



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

ΛΟΓΙΚΟ-ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ & ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ενότητα 3: Οι έννοιες του αριθμού

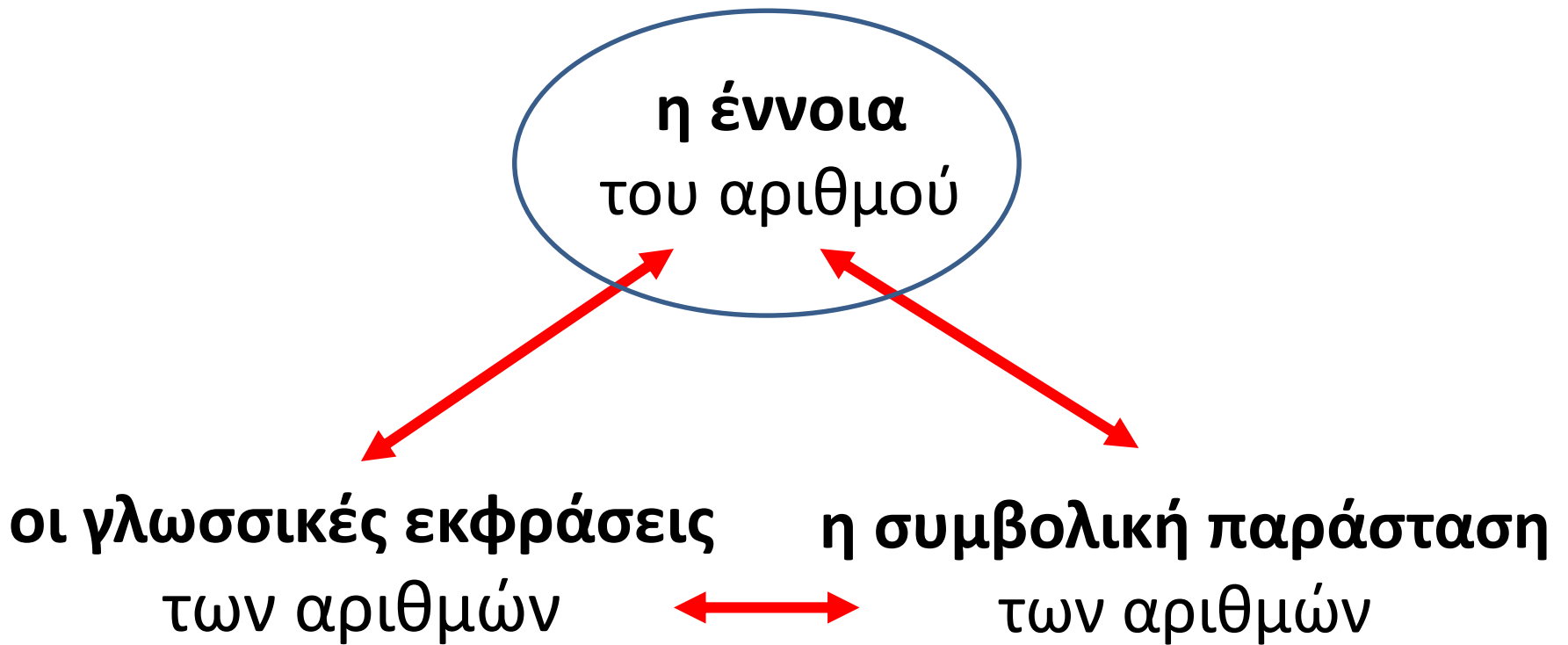
Δημήτρης Χασάπης

Τμήμα Εκπαίδευσης και Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ ΤΙ ΕΝΑΙ ΑΡΙΘΜΟΣ;

Μάθημα Πέμπτο
(συνέχεια)

Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ

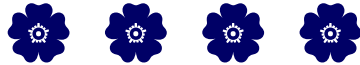


ΜΕΓΕΘΟΣ

διακριτό

τα στοιχεία διακρίνονται
σαφώς μεταξύ τους

πλήθος



απαρίθμηση

συνεχές

τα στοιχεία
εμφανίζονται ως ένα
αδιαίρετο όλο
ποσό



μέτρηση



ΜΕΓΕΘΟΣ

Μέγεθος διακριτό

απαρίθμηση



αριθμός

πληθικός

διατακτικός

Μέγεθος συνεχές

μέτρηση



αριθμός

μέτρο



ΠΛΗΘΙΚΟΣ – ΔΙΑΤΑΚΤΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

Αριθμός πληθικός
έκφραση του πλήθους

ανεξάρτητα από ποιοτικά
χαρακτηριστικά
και
σχετικές θέσεις

Αριθμός διατακτικός
έκφραση της σχετικής
θέσης ενός
συγκεκριμένου
στοιχείου σε μια σειρά

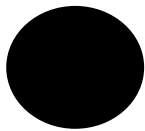
ανεξάρτητα από ποιοτικά
χαρακτηριστικά



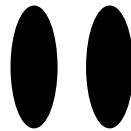
ΑΡΙΘΜΟΣ

στις έννοιες του αριθμού είναι ουσιαστική η
έννοια της μονάδας

η έννοια της μονάδας είναι σχετική



Ένα μήλο



Ένα ζευγάρι
παπούτσια

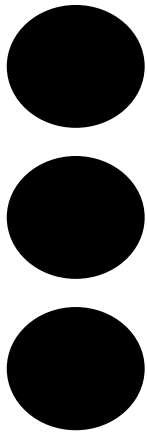


Μια τριάδα

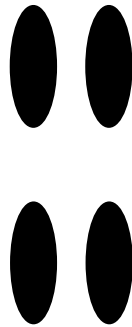


Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ

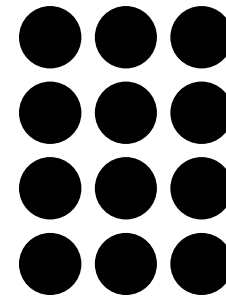
συναρτάται άμεσα με, και καθορίζει τον αριθμό
ο οποίος προκύπτει από μετρήσεις μεγεθών



Τρία μήλα



Δύο ζευγάρια
παπούτσια



Τέσσαρες τριάδες

μέγεθος συνεχές
ένα αδιαίρετο όλο



μέτρηση



αριθμός μέτρο

Πληθικός αριθμός + μονάδα μέτρησης

 = 6 cm



ΜΕΓΕΘΟΣ ΣΥΝΕΧΕΣ



μέτρηση



πληθικός αριθμός + μονάδα μέτρησης

6

cm



αριθμός μέτρο



ΜΕΤΡΗΣΗ

Η μέτρηση ενός συνεχούς μεγέθους
ονομάζεται

η διαδικασία της διαμέρισης του
σε καθορισμένες μονάδες (μονάδες μέτρησης)

και

η απαρίθμηση του πλήθους των μονάδων
αυτών



ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Το **αποτέλεσμα** της μέτρησης ενός μεγέθους
είναι το **μέτρο του μεγέθους**

Δηλαδή:

πληθικός αριθμός + μονάδα μέτρησης



Η μέτρηση ενός μεγέθους ως νοητική δραστηριότητα συνδυάζει

- **το μέγεθος** των μονάδων μέτρησης με
- **το πλήθος** τους

και εκφράζει τη **σχέση** αυτή με έναν αριθμό



Βασικές συνιστώσες κάθε δραστηριότητας μέτρησης μπορεί να θεωρηθούν:

- 1. Η απομόνωση του μετρήσιμου χαρακτηριστικού** από το σύνολο των χαρακτηριστικών ενός αντικειμένου.



