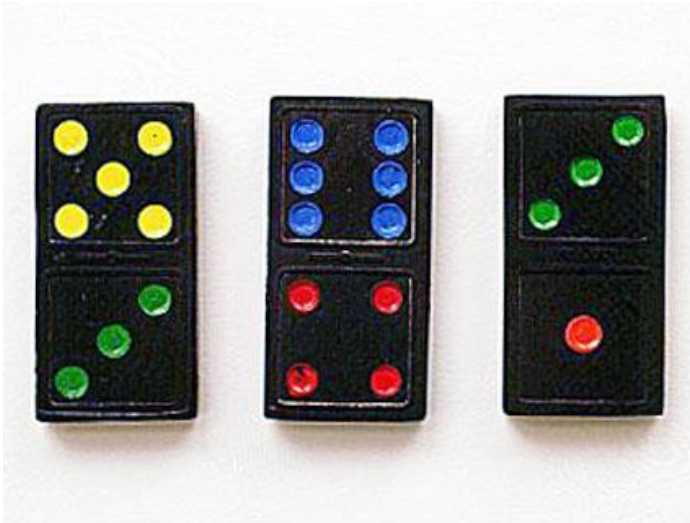
ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ

Η λειτουργία αυτή βασίζεται στη **συγκρότηση μιας σταθερής νοητικής εικόνας συνόλων με μικρό πλήθος στοιχείων**

και συναρτάται στενά, τόσο με την ανάπτυξη της νοητικής ευχέρειας διαφοροποίησης και κατηγοριοποίησης, όσο και με την κανονικότητα ή μη της διάταξης των στοιχείων των συνόλων αυτών.

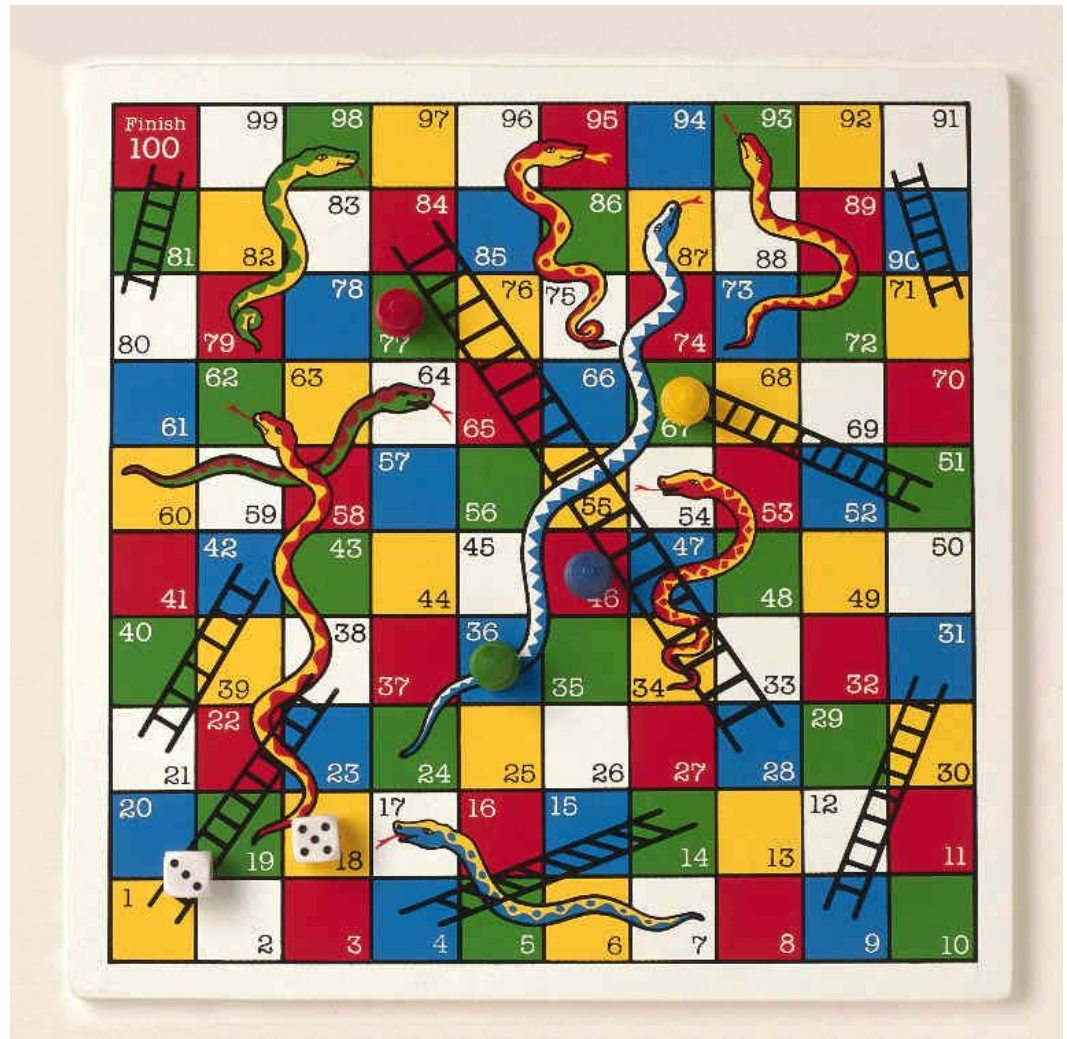


ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ



ΑΠΟΤΥΠΩΣΗ

Φιδάκι
παιχνίδια
με ζάρια



Είναι γεγονός, ότι η δραστηριότητα της απαρίθμησης και η λειτουργία της αποτύπωσης ενός συνόλων με μικρό πλήθος στοιχείων είναι αλληλένδετες και το ποια από τις δύο κυριαρχεί και καθοδηγεί την ανάπτυξη της άλλης συναρτάται και με το είδος και με το πλήθος των συναφών εμπειριών που αποκτούν τα παιδιά.

Εμπειρίες από δραστηριότητες με κάρτες τράπουλας για παράδειγμα ή με ντόμινα ενισχύουν τη λειτουργία της αποτύπωσης, ενώ εμπειρίες από δραστηριότητες με συλλογές διακριτών αντικειμένων ενισχύουν την ευχέρεια της απαρίθμησης.



ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

**Παράλληλα με την πληθική έννοια
η αρχική έννοια του αριθμού**

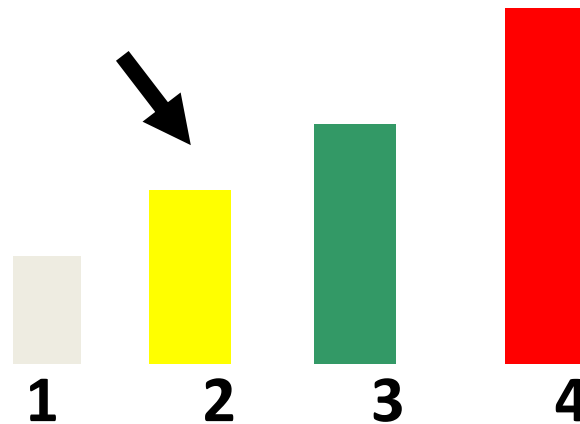
αναφέρεται σε μια έκφραση της σχετικής θέσης
ενός συγκεκριμένου στοιχείου σε μια σειρά
στην οποία έχει διευθετηθεί μια πολλαπλότητα
διακριτών στοιχείων, **ανεξάρτητα** από τα
ποιοτικά χαρακτηριστικά τους

είναι η διατακτική έννοια του αριθμού



ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΗ ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Διατακτική έννοια του αριθμού
έκφραση της σχετικής θέσης ενός συγκεκριμένου
στοιχείου σε μια σειρά
στην οποία έχει διευθετηθεί μια πολλαπλότητα
διακριτών στοιχείων
ανεξάρτητα από ποιοτικά χαρακτηριστικά



ΔΙΑΤΑΞΗ

Η διευθέτηση σε μια σειρά μιας πολλαπλότητας διακριτών στοιχείων **ανεξάρτητα από ποιοτικά χαρακτηριστικά τους**

1

2

3

4

Αποτέλεσμα

Διατακτικός / τακτικός αριθμός

Πρώτο

Δεύτερο

Τρίτο

Τέταρτο



ΔΙΑΤΑΞΗ

Σε μια **σειρά, διάταξη, διαδοχή ή αλληλουχία** η αναγκαιότητα του διατακτικού αριθμού προκύπτει μόνο στην περίπτωση που ενδιαφέρει **ο προσδιορισμός της σχετικής θέσης** (προηγούμενο / επόμενο) ή του σχετικού μεγέθους (μικρότερο / μεγαλύτερο) ενός στοιχείου μέσα στο διαταγμένο σύνολο των στοιχείων.

Μια διάταξη είναι το αναγκαίο αλλά όχι και το ικανό πλαίσιο ενός διατακτικού αριθμού.

Η σειρά των γραμμάτων του αλφαβήτου για παράδειγμα δεν αποτελεί πλαίσιο διάταξης, παρά μόνο στην περίπτωση που ενδιαφέρει η σχετική θέση ενός συγκεκριμένου γράμματος.



Αυτό σημαίνει ότι η συγκρότηση της έννοιας και η ανάπτυξη της ικανότητας σειροθέτησης αποτελεί αναγκαία, αλλά όχι και ικανή, προϋπόθεση για τη συγκρότηση της έννοιας του διατακτικού αριθμού.



ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Ο προσδιορισμός ενός διατακτικού αριθμού γίνεται με τις ίδιες διαδικασίες, που εφαρμόζονται και για τον προσδιορισμό ενός πληθικού αριθμού με κάποιες μικρές, αλλά σημαντικές από την άποψη των απαιτούμενων νοητικών χειρισμών, διαφορές.

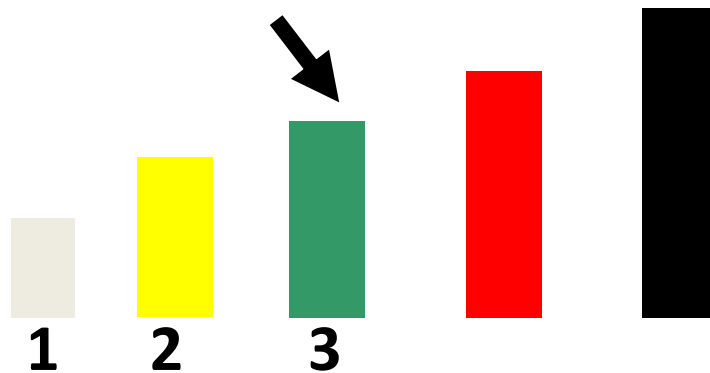


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Η απαρίθμηση για τον προσδιορισμό της σχετικής θέσης ενός στοιχείου σε ένα διαταγμένο σύνολο στοιχείων **υπόκειται σε περιορισμούς** που δεν τίθενται στην απαρίθμηση για τον προσδιορισμό της πληθικότητας του συνόλου.



Η απαρίθμηση για τον προσδιορισμό της σχετικής θέσης ενός στοιχείου πρέπει απαραίτητα να αρχίζει από το πρώτο στοιχείο της σειράς και να ακολουθεί με ακρίβεια τη σειρά των διαταγμένων στοιχείων, μέχρι να φτάσει στο στοιχείο που ενδιαφέρει ο προσδιορισμός της σχετικής του θέσης. Αυτό σημαίνει, ότι **απαιτείται μια συγκεκριμένη αφετηρία της απαρίθμησης αλλά δεν απαιτείται η απαρίθμηση όλων των στοιχείων του συνόλου.**



Σε συνάρτηση με το γεγονός αυτό, προκαλεί στα παιδιά νοητικές δυσκολίες το γεγονός, ότι η σχετική θέση ενός στοιχείου σε ένα σύνολο διαταγμένων στοιχείων δεν εξαρτάται από το πλήθος των στοιχείων του συνόλου.

Το **τρίτο** στοιχείο για παράδειγμα σε ένα σύνολο πέντε στοιχείων, θα παραμείνει τρίτο στοιχείο ακόμα και όταν το σύνολο αποκτήσει δεκαπέντε στοιχεία.



ΚΟΙΝΩΝΙΚΑ ΚΥΡΙΑΡΧΕΣ ΧΡΗΣΕΙΣ ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Οι δυσκολίες αυτές έχουν πιθανόν ψυχο-κοινωνική προέλευση και σε κάποιο βαθμό ενδέχεται να οφείλονται στις κοινωνικά κυρίαρχες χρήσεις των διατακτικών αριθμών.

Χρήσεις που εμπεριέχουν νοήματα σύγκρισης του πλήθους των στοιχείων ενός διαταγμένου συνόλου που βρίσκονται πριν και μετά από το στοιχείο, που τη σχετική του θέση προσδιορίζει ένας διατακτικός αριθμός.

Τα νοήματα αυτά δυσχεραίνουν τη συγκρότηση της μαθηματικής έννοιας του διατακτικού αριθμού συσχετίζοντας τον με το πριν και μετά από αυτόν πλήθος των στοιχείων ενός διαταγμένου συνόλου.



ΓΕΝΕΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ PIAGET

**Η γενετική προσέγγιση του Piaget
στη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού.**

Ο Piaget σε συνάφεια με την επιστημολογική του προσέγγιση στη νοητική συγκρότηση και τη γνωστική λειτουργία του ατόμου διερεύνησε αναλυτικά και διατύπωσε μια ολοκληρωμένη θεωρητική υπόθεση για τη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού.



ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΡΙΑΓΕΤ

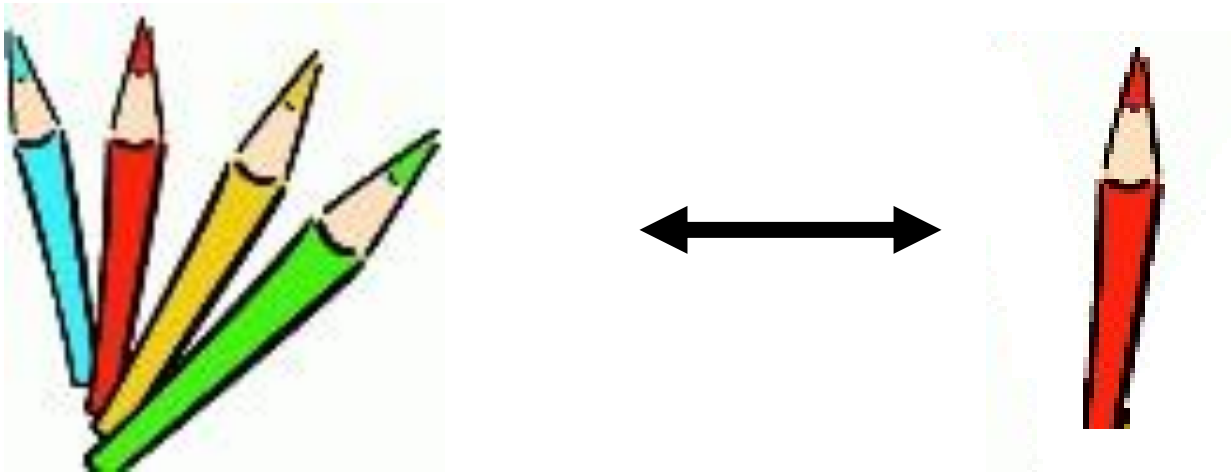
Σύμφωνα με τη θεωρητική προσέγγιση του Piaget, η συγκρότηση της έννοιας του αριθμού δεν είναι προϊόν νοητικής αφάιρεσης προερχόμενης από σύνολα αντικειμένων, αφού **ο αριθμός δεν είναι μια φυσική ιδιότητα των αντικειμένων αλλά μια ιδιότητα που εισάγεται σε σύνολα αντικειμένων μέσα από τη νοητική δραστηριότητα του κάθε ατόμου.**



ΕΝΝΟΙΑ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η ιδιότητα του αριθμού παράγεται από ποσοτικές σχέσεις που εισάγονται σε σύνολα αντικειμένων.

Η έννοια του αριθμού είναι επομένως προϊόν νοητικών χειρισμών που το κάθε άτομο εκτελεί επί συνόλων αντικειμένων, **είναι μια νοητική κατασκευή.**



ΒΑΣΙΚΗ ΔΙΑΚΡΙΣΗ ΣΤΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ PIAGET

**Έννοιες που προέρχονται από αφαίρεση φυσικών
ιδιοτήτων των αντικειμένων (π.χ. χρώμα ή υλικό)
εμπειρική αφαίρεση
φυσική γνώση**



**Έννοιες που προέρχονται από αφαίρεση ιδιοτήτων
που παράγονται με την εισαγωγή σχέσεων μεταξύ
αντικειμένων (π.χ. μέγεθος ή αριθμός)
ανακλαστική (ή κατασκευαστική) αφαίρεση λογικο-
μαθηματική γνώση**



Στις πρώτες περιόδους της νοητικής ανάπτυξης του ατόμου **τα δύο είδη αφαίρεσης δεν αποτελούν αυτόνομες νοητικές λειτουργίες** και η μία προϋποθέτει σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό την άλλη.

Παράδειγμα

Αρχικά είναι αδύνατη για η συγκρότηση της λογικής έννοιας “διαφορετικό” ή η συγκρότηση της μαθηματικής έννοιας “δύο” χωρίς την παρατήρηση και το χειρισμό διαφορετικών ως προς τις ιδιότητες τους πραγματικών αντικειμένων ή αντίστοιχα χωρίς την παρατήρηση και το χειρισμό συνόλων, που αποτελούνται από διαφορετικού πλήθους διακριτά αντικείμενα.



Η ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΠΙΑΓΕΤ

- 1. Διατήρηση:** συγκρότηση σταθερών στο χώρο και στο χρόνο νοητικών αναπαραστάσεων
- 2. Ανάπτυξη ευχέρεια
σχέσεων διάταξης
σχέσεων ιεραρχικού εγκλεισμού**
- 3. Σύθεση σε μια λειτουργική ενότητα**
- 4. Ανάπτυξη ευχέρειας
σχέσεων αντιστοίχισης ένα – προς - ένα**



ΕΥΧΕΡΕΙΑ “ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΜΙΑΣ ΙΔΙΟΤΗΤΑΣ Η ΠΟΣΟΤΗΤΑΣ”

Προϋπόθεση για την **ανάπτυξη της νοητικής δυνατότητας εισαγωγής σχέσεων** οποιασδήποτε κατηγορίας σε σύνολα αντικειμένων αποτελεί για κάθε άτομο η κατάκτηση της νοητικής ευχέρειας **συγκρότησης σταθερών στο χώρο και στο χρόνο νοητικών αναπαραστάσεων** ιδιοτήτων των αντικειμένων και ποσοτικών χαρακτηριστικών τους (πλήθος και μέγεθος).

Η νοητική αυτή ευχέρεια αποκαλείται από τον Piaget ευχέρεια “**διατήρησης** μιας ιδιότητας ή ποσότητας” από ένα σύνολο μετασχηματισμών και θεωρείται αναγκαία προϋπόθεση για τη δυνατότητα εισαγωγής και χειρισμού λογικών και ποσοτικών σχέσεων σε σύνολα αντικειμένων.



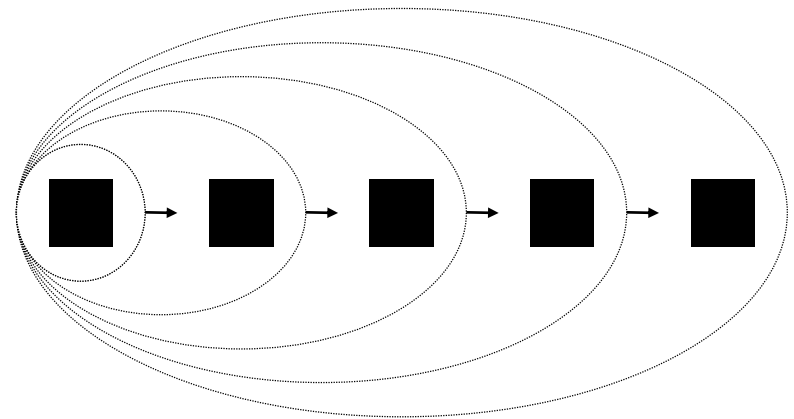
ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΤΗΣ ΕΝΝΟΙΑΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

Η συγκρότηση της έννοιας του αριθμού προϋποθέτει και παράλληλα είναι αποτέλεσμα της **προοδευτικής σύνθεσης σε μία λειτουργική ενότητα των σχέσεων διάταξης και των σχέσεων ιεραρχικού εγκλεισμού** που εισάγονται με ανακλαστική αφαίρεση σε σύνολα διακριτών αντικειμένων.

