



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

ΛΟΓΙΚΟ-ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ & ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ενότητα 1: Έννοιες

Δημήτρης Χασάπης

Τμήμα Εκπαίδευσης και Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία

ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΩΤΟ

ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Ποιες ιδιομορφίες χαρακτηρίζουν το περιεχόμενο των μαθηματικών εννοιών;

Πως οργανώνονται λογικά οι μαθηματικές έννοιες;

Ποια είναι τα προβλήματα της αντιστοίχισης των μαθηματικών εννοιών σε καταστάσεις της πραγματικότητας;



ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ;

ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΟ ΤΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ;



εικ.1

καρέκλα



εικ.2

καρέκλα



εικ.3

καρέκλα



ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

ΚΑΡΕΚΛΑ ;



ΕΙΚ.1



ΕΙΚ.2



ΕΙΚ.3



ΕΙΚ.4



ΕΙΚ.5



ΕΙΚ.6



ΕΙΚ. 7



ΕΙΚ.8

ΣΧΗΜΑ ;

ΥΛΙΚΟ ;

ΧΡΩΜΑ ;

ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ



ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟ ΠΟΥ ΚΑΝΕΙ ΟΛΑ ΑΥΤΑ ΤΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ

ΚΑΡΕΚΛΕΣ ;



Η ΧΡΗΣΗ:

ΚΑΡΕΚΛΕΣ ΕΙΝΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ ΠΟΥ
ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ ΓΙΑ ΝΑ ΚΑΘΟΜΑΣΤΕ



ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ ;

νοητικές κατασκευές,
οι οποίες αντανακλούν με πληρότητα
τα γενικά και ουσιώδη
χαρακτηριστικά γνωρίσματα των
στοιχείων της πραγματικότητας



ΟΡΙΣΜΟΣ

επομένως

κάθε έννοια ορίζει ένα σύνολο στοιχείων της πραγματικότητας με βάση ορισμένα κοινά χαρακτηριστικά τους

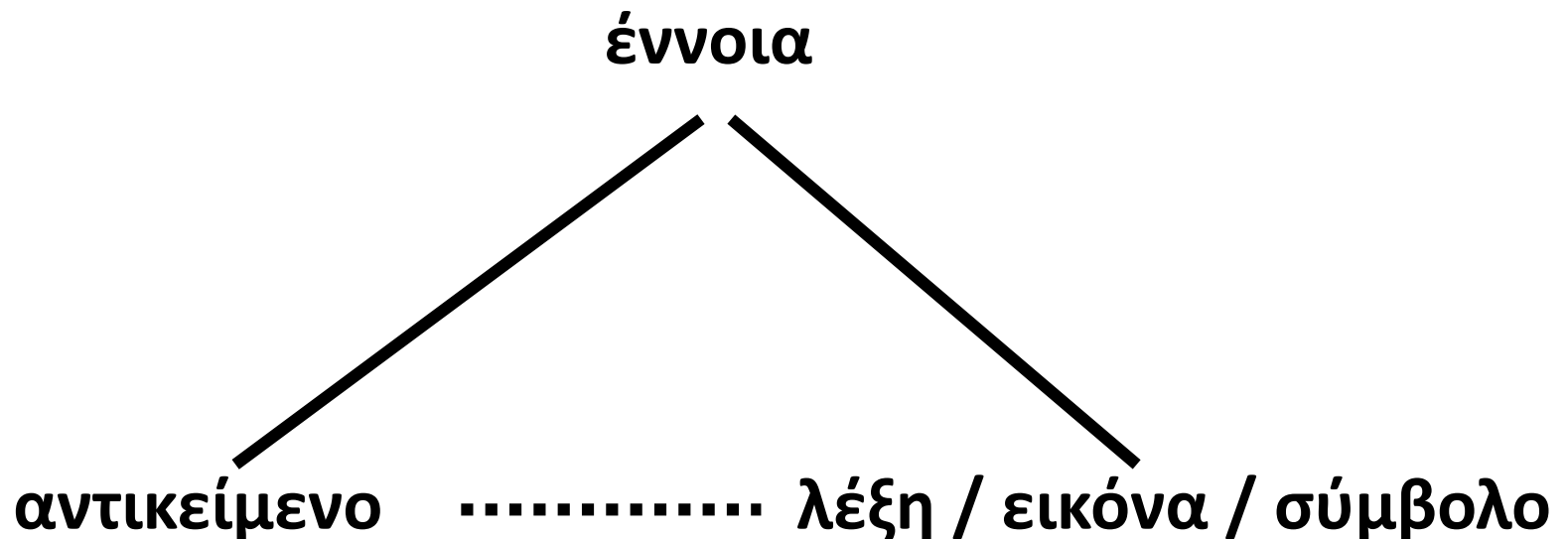
Καρέκλα: κάθε κατασκευή που χρησιμοποιούμε για να καθόμαστε

Σύνολο καρεκλών = $[x / x = \text{κάθε κατασκευή που χρησιμοποιούμε για να καθόμαστε}]$



ΜΕ ΤΙ ΕΚΦΡΑΖΟΝΤΑΙ ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ

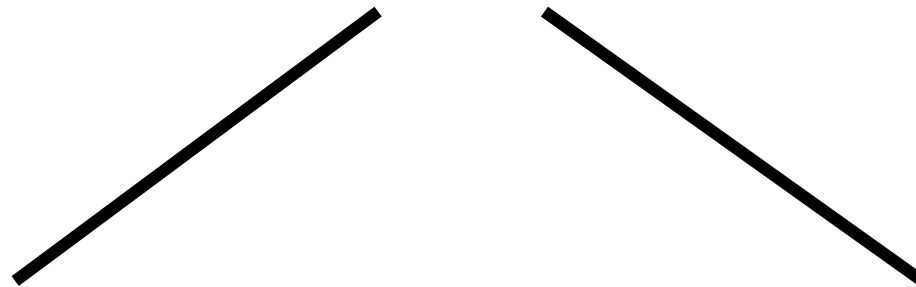
Οι έννοιες εκφράζονται με λέξεις / εικόνες / σύμβολα



Η ΕΝΝΟΙΑ ΚΑΡΕΚΛΑ

έννοια

καρέκλα



αντικείμενο

.....