μήκος

πάχος

βάρος

χρώμα



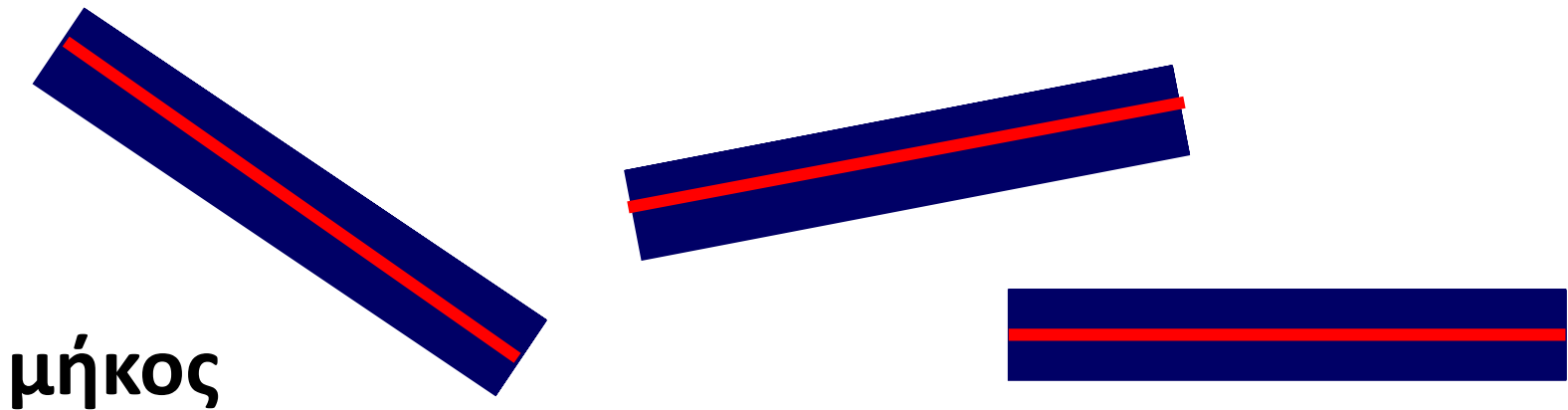
ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ:

Η απομόνωση του μετρήσιμου χαρακτηριστικού η οποία αποτελεί την αφετηρία κάθε δραστηριότητας μέτρησης, καθίσταται σε καταστάσεις της πραγματικότητας που περιλαμβάνουν χαρακτηριστικά υλικών αντικειμένων (μήκος, ύψος, όγκος, βάρος κ.α), μια σύνθετη νοητική λειτουργία στην οποία παρεμβαίνουν μια σειρά παραγόντων.



ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ:

Η απομόνωση του μετρήσιμου χαρακτηριστικού ως νοητική λειτουργία προϋποθέτει κατά τον Piaget την «διατήρηση» του χαρακτηριστικού αυτού στις αλλαγές της θέσης του αντικειμένου στο χώρο.



ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΙΣ ΚΑΘΕ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:

2. Η επιλογή ή ο καθορισμός ενός ομοειδούς μεγέθους ως μονάδα μέτρησης



μήκος



πάχος



βάρος



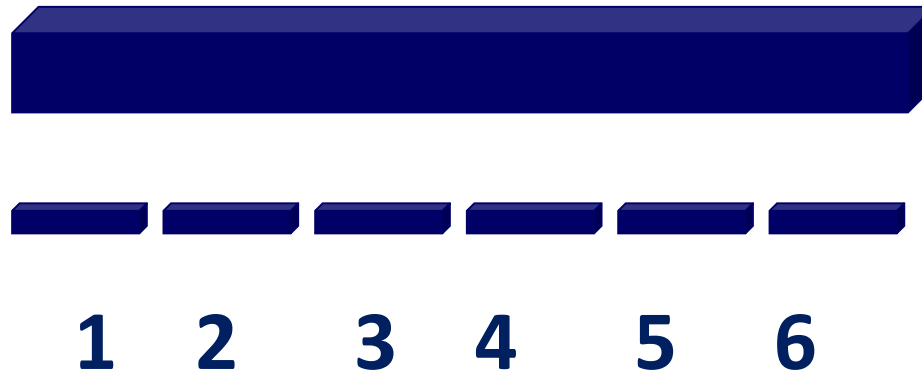
ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΙΣ ΚΑΘΕ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:

3. Η διαίρεση του μετρούμενου χαρακτηριστικού (μήκος) σε μέρη με βάση την επιλεγμένη ή καθορισμένη μονάδα μέτρησης



ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΙΣ ΚΑΘΕ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:

4. Η απαρίθμηση του πλήθους των μερών στα οποία το συνεχές μέγεθος έχει διαιρεθεί.