διάταξη



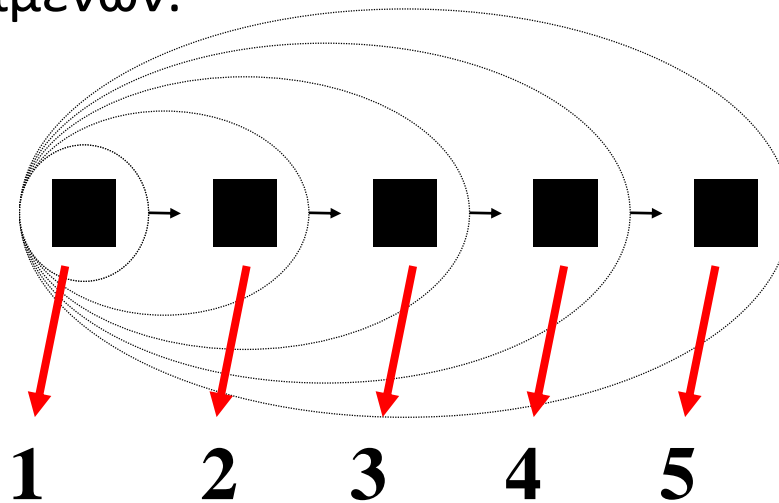
ιεραρχικός εγκλεισμός



ΣΧΕΣΕΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ 1-1

Επόμενο στάδιο στη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού αποτελεί η **ανάπτυξη της νοητικής δυνατότητας εισαγωγής και χειρισμού σχέσεων αντιστοίχισης ένα-προς-ένα (1-1) μεταξύ του συνόλου των απαριθμούμενων αντικειμένων και της καθιερωμένης ακολουθίας των αριθμητικών εκφράσεων.**

Η ανάπτυξη δηλαδή της νοητικής δυνατότητας απαρίθμησης ενός συνόλου αντικειμένων.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Άρα,

η έννοια του αριθμού συγκροτείται μέσα από την δραστηριότητα απαρίθμησης ενός συνόλου αντικειμένων



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΩΣ ΕΚΦΡΑΣΗ ΤΗΣ ΠΛΗΘΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΑΞΕΩΝ

Σε ένα τρίτο τέλος στάδιο συγκροτείται η έννοια του αριθμού ως έκφραση της πληθικότητας τάξεων ή συνόλων όμοιων στοιχείων (πληθικός αριθμός) και της σχετικής θέσης κάθε στοιχείου μιας τάξης ή ενός συνόλου όμοιων στοιχείων (διατακτικός αριθμός).

Κατά τον Piaget επομένως η πληθική και διατακτική έννοια του αριθμού συγκροτείται ταυτόχρονα.



ΡΙΑΓΕΤ- ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΕΝΝΟΙΑΣ ΑΡΙΘΜΟΥ

Παράλληλα κατά τον Piaget η συγκρότηση της έννοιας του αριθμού, όπως και γενικότερα της λογικο-μαθηματικής γνώσης είναι αποκλειστικό αποτέλεσμα της νοητικής δραστηριότητας του κάθε **μεμονωμένου ατόμου**.