λέξη καρέκλα

(ουσιαστικό)



ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΕΝΝΟΙΩΝ

Οι έννοιες συγκροτούνται (και σχετίζονται μεταξύ τους) μέσα από το συνδυασμό δύο βασικών νοητικών διαδικασιών.

Αφαίρεση, δηλαδή διάκριση και επιλογή κοινών χαρακτηριστικών των στοιχείων της πραγματικότητας, τα οποία ως προς άλλα χαρακτηριστικά διαφέρουν μεταξύ τους.

Γενίκευση των μερικών και συγκεκριμένων αυτών χαρακτηριστικών στο σύνολο των στοιχείων της πραγματικότητας.



Η ΕΝΝΟΙΑ ΕΠΙΠΛΟ

ΕΠΙΠΛΟ

ΚΑΡΕΚΛΑ

ΤΡΑΠΕΖΙ



εικ.9



εικ. 10



εικ.11



εικ. 12



ΕΠΙΠΛΟ



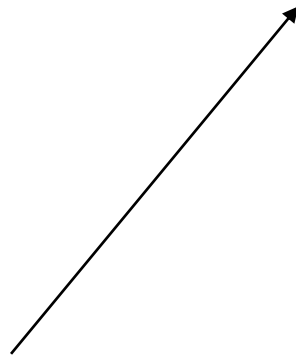
εικ.13



ΟΡΙΣΜΟΣ

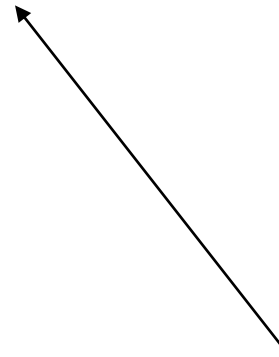
ΕΠΙΠΛΟ

κάθε κατασκευή που χρησιμοποιούμε



ΚΑΡΕΚΛΑ

για να καθόμαστε



ΤΡΑΠΕΖΙ

για να τρώμε



ΕΝΝΟΙΑ

Το μικρότερο πλήθος κοινών χαρακτηριστικών έχει ως αποτέλεσμα να αναφέρεται η έννοια και να περιλαμβάνει μεγαλύτερο πλήθος στοιχείων της πραγματικότητας.

Να χαρακτηρίζεται δηλαδή, από μεγαλύτερο βαθμό αφαίρεσης.



ΕΝΝΟΙΕΣ

έννοιες
(αφηρημένες)



έννοιες
(συγκεκριμένες)



αντικείμενα της πραγματικότητας



Ρόλος

Ποιο ρόλο επιτελούν οι έννοιες;



ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ

Με βάση τις έννοιες ο άνθρωπος οργανώνει συστηματικά την αντικειμενική πραγματικότητα, **διακρίνοντας, ομαδοποιώντας και ταξινομώντας τα στοιχεία της σε κατηγορίες.**

Με βάση την εννοιολογική αυτή οργάνωση, ο άνθρωπος **αντιλαμβάνεται, αναγνωρίζει και κατανοεί** το πλήθος των διαφορετικών στοιχείων της πραγματικότητας και των μεταξύ τους σχέσεων.