ΠΑΡΕΝΘΕΣΗ:

η διαίρεση και η απαρίθμηση
του μετρούμενου χαρακτηριστικού
πραγματοποιούνται

- **ταυτόχρονα**

και
- **με καθορισμένες τεχνικές και όργανα μέτρησης,**
που βασίζονται σε ιστορικά διαμορφωμένα
και κοινωνικά καθιερωμένα συστήματα
μέτρησης.



ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΙΣ ΚΑΘΕ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:

5. Η έκφραση του αποτελέσματος ως συνάρτησης της αντίστοιχης μονάδας μέτρησης.

6  cm



ΜΕΤΡΗΣΗ

η απόδοση νοήματος στην έκφραση του αποτελέσματος
μιας μέτρησης

6 cm

απαιτεί τη νοητική αναπαράσταση
και του αριθμού που εκφράζει το πλήθος
των μονάδων μέτρησης : **6**

και της μονάδας μέτρησης: **cm**

ως μιας ενότητας (μέτρο): **6 cm**



αφού

διαφορετικές μονάδες μέτρησης

συνεπάγονται

διαφορετικό πλήθος

άρα

διαφορετικό μέτρο ενός μεγέθους





1 2 3 4 5 6

6 cm



1 2 3

3 in

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Επομένως

Ο αριθμός που εκφράζει το αποτέλεσμα μιας μέτρησης αποκτά νόημα μόνο σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες μονάδες μέτρησης των οποίων και το πλήθος προσδιορίζει.

Γι' αυτό και παρουσιάζει δυσκολίες για τα παιδιά του νηπιαγωγείου **η σύγκριση και η διάταξη μεγεθών** σε πλαίσια μέτρησης.



Έρευνες διαπιστώνουν ότι σε ένα πρώτο στάδιο τα παιδιά **αδυνατούν να συνδυάσουν τους αριθμούς με το είδος των μονάδων**, που εκφράζουν τα αποτελέσματα μετρήσεων, αντιμετωπίζοντας τα ως απλούς πληθικούς αριθμούς έξω από το πλαίσιο της μέτρησης.

Αντιμετωπίζουν νοητικές δυσκολίες στην κατανόηση του γεγονότος, ότι **στη μέτρηση η ισότητα μεγεθών απαιτεί ίδιες μονάδες μέτρησης** ή ότι κατά τη μέτρηση συνεχών μεγεθών **το μέγεθος της μονάδας μέτρησης έχει αντίστροφη σχέση με το πλήθος των μονάδων**



ΔΕΚΑΔΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΡΙΘΜΗΣΗΣ

Οι δυσκολίες πολλών παιδιών στη χρήση του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης είναι πιθανόν να αντικατοπτρίζουν δυσκολίες κατανόησης εννοιών της μέτρησης.

Αφού το **δεκαδικό σύστημα αρίθμησης**, όπου δέκα μονάδες θεωρούνται και ως σύνολο δέκα διακριτών στοιχείων και ως μια ενιαία μονάδα, **είναι στην ουσία του ένα σύστημα μέτρησης.**



Για πολλά παιδιά ακόμα και μετά την πρώτη σχολική ηλικία οι εκφράσεις των αριθμών μέχρι και το εκατό, παραπέμπουν νοητικά σε απαρίθμηση παρά σε μέτρηση με βάση το δέκα.

Γι' αυτό και δυσκολεύονται να απαντήσουν εάν για παράδειγμα ο αριθμός **21** είναι μικρότερος ή μεγαλύτερος από τον αριθμό **15** , ενώ απαντούν εύκολα στην αντίστοιχη ερώτηση σύγκρισης των αριθμών **15** και **18**, επειδή στην πρώτη ερώτηση συγκρίνουν και τα δύο ψηφία του κάθε αριθμού διαδοχικά.



PIAGET: ΜΕΤΡΗΣΗ

Κατά τον Πιαζέ, η νοητική δραστηριότητα της μέτρησης περιλαμβάνει δύο είδη συλλογισμών:

- **μεταβατικό συλλογισμό**, ο οποίος εφαρμόζεται στη σύγκριση δύο μεγεθών

και

- **επανάληψη της μονάδας**, η οποία απαιτεί τη θεώρηση ενός όλου ως μια ενότητα μοναδιαίων ενοτήτων.