Υλικά για τη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού



DR. MARIA MONTESSORI 1870-1952

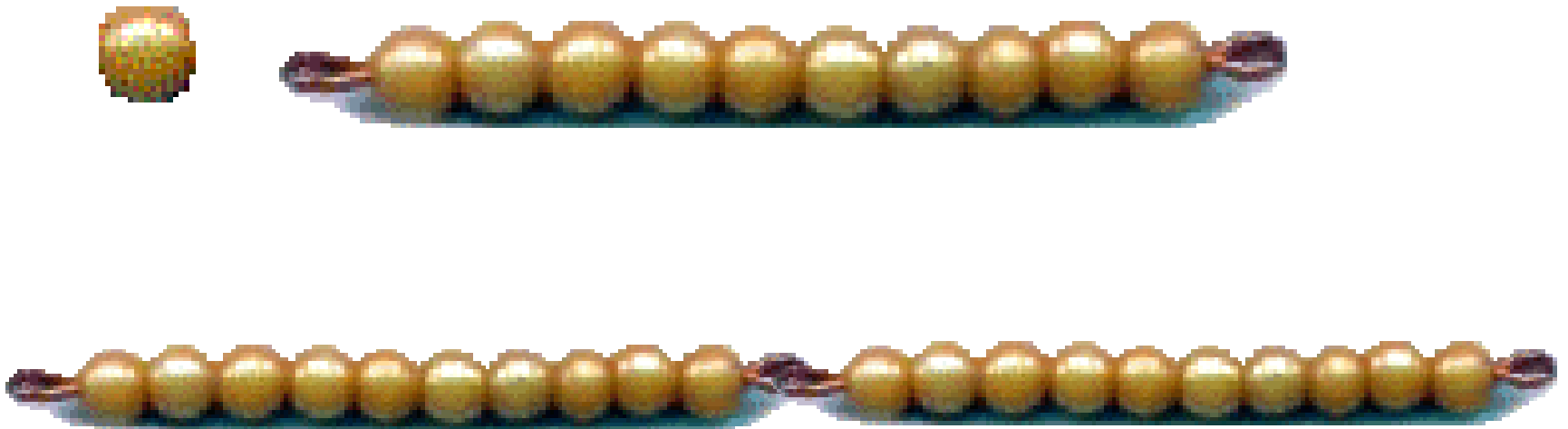


*Dr. Maria Montessori
1870 ~ 1952*

εικ. 1



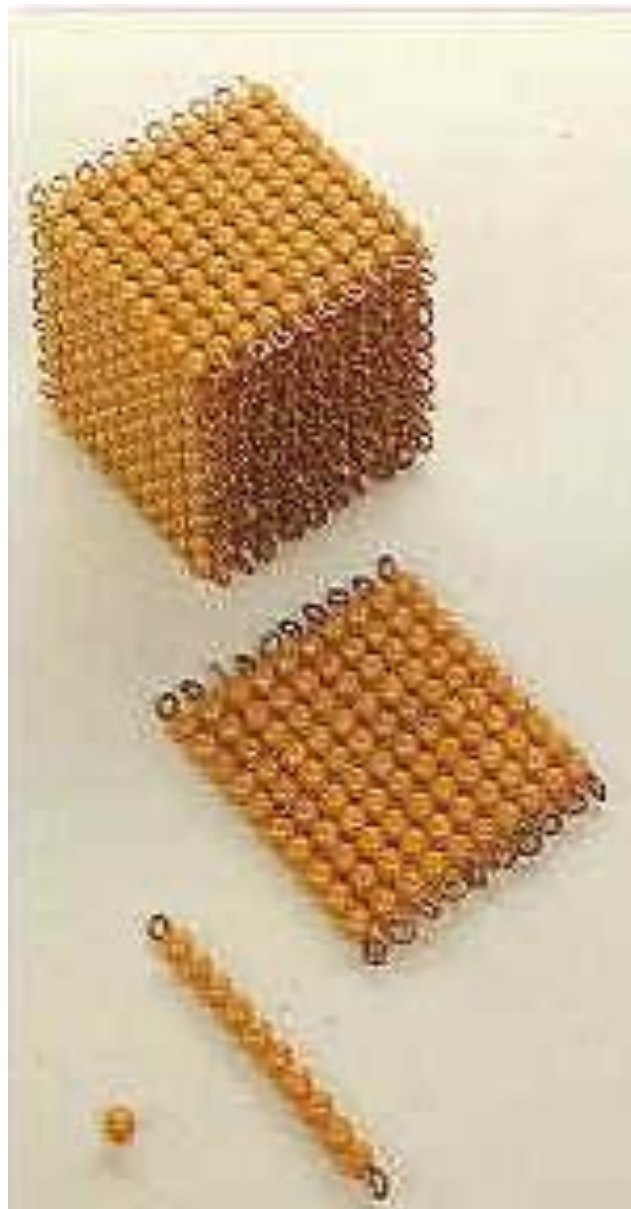
ΟΙ ΧΑΝΤΡΕΣ ΤΗΣ MONTESSORI



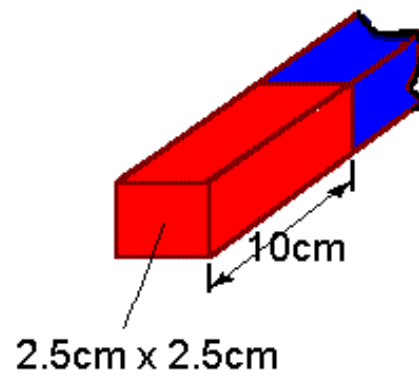
εικ. 2

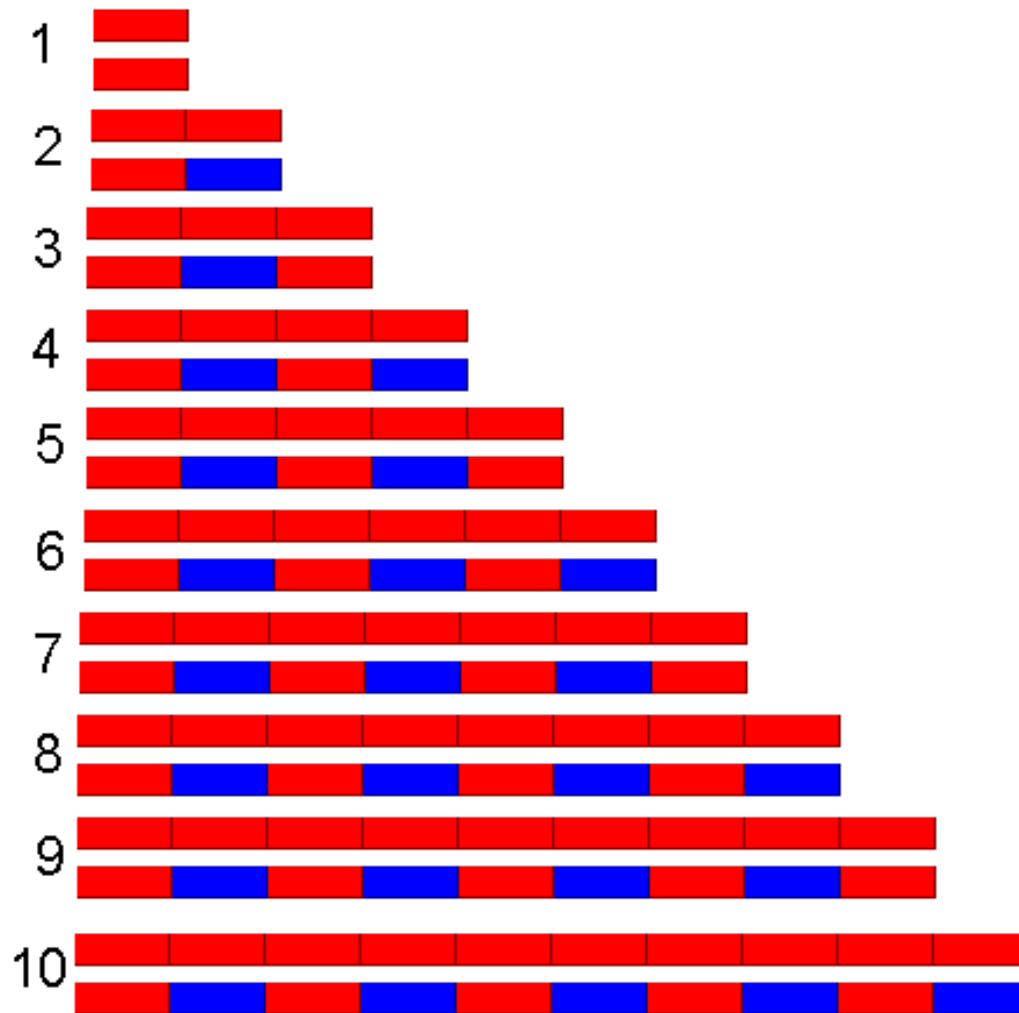


ΚΥΒΟΣ

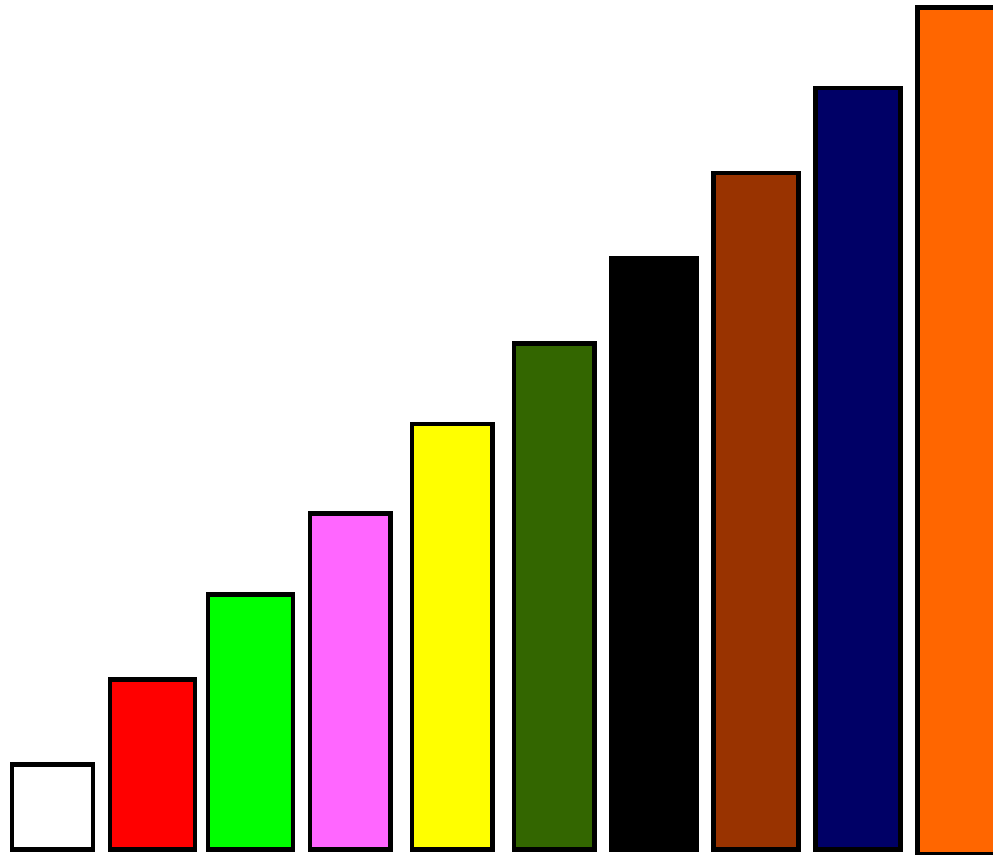


ΟΙ ΡΑΒΔΟΙ ΤΗΣ MONTESSORI





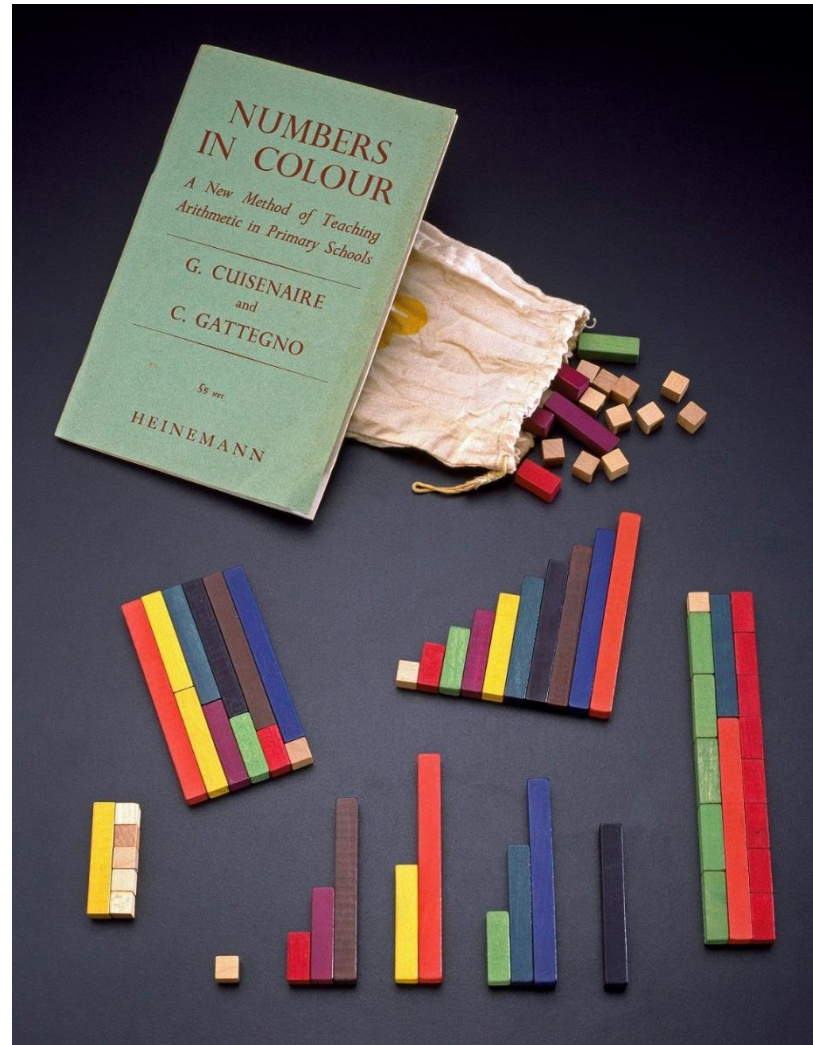
ΡΑΒΔΟΙ ΤΟΥ CUISENAIRE



Δέκα ράβδοι μήκους 1 έως 10 εκ.



ΡΑΒΔΟΙ



εικ. 4



ΤΕΣΣΕΡΑ ΔΙΑΔΟΧΙΚΑ ΣΤΑΔΙΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΩΝ ΡΑΒΔΩΝ ΤΟΥ CUISENAIRE

Gattegno, C., A Teachers Introduction to
Cuisenaire-Gattegno Methods,
Cuisenaire Company of America, New York, 1961



ΣΤΑΔΙΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΩΝ ΡΑΒΔΩΝ

1. Στάδιο Ελεύθερου Παιχνιδιού

Το παιδί παίζει με τις ράβδους χωρίς κανένα κανόνα.