ΤΡΑΠΕΖΙ - ΚΑΡΕΚΛΑ



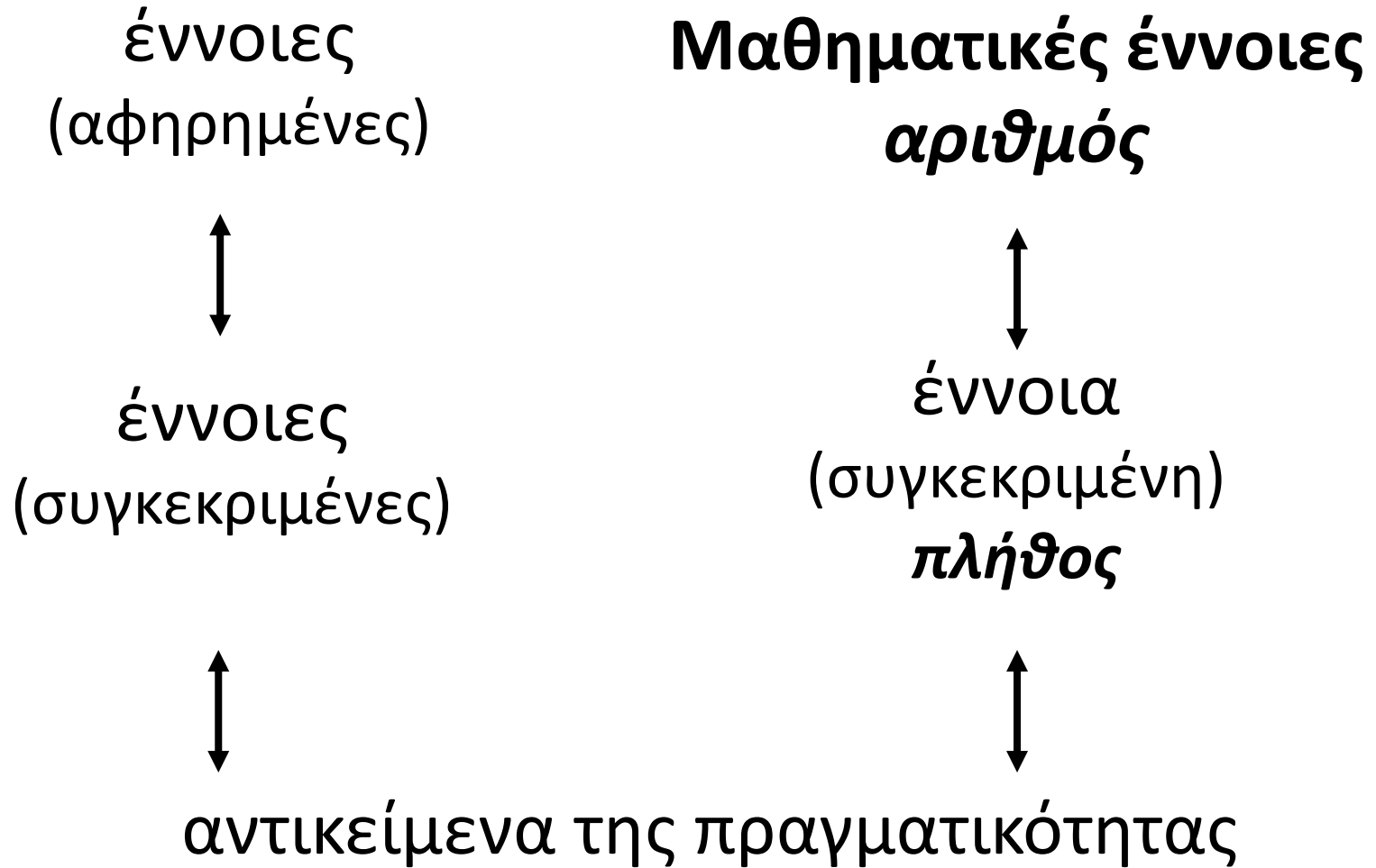
ΤΡΑΠΕΖΙ

ΚΑΡΕΚΛΑ



ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ (Μ.Ε.)

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ



μαθηματική έννοια
αριθμός πέντε



πέντε δένδρα
πλήθος



αντικείμενα

πολλά δένδρα
πλήθος



εικ.14



Η ΕΝΝΟΙΑ ΠΛΗΘΟΣ

Η έννοια "**πλήθος**" δεν αναφέρεται σε ένα αισθητό χαρακτηριστικό των αντικειμένων.

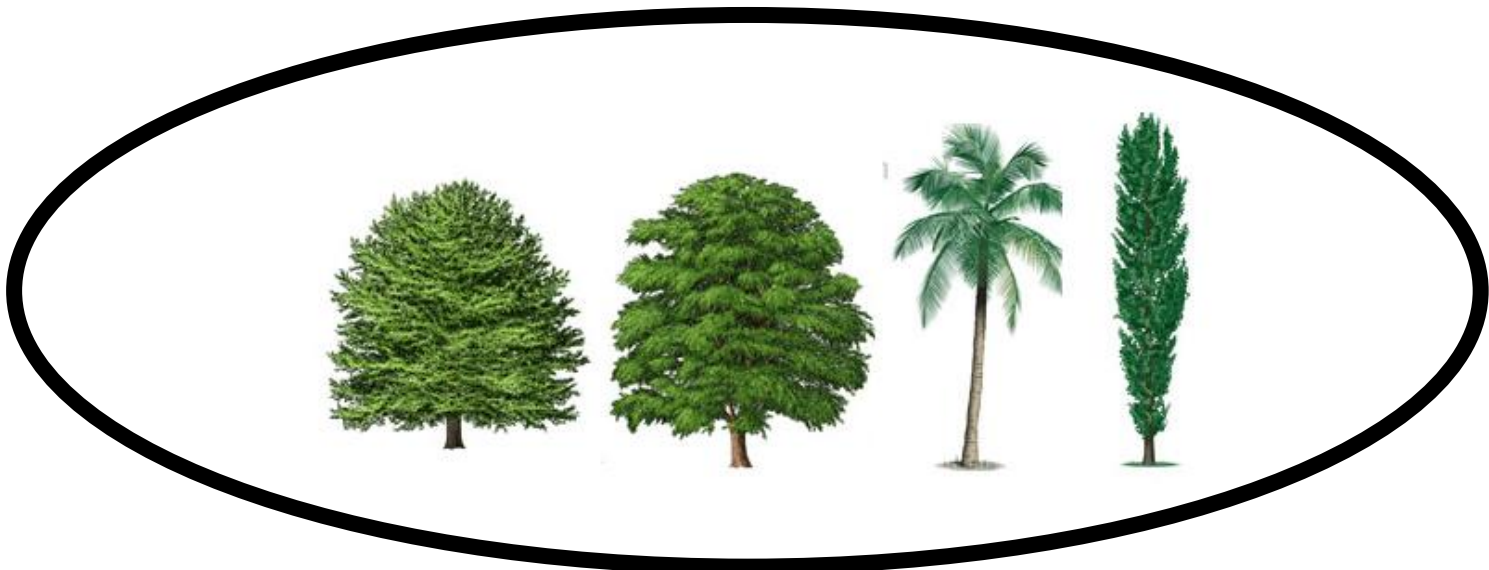
Είναι ένα χαρακτηριστικό, το οποίο δημιουργείται νοητικά μόνο όταν τα αντικείμενα συσχετίζονται μεταξύ τους και θεωρούνται ως μια ολότητα.