Piaget (1946/1969; Piaget, Inhelder, & Szeminkska, 1948/1960)



ΣΤΑΔΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

1. Προσδιορισμός του μετρήσιμου χαρακτηριστικού



ΣΤΑΔΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

2. Άμεση και έμμεση σύγκριση και διάταξη μεγεθών



ΣΤΑΔΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

3. Μέτρηση με άτυπες μονάδες



ΣΤΑΔΙΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

4. Μέτρηση με τυπικές μονάδες



ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΤΥΠΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ

Το μετρικό σύστημα

έχει ως βάση του επτά μονάδες μέτρησης μεγεθών:

- το μέτρο m (μήκους),
- το χιλιόγραμμο Kg (μάζας),
- το δευτερόλεπτο s (χρόνου),
- το αμπέρ A (ηλεκτρικής έντασης),
- το βαθμό Κέλβιν OK (θερμοκρασίας),
- το κερι Cd (φωτεινής έντασης) και το
- μολ $Mole$ (χημικής ποσότητας).



ΤΟ ΜΕΤΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

- Για τα πολλαπλάσια και τα υποπολλαπλάσια όλων των μονάδων μέτρησης ακολουθείται η δομή του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης
 - Οι μονάδες μέτρησης όλων των άλλων μεγεθών παράγονται από τις βασικές μονάδες μέτρησης



ΒΑΣΙΚΗ ΜΟΝΑΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Κάθε βασική μονάδα μέτρησης ορίζεται στη βάση φυσικών φαινομένων

- το μέτρο του μήκους ορίζεται ίσο με το μήκος της διαδρομής που διανύει το φως στο κενό σε χρόνο ίσο με $1/299.792.458$ του δευτερολέπτου.
- Το χιλιόγραμμα μάζας ορίζεται ίσο με τη μάζα ενός προτύπου κυλίνδρου από πλατίνα-ιρίδιο.
- Το δευτερόλεπτο χρόνου ορίζεται ίσο με τη χρονική διάρκεια μέσα στην οποία συμβαίνουν $9.192.631.770$ καθορισμένες περιοδικές μεταβολές ενέργειας στο άτομο του χημικού στοιχείου Καίσιο133.

κλπ



ΜΕΓΕΘΗ - ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Μεγέθη

Απόσταση

Επιφάνεια

Χωρητικότητα

Μάζα

Διάρκεια

Θερμότητα

Μετρήσεις

Μήκος

Εμβαδόν

Όγκος

Βάρος

Χρόνος

Θερμοκρασία



ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ

Στάδια ανάπτυξης των δραστηριοτήτων
μέτρησης

- 1. Προσδιορισμός του μετρήσιμου
χαρακτηριστικού**
- 2. Σύγκριση (άμεση-έμμεση) και διάταξη
μεγεθών**
- 3. Μέτρηση με άτυπες μονάδες**
- 4. Μέτρηση με τυπικές μονάδες**



ΜΕΓΕΘΟΣ - ΜΕΤΡΗΣΗ

Μέγεθος

Μέτρηση

Απόσταση

Μήκος



ΜΗΚΟΣ

Σύγκριση και διάταξη μεγεθών

Άμεση σύγκριση:

βάζουμε τα αντικείμενα δίπλα-δίπλα, το ένα πάνω στο άλλο

Μακρύτερο – ίδιο με - Κοντύτερο



Κοινή αρχή σύγκρισης



ΜΗΚΟΣ

Μήκος

Σύγκριση και διάταξη
μεγεθών

Άμεση σύγκριση:
βάζουμε τα αντικείμενα
δίπλα-δίπλα, το ένα
πάνω ή μέσα στο άλλο
κλπ.



ΜΗΚΟΣ

Μήκος

Σύγκριση και διάταξη
μεγεθών

Έμμεση σύγκριση:

ένα τρίτο αντικείμενο
χρησιμοποιείται ως
ενδιάμεσο.