Ο Gattegno έχει χαρακτηρίσει αυτό το στάδιο ως "διάλογο του παιδιού με τις ράβδους" αφού με το ελεύθερο παιχνίδι εισάγονται έμμεσα ερωτήσεις και απαντήσεις λογικού κυρίως χαρακτήρα.

2. Στάδιο Καθοδηγημένων Δραστηριοτήτων

Κατά το στάδιο αυτό ο ενήλικος παρεμβαίνει σταδιακά στο ελεύθερο παιχνίδι του παιδιού εισάγοντας δραστηριότητες διάταξης και δραστηριότητες διευθέτησης των ράβδων, οι οποίες εμπεριέχουν βασικές μαθηματικές έννοιες και σχέσεις.

Με βάση όμως τα χρώματα των ράβδων.



ΣΤΑΔΙΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΩΝ ΡΑΒΔΩΝ

3. Στάδιο Εισαγωγής Γραπτών Συμβόλων

Κατά το στάδιο αυτό εισάγονται με διάφορες δραστηριότητες διάταξης και διευθέτησης των ράβδων οι έννοιες των αριθμητικών σχέσεων και πράξεων καθώς και οι συμβολισμοί τους, πάντα με **αναφορά στα χρώματα των ράβδων**.

Παράδειγμα:



κίτρινο (5) = μοβ (4) + άσπρο (1) = πράσινο ανοιχτό (3) + κόκκινο (2)



ΣΤΑΔΙΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΩΝ ΡΑΒΔΩΝ

4. Στάδιο Αντιστοίχισης Αριθμών και Ράβδων

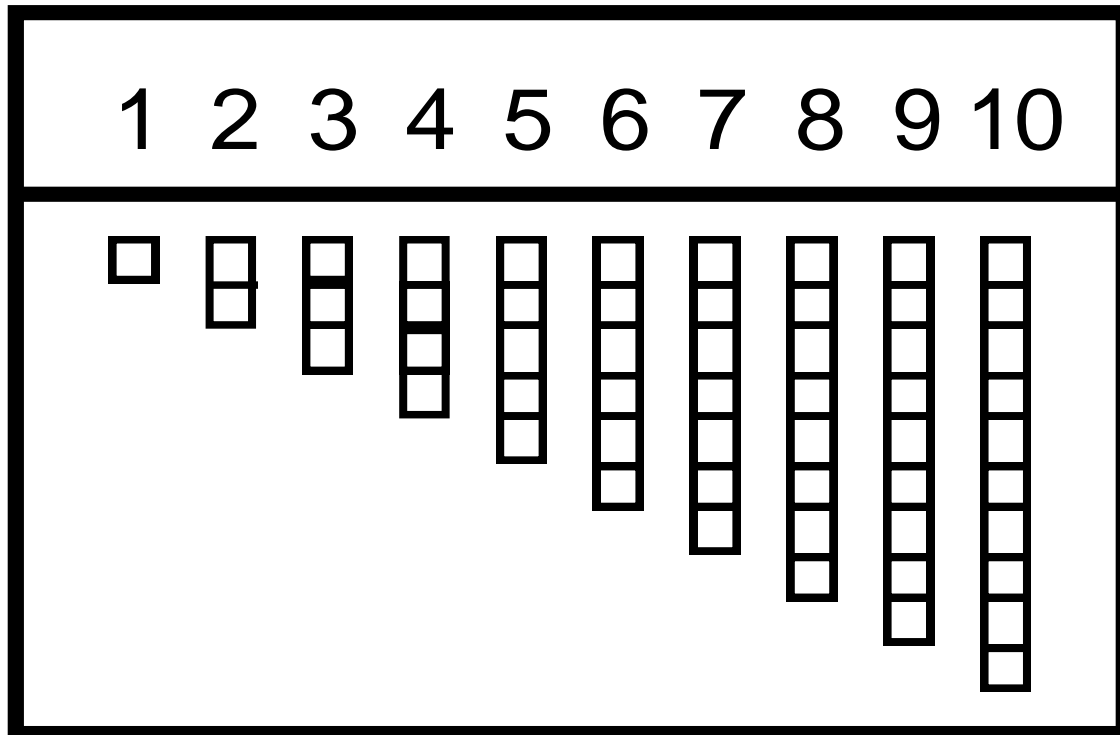
Κατά το τελευταίο στάδιο αντιστοιχούνται στις ράβδους αριθμοί και οι ράβδοι χρησιμοποιούνται ως πρότυπα των αριθμών με μονάδα αρχικά τη μικρότερη ράβδο.

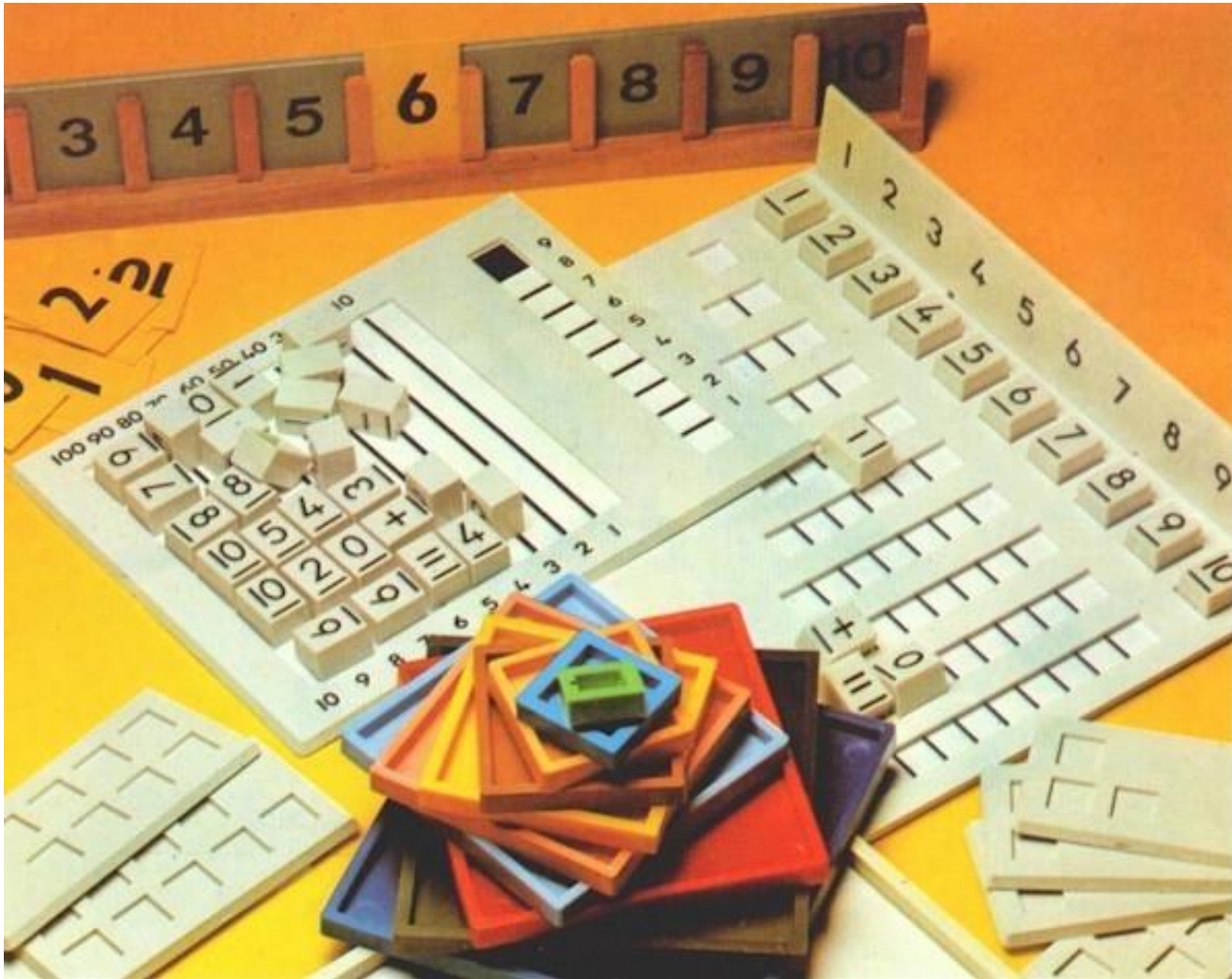
Σε ένα επόμενο βήμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μονάδα οποιαδήποτε ράβδος και οι υπόλοιπες να αντιστοιχηθούν σε κλάσματα της μονάδας