Καθένα αντικείμενο έχει ύλη, μορφή, χρώμα και διάφορα άλλα αισθητά χαρακτηριστικά. Όταν τοποθετείται μαζί με άλλα αντικείμενα και όλα μαζί θεωρούνται ως μία ολότητα δημιουργείται η έννοια του "**πλήθους**".



ΑΡΙΘΜΟΣ

Ο “αριθμός” (εδώ 4) εισάγεται στη συνέχεια ως χαρακτηριστικό του συγκεκριμένου πλήθους της συγκεκριμένης ολότητας και εκφράζει τη σχέση της με κάθε άλλη ολότητα που έχει το ίδιο πλήθος αντικειμένων.



Τέσσερα δένδρα



ΤΙ ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΕΔΩ;



Μας ενδιαφέρει ο ΑΡΙΘΜΟΣ των δένδρων ;

εικ.15



ΜΑΣ ΕΝΔΙΑΦΕΡΕΙ Ο ΑΡΙΘΜΟΣ ΤΩΝ ΔΕΝΤΡΩΝ;



εικ.16

Από την οπτική μιας δραστηριότητας ΝΑΙ



ΣΕ ΤΙ ΔΕΝ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΟΙ Μ.Ε. ;

Οι μαθηματικές έννοιες από τη βάση τους (πρωταρχικές μαθηματικές έννοιες) και πολύ περισσότερο στην ανάπτυξη τους (γενικότερες μαθηματικές έννοιες), **δεν αντανακλούν και επομένως δεν αναφέρονται σε χαρακτηριστικά ή ιδιότητες, που ενυπάρχουν στα στοιχεία της αισθητής πραγματικότητας** και αποκαλύπτονται μέσα από την ανθρώπινη φυσική και νοητική δραστηριότητα.

Δεν έχουν δηλαδή αισθητό αντίκρισμα.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΔΕΝΔΡΟ

Τι βλέπουμε εδώ;

Ένα δένδρο με περίεργο
κορμό

**Μας ενδιαφέρει το ένα
δένδρο ή ο περίεργος
κορμός ;**



εικ.17



ΤΙ ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΕΔΩ;



εικ.18



ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΟΝΤΑΙ ΟΙ Μ.Ε.;

Οι μαθηματικές έννοιες αναφέρονται σε χαρακτηριστικά ή ιδιότητες και κυρίως σε σχέσεις μεταξύ χαρακτηριστικών ή ιδιοτήτων, που **δημιουργούνται ως νοητικές κατασκευές και εισάγονται από τον άνθρωπο στα στοιχεία της πραγματικότητας με στόχο τη νοητική της οργάνωση.**

Οι μαθηματικές έννοιες δηλαδή, είναι προϊόντα ανθρώπινης επινόησης ή εφεύρεσης και όχι ανακάλυψης.



ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ

Το βασικό αυτό χαρακτηριστικό των μαθηματικών εννοιών έχει ως συνέπεια να μην είναι δυνατή η εμπειρική επαλήθευση ή διάψευση των μαθηματικών προτάσεων, των σχέσεων δηλαδή που διατυπώνονται ανάμεσα σε μαθηματικές έννοιες.

Οι προτάσεις αυτές αποκαλούνται στα μαθηματικά **“θεωρήματα”**, δηλαδή θεωρήσεις μιας πραγματικότητας από μια συγκεκριμένη οπτική και όχι **“νόμοι”**, όπως αποκαλούνται οι προτάσεις των φυσικών επιστημών που αναφέρονται άμεσα σε στοιχεία της υλικής πραγματικότητας.



ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ ΑΠΟΔΕΙΞΗΣ

Η επαλήθευση ή η διάψευση των μαθηματικών θεωρημάτων βασίζεται σε διαδικασίες “απόδειξης” τους, δηλαδή σε **τεκμηρίωση της αλήθειας τους στη βάση της λογικής αναγκαιότητας** και όχι σε διαδικασίες εμπειρικής επαλήθευσης ή διάψευσης, όπως είναι τα “πειράματα” των φυσικών επιστημών.



ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Η διασφάλιση όμως της δυνατότητας να αποδεικνύεται η αλήθεια ή μη κάθε μαθηματικής πρότασης που μπορεί να διατυπωθεί, καθιστά αναγκαίο ένα συγκεκριμένο τύπο οργάνωσης των μαθηματικών εννοιών:

σε αξιωματικά συστήματα



ΕΝΑ ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

Θεμελιώδεις ή πρωταρχικές έννοιες μαθηματικές έννοιες που δεν προέρχονται από άλλες έννοιες με λογικές διαδικασίες και που το περιεχόμενό τους δεν είναι αναγκαστικά καθορισμένο

+

αξιώματα

οι καθορισμένες μεταξύ των πρωταρχικών εννοιών σχέσεις και οι βασικές ιδιότητες των σχέσεων αυτών