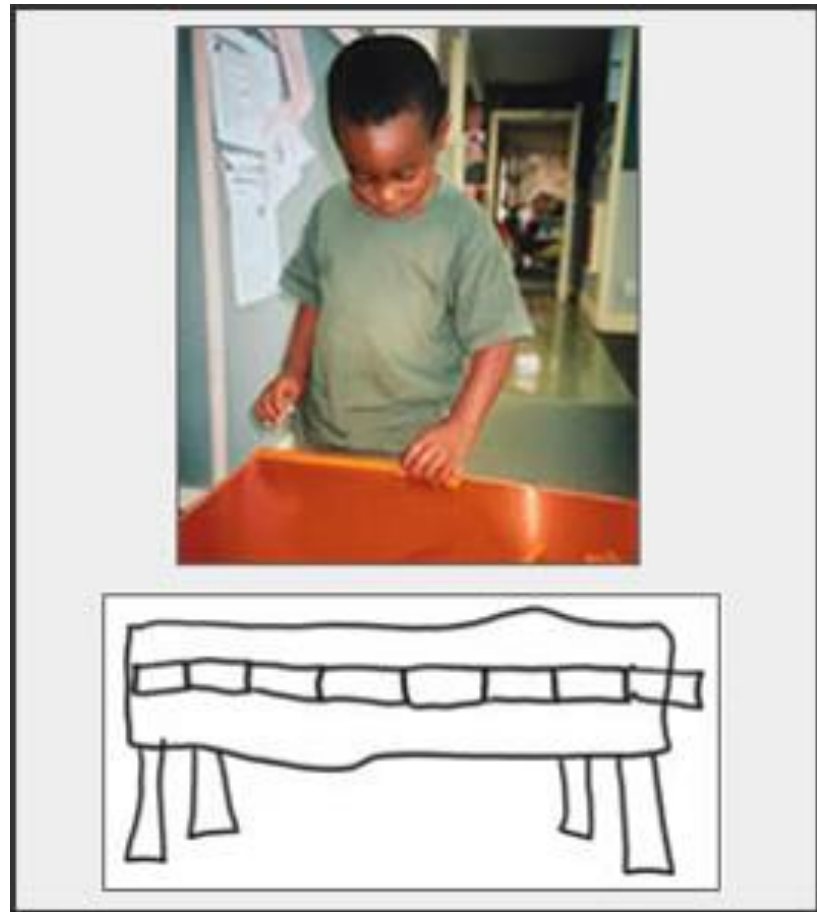


ΜΗΚΟΣ

Μήκος

**Μέτρηση με άτυπες
μονάδες**

**Πατημασιές,
καλαμάκια,
σχοινάκια**

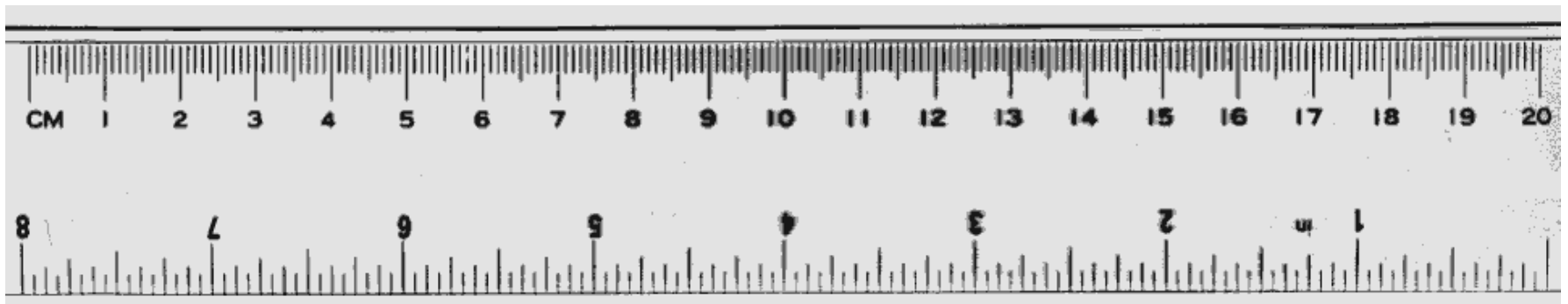
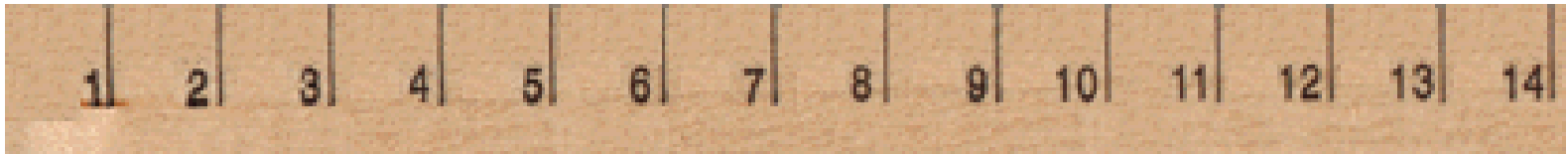