ΚΥΒΟΙ ΤΗΣ STERN

Κύβοι διαστάσεων $1 \times 1 \times 1$ εκ. και βάση με υποδοχές για τους κύβους





εικ. 5



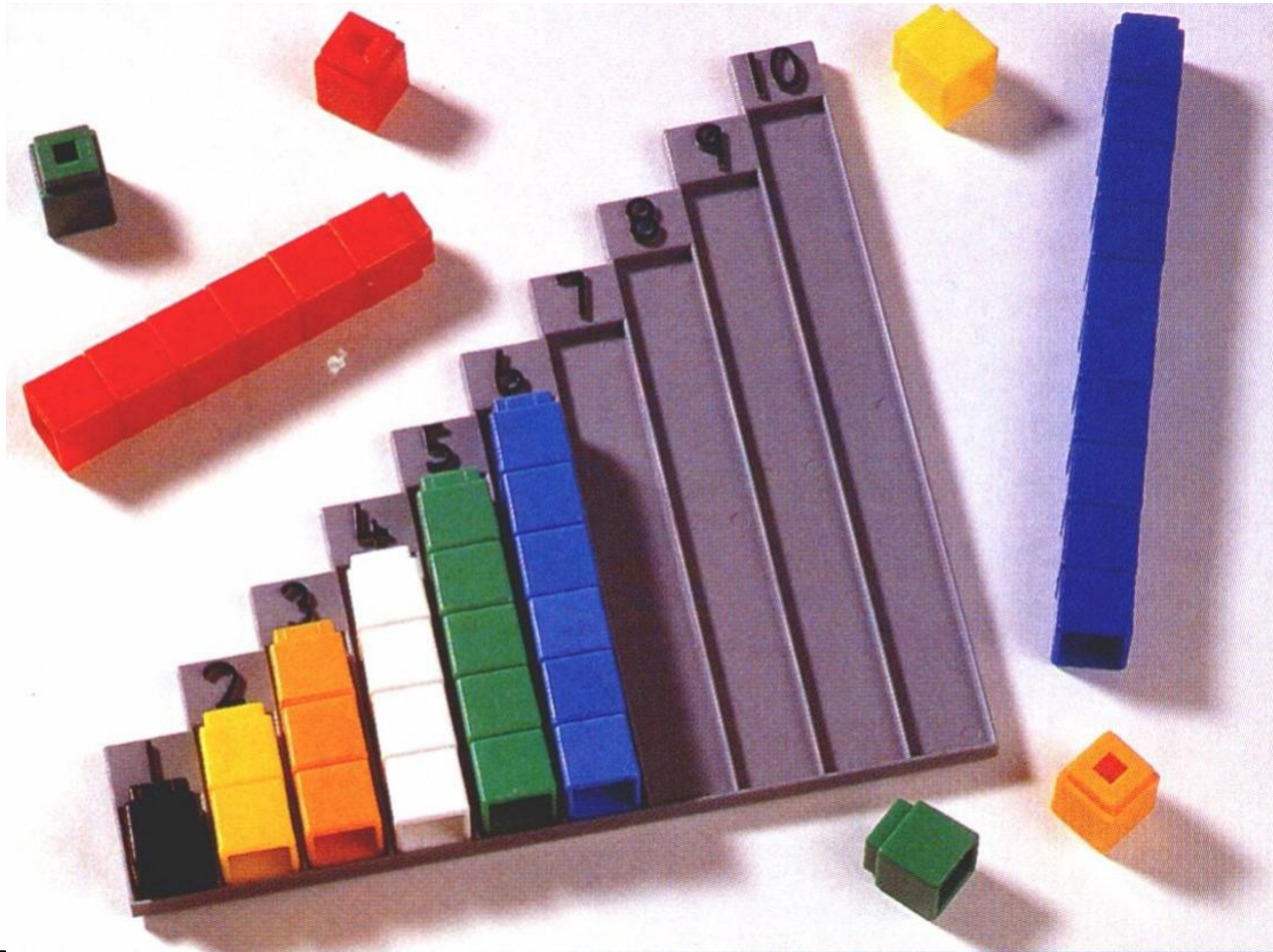
ΚΥΒΟΙ UNIFIX



εικ. 6



KYBOI UNIFIX

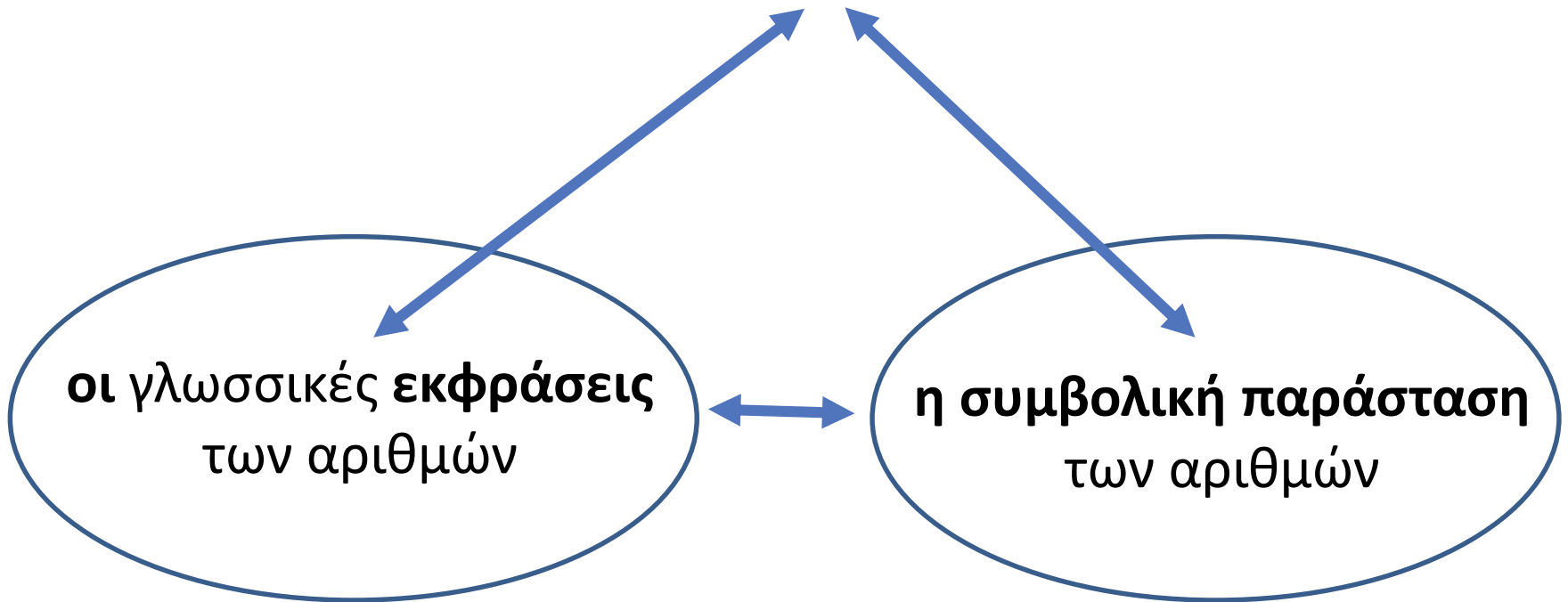


εικ. 7



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

**Η έννοια
του αριθμού**



Τέλος

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Δημήτρης Χασάπης. Δημήτρης Χασάπης. «Λογικο-μαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/ECD101>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- *Εικόνα 1*: Πηγή: <http://www.montessorisocietycanada.org/overview.html>
- *Εικόνα 3*: Πηγή: http://montessori74.free.fr/en_cours/math.htm
- *Εικόνα 4*: Πηγή
http://americanhistory.si.edu/collections/search/object/nmah_694608
- *Εικόνα 7*: Πηγή: <http://www.glsed.co.uk/product/Unifix-1-10-Stair-242885>

Όλες οι εικόνες είναι copyrighted, στάθηκε αδύνατος ο εντοπισμός των δικαιούχων των πνευματικών δικαιωμάτων.