με λογικές διαδικασίες

παράγωγες έννοιες

θεωρήματα

σχέσεις και
ιδιότητες εννοιών



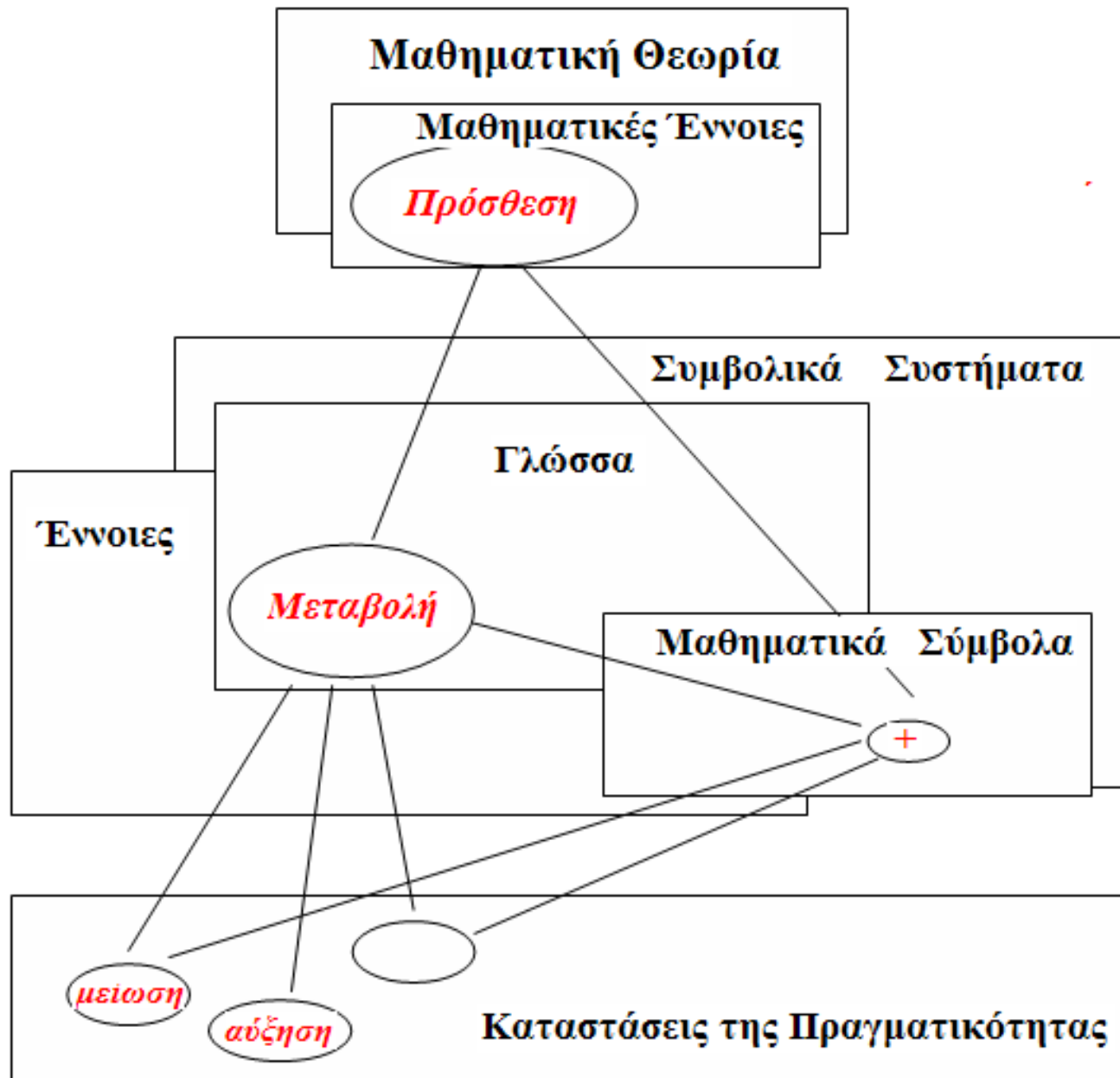
ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Ένα αξιωματικό σύστημα οργάνωσης των μαθηματικών εννοιών, για να διασφαλίζει την αλήθεια των προτάσεων που παράγονται στα πλαίσια του με καθορισμένες λογικές διαδικασίες, θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από

- **Συνέπεια:** δεν προκύπτουν αντιφατικές μεταξύ τους συμπερασματικές προτάσεις.
- **Πληρότητα:** δεν υπάρχουν μαθηματικές προτάσεις που να μην προκύπτουν ως αληθείς ή ψευδείς από τα αξιώματα του και
- **ανεξαρτησία των αξιωμάτων του:** κανένα από τα αξιώματα του συστήματος δεν είναι παράγωγο των άλλων αξιωμάτων.