ΜΕΤΡΗΣΗ

**Μέτρηση με
τυπικές μονάδες
μονάδες και
όργανα μέτρησης**



ΜΕΤΡΗΣΗ ΜΕ ΤΥΠΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ



ΜΕΓΕΘΟΣ - ΜΕΤΡΗΣΗ

Μέγεθος

Μέτρηση

Επιφάνεια

Εμβαδόν



ΜΕΓΕΘΟΣ - ΜΕΤΡΗΣΗ

Μέγεθος

Μέτρηση

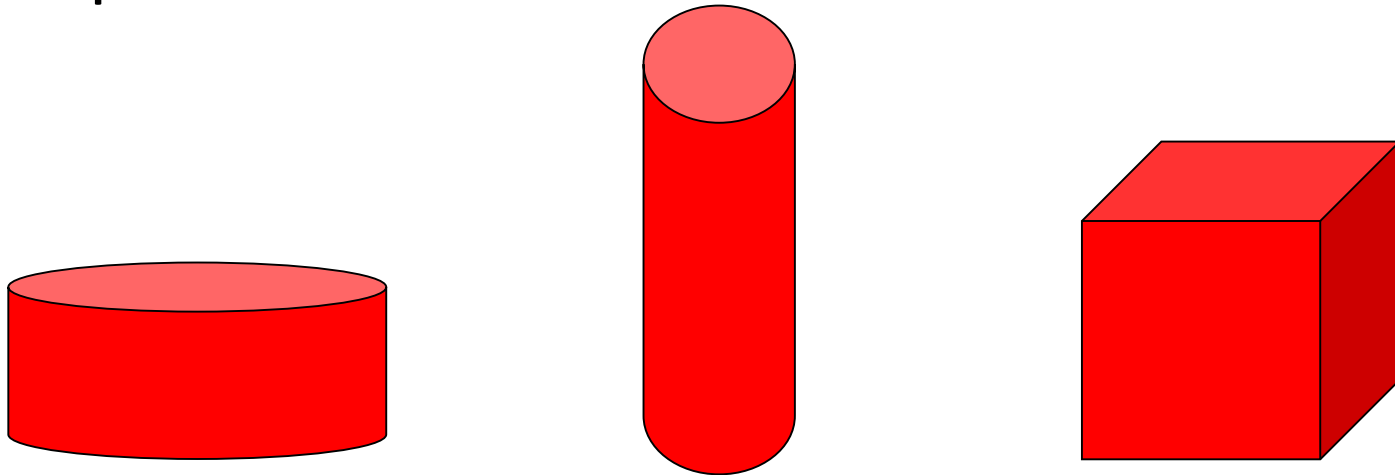
Χωρητικότητα

Όγκος



Η ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΤΗΣ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Η κατανόηση της χωρητικότητας, δηλαδή του χώρου που καταλαμβάνει ένα αντικείμενο, και του μέτρου της, δηλαδή του **όγκου** ενός αντικειμένου σχετίζεται άμεσα με την ιδιαίτερη μορφή του αντικειμένου.



ΜΕΓΕΘΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗ

Μέγεθος

Μέτρηση

Μάζα

Βάρος

Τυπικά:

Μάζα είναι ποσότητα ύλης ενός αντικειμένου

Βάρος είναι η δύναμη της βαρύτητας που ασκείται σε ένα αντικείμενο



ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Κωδικός αριθμός

αριθμοί των σπιτιών

αριθμοί των αστικών λεωφορείων

κανάλια τηλεόρασης

αριθμοί τηλεφώνων



ΚΩΔΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

Δείκτες

που διευκολύνουν την οργάνωση και την ταξινόμηση στοιχείων

πολλές φορές σε συνδυασμό με μια αντίστοιχη διάταξη

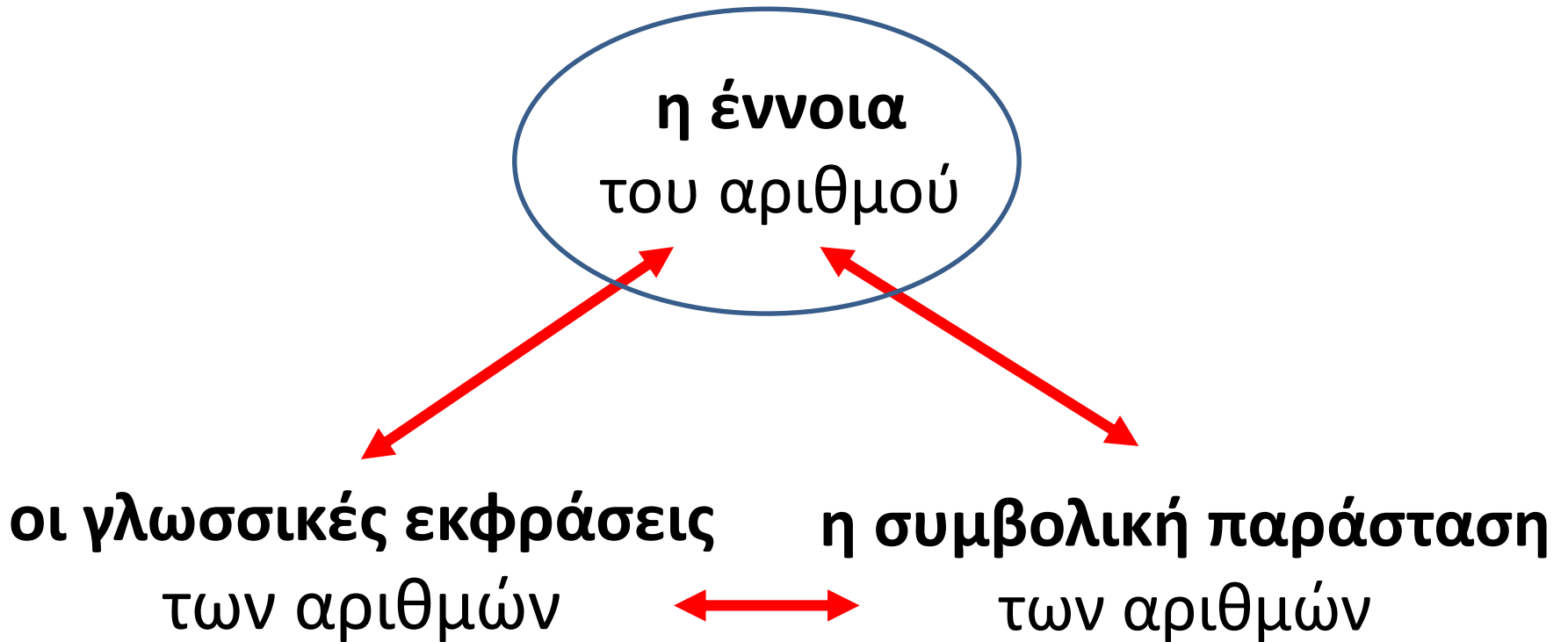


ΚΩΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

Οι κωδικοί αριθμοί αποτελούν μια διάχυτη **πηγή σύγχυσης** για τα παιδιά της προσχολικής και της πρώτης σχολικής ηλικίας, τα οποία πολλές φορές αποδίδουν στους αριθμούς αυτούς πληθικό ή διατακτικό νόημα



Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΑΡΙΘΜΟΥ



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Δημήτρης Χασάπης. Δημήτρης Χασάπης. «Λογικο-μαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/ECD101>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