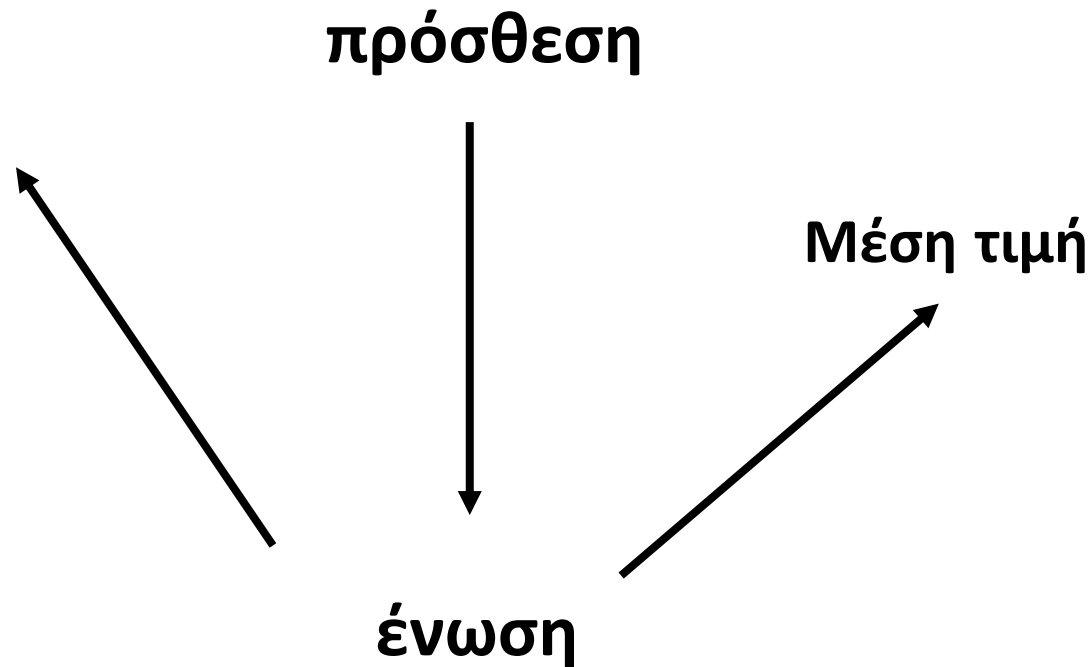


Η αντιστοίχιση των μαθηματικών εννοιών
σε καταστάσεις της πραγματικότητας



ΜΗ ΜΟΝΟΣΗΜΑΝΤΗ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗ

Μη μονοσήμαντη αντιστοίχιση μαθηματικών εννοιών
και κατά στάσεων της πραγματικότητας



ΔΙΑΠΙΣΤΩΣΗ

Από την άποψη της μαθηματικής εκπαίδευσης, ο ιδιόμορφος αυτός χαρακτήρας των μαθηματικών εννοιών καθιστά τη νοητική συγκρότηση τους από τα παιδιά, τα οποία εξαιτίας της ηλικίας τους λειτουργούν νοητικά με βάση τα συγκεκριμένα στο χώρο και το χρόνο στοιχεία της πραγματικότητας, ένα όχι εύκολο εγχείρημα.



Προϋποθέσεις για τη συγκρότηση των λογικο-
μαθηματικών σχέσεων και των μαθηματικών
εννοιών

Η ΓΕΝΝΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ: ΡΙΑΓΕΤ



εικ.19

Η πληρέστερη ίσως μέχρι σήμερα επιστημονική υπόθεση για τη λογική συγκρότηση και ανάπτυξη του ατόμου έχει διατυπωθεί από τον Piaget και την οικοδομίστικη σχολή της Γενεύης



ΒΑΣΙΚΗ ΠΑΡΑΔΟΧΗ

Βασική παραδοχή του θεωρητικού σχήματος του Piaget είναι ότι **η νόηση συνίσταται από λογικά οργανωμένες δομές**, οι οποίες παρέχουν αναπαραστάσεις των στοιχείων της πραγματικότητας στα οποία αναφέρονται.

Μέσα από τις δομές αυτές και με βάση τις λειτουργίες τους ο άνθρωπος κατανοεί, χειρίζεται και μετασχηματίζει την πραγματικότητα.



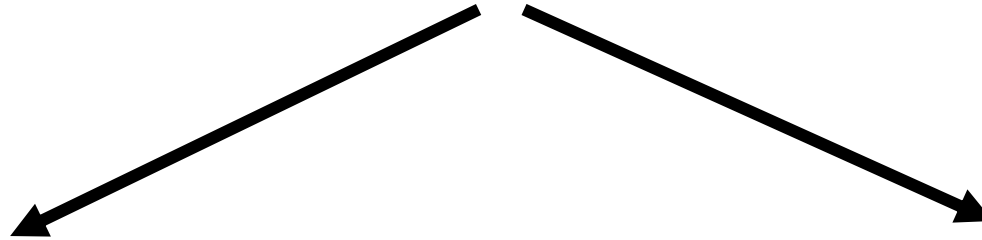
ΝΟΗΤΙΚΕΣ ΔΟΜΕΣ

Οι νοητικές δομές αποτελούν σχετικά ευσταθή συστήματα οργάνωσης της νόησης και βάσεις συγκρότησης των νοητικών ικανοτήτων του ατόμου αλλά ταυτόχρονα λειτουργούν και ως μηχανισμοί απόκτησης νέας γνώσης και ανάπτυξης νέων νοητικών ικανοτήτων.



Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΩΝ ΝΟΗΤΙΚΩΝ ΔΟΜΩΝ

συμμόρφωση



Ενσωμάτωση νέων
γνώσεων σε ήδη
προϋπάρχουσες
συγκροτημένες δομές
(αφομοίωση)

Μετασχηματισμός και
αναδιοργάνωση των
νοητικών δομών ώστε
να καθίσταται δυνατή η
αφομοίωση νέων
γνώσεων
(συμμόρφωση)



ΑΛΛΗΛΟΥΧΙΑ ΦΑΣΕΩΝ

Η ανάπτυξη των νοητικών δομών χαρακτηρίζεται από μια αλληλουχία φάσεων ευστάθειας και αστάθειας.

Κάθε φάση ευστάθειας αντιστοιχεί σε μια διαφορετική ποιότητα, σε μια διαφορετική πληρότητα και σε μια διαφορετική οργάνωση των νοητικών δομών και υποβάλλει και αντίστοιχα διαφορετικές νοητικές ικανότητες και συμπεριφορές.



ΝΟΗΤΙΚΗ ΕΞΕΛΙΞΗ ΤΟΥ ΑΤΟΜΟΥ

Με βάση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των συστημάτων των λογικών νοητικών πράξεων που κυριαρχούν σε κάθε ευσταθή δομική ολότητα περιγράφεται στο θεωρητικό σχήμα του Piaget η νοητική εξέλιξη του ατόμου, η οποία συσχετιζόμενη ταυτόχρονα με τη βιολογική του εξέλιξη και την προοδευτική κοινωνικοποίηση της σκέψης του, διακρίνεται σε τέσσαρες κύριες περιόδους.

- Την περίοδο της αισθησιο-κινητικής νοημοσύνης
- την περίοδο της προ-συλλογιστικής σκέψης,
- την περίοδο των συγκεκριμένων λογικών πράξεων
- την περίοδο των τυπικών λογικών πράξεων



Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΑΙΣΘΗΣΙΟ-ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΝΟΗΜΟΣΥΝΗΣ

- οι νοητικές πράξεις είναι αισθησιο-κινητικές με την έννοια ότι βασίζονται κυρίαρχα στα άμεσα δεδομένα των αισθήσεων και στις κινητικές αντιδράσεις.
- η νοητική λειτουργία έχει πρωταρχικά πραξιακό-εμπειρικό χαρακτήρα χωρίς να εμφανίζει κανένα στοιχείο λογικής συγκρότησης.



ΜΟΝΙΜΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ

**Διαφοροποιεί τον εαυτό του από τους άλλους.
Αναγνωρίζει τον εαυτό του ως δράστη της ενέργειας
και αρχίζει να ενεργεί σκόπιμα.**

Για παράδειγμα, σπρώχνει ένα σύρμα για να θέσει σε κίνηση ένα αντικείμενο που μπορεί να κινηθεί ή κουνάει μια κουδουνίστρα για να κάνει θόρυβο.

**Επιτυγχάνει τη μονιμότητα του αντικειμένου:
αντιλαμβάνεται ότι τα πράγματα συνεχίζουν να
υπάρχουν ακόμα και όταν δεν είναι παρόντα.**



ΜΟΝΙΜΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ - ΑΡΧΙΚΟ ΣΤΑΔΙΟ

Η μονιμότητα των αντικειμένων και η σταθερότητα των χαρακτηριστικών τους στο χώρο.

αρχικό στάδιο:

Ο κόσμος είναι για το παιδί μια σειρά από εξαφανιζόμενες εικόνες χωρίς μονιμότητα.

Τα πρόσωπα και τα αντικείμενα υπάρχουν μόνο όσο βρίσκονται στο οπτικό του πεδίο.

Δεν αναζητά κρυμμένα αντικείμενα.

Ότι δεν φαίνεται δεν υπάρχει



ΜΟΝΙΜΟΤΗΤΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ – ΤΕΛΙΚΟ ΣΤΑΔΙΟ

Η μονιμότητα των αντικειμένων και η σταθερότητα των χαρακτηριστικών τους στο χώρο.

τελικό στάδιο:

Το παιδί κατακτά την αντίληψη της μονιμότητας των αντικειμένων και της σταθερότητας των χαρακτηριστικών τους στο χώρο.

Το αντικείμενο υπάρχει ανεξάρτητα από τοπικούς και χρονικούς προσδιορισμούς.



object permanence1.avi

Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΡΟ-ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ

- Συγκρότηση προ-εννοιών, ασαφών δηλαδή, συγκεχυμένων και ατελών εννοιών βασισμένων σε αυθαίρετες γενικεύσεις τυχαία επιλεγμένων χαρακτηριστικών μεμονωμένων περιπτώσεων
- Συγκρότηση νοητικών πράξεων χωρίς την ιδιότητα της αντιστρεψιμότητας, οι οποίες μπορούν να μετασχηματίσουν ένα σύνολο δεδομένων αλλά δεν μπορούν να επανασχηματίσουν νοητικά την αρχική κατάσταση αναιρώντας ή αντισταθμίζοντας τα αποτελέσματα του μετασχηματισμού.



Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΡΟ- ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ

Μαθαίνει να χρησιμοποιεί τη γλώσσα και να αναπαριστά τα αντικείμενα με εικόνες και λέξεις.

Η σκέψη του είναι ακόμα εγωκεντρική: έχει δυσκολία να λάβει υπόψη του τη γνώμη των άλλων.

Κατηγοριοποιεί τα αντικείμενα με βάση μόνο ένα χαρακτηριστικό:

Για παράδειγμα, βάζει στην ίδια ομάδα όλους τους κόκκινους κύβους ανεξάρτητα από το σχήμα ή όλους τους τετράγωνους κύβους ανεξάρτητα από το χρώμα.



Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΡΟ- ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ

Συστηματική σκέψη με όρους τάξεων (εννοιών) και σχέσεων μεταξύ τάξεων.

Λογικοί συλλογισμοί και συναγωγές συμπερασμάτων βασισμένες σε ομαδοποιήσεις και διακρίσεις τάξεων, σε προσθέσεις, πολλαπλασιασμούς και αντιστοιχίσεις τάξεων και σε ταξινομήσεις και διατάξεις των διαφορών τους.

Κύριο χαρακτηριστικό τους είναι ότι αποτελούν απεικόνιση ένα-προς-ένα των φυσικών πράξεων και με αυτή την έννοια θεωρούνται “συγκεκριμένες”.



Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΡΟ- ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ

Μπορεί να σκέφτεται λογικά για τα αντικείμενα και τα γεγονότα.

Επιτυγχάνει τη διατήρηση του αριθμού (6 ετών), της μάζας (7 ετών) και του βάρους (9 ετών).

Κατηγοριοποιεί τα αντικείμενα με βάση περισσότερα του ενός χαρακτηριστικά και μπορεί να τα σειροθετεί με βάση μόνο μια διάσταση όπως π.χ. το μέγεθος.



Διατήρηση των χαρακτηριστικών ενός αντικειμένου ή ενός συνόλου αντικειμένων

ανεξάρτητα από τις θέσεις τους στο χώρο και την οπτική γωνία θέασης τους



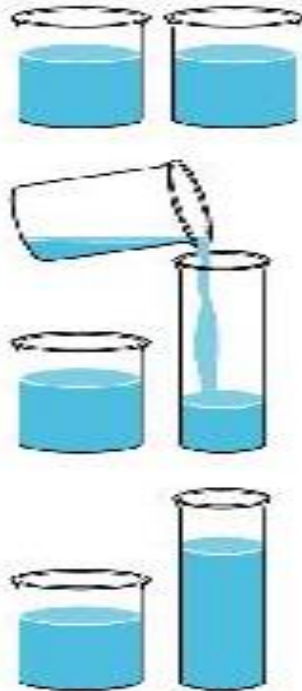
ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ

πλήθος

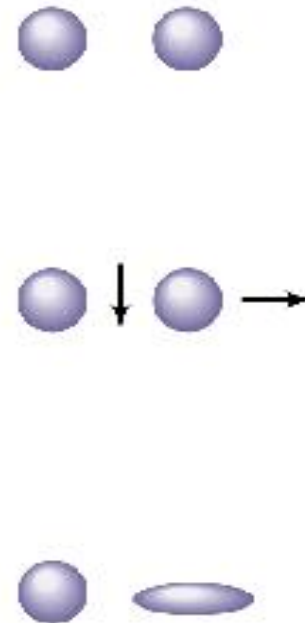


ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ

ποσότητα



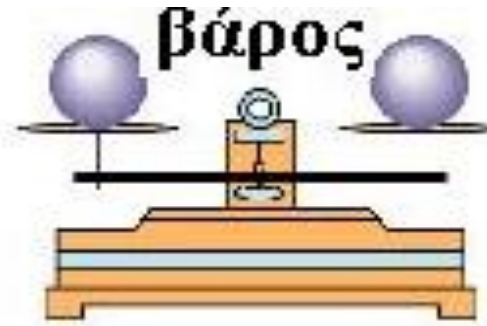
μάζα



ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ μήκος



ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ



Η ΠΕΡΙΟΔΟΣ ΤΩΝ ΤΥΠΙΚΩΝ ΛΟΓΙΚΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ

Οργάνωση των νοητικών πράξεων σε δομημένα σύνολα λογικών πράξεων, πλήρως αποδεσμευμένα από την αναγκαιότητα αναφοράς σε συγκεκριμένα εμπειρικά δεδομένα και επομένως εφαρμόσιμα σε οποιοδήποτε περιεχόμενο.

Με αυτή την έννοια οι νοητικές πράξεις θεωρούνται στο επίπεδο αυτό της νοητικής εξέλιξης “τυπικά λογικές”.



Μπορεί να σκέφτεται λογικά για αφηρημένες
έννοιες και να ελέγχει τις υποθέσεις
συστηματικά.

Αρχίζει να ενδιαφέρεται για υποθετικά,
μελλοντικά και ιδεολογικά προβλήματα.



Τέλος

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Δημήτρης Χασάπης. Δημήτρης Χασάπης. «Λογικο-μαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/ECD101>.



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

- *Εικόνα 1:* www.bonsoni.com, BY-NC-SA, [πηγή](#), flickr.com.
- *Εικόνα 2:* Ray lounge chair, design by Jakob Wagner, www.hay.dk/, BY-NC, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 3:* US CPSC, CC BY, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 4:* Cabo Seagrass Dining Chair SocialWicker www.socialwicker.com, CC BY, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 5:* Stealth Chair, designed by Haldane Martin, Surface patter created by Givan Lotz, Photo Dook, CC BY, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 6:* TemStock - Chair SNIP, CC BY, [σύνδεσμος](#), flickr.com.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (1/2)

- *Εικόνα 7:* Arne Jacobsen Series 7 'ant' chair, CC BY-NC, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 8:* Mid Century Basket Chair - Lounge, Dining, Modern, Retro, Woven, Wicker janelle www.socialwicker.com, CC BY, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 9:* www.bonsoni.com, CC BY-NC-SA, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 10:* US CPSC, West Elm Recalls Dover Dining Table, CC BY, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 11:* www.bonsoni.com, CC BY-NC-SA, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 12:* www.bonsoni.com, CC BY-NC-SA, [σύνδεσμος](#), flickr.com.
- *Εικόνα 13:* Copyright © 2013 restemfl.com. All Rights Reserved. [Σύνδεσμος](#).
- *Εικόνα 15:* CC BY, [σύνδεσμος](#), flickr.com.

