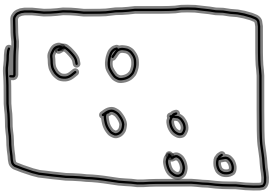
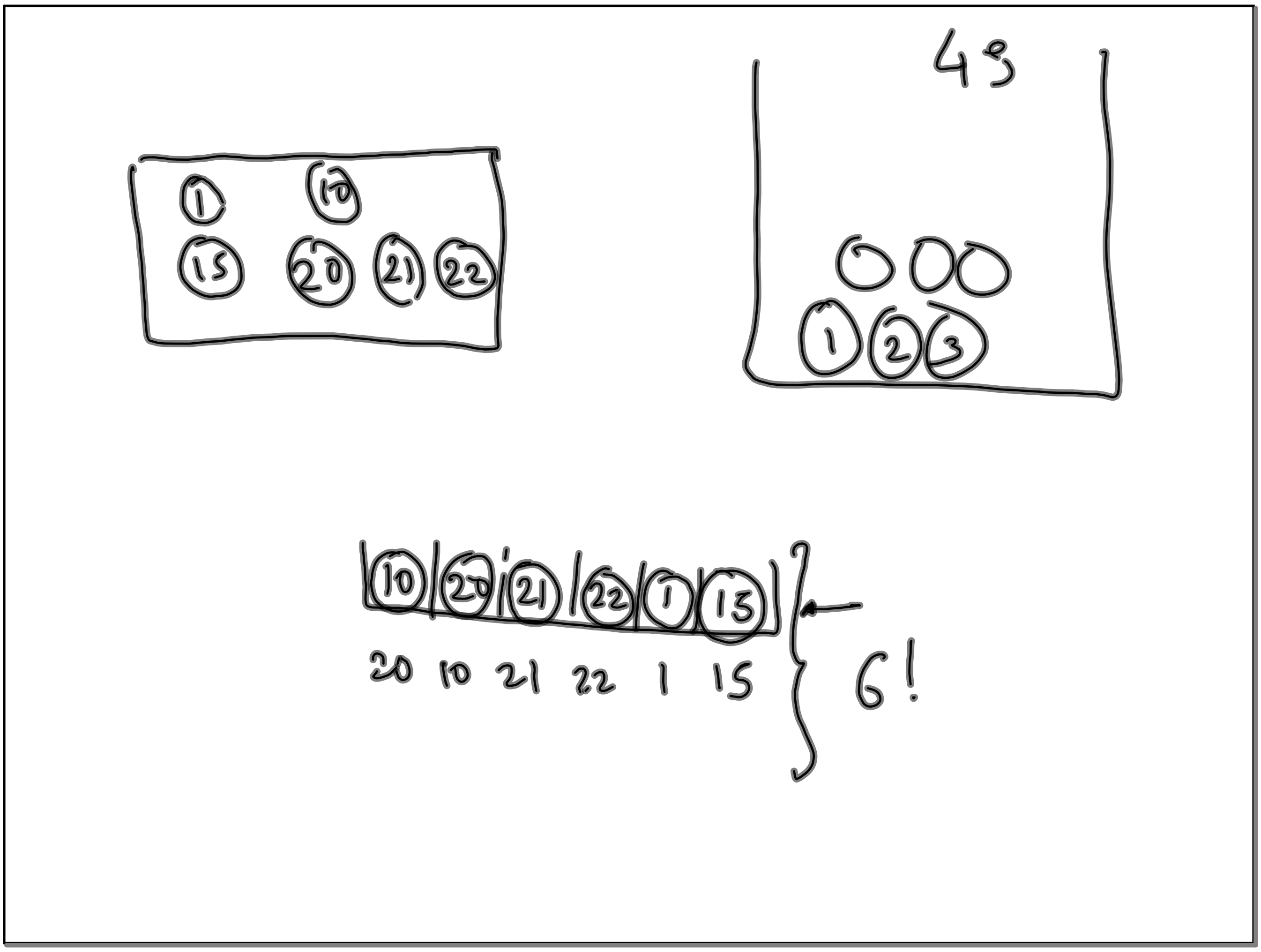
Λόττο 49/6

$$P(\text{εξάρι}) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}}$$

$$= \frac{\text{Διατ 6 ανά 6}}{\text{Διατ. 49 ανά 6}}$$



$$= \frac{6!}{\frac{49!}{(49-6)!}} = \frac{6!\,43!}{49!}$$


1 10
15 20 21 22
49
1 2 3
10 20 21 22 1 15
20 10 21 22 1 15
6!

$$P(\text{εξάρι}) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}}$$

$$= \frac{1}{\binom{49}{6}} = \frac{6!\,43!}{49!}$$

<u>2η Λύση (Πολ/κο νόμο)</u>

$P(\text{εξάρι}) = P(A_1 A_2 \dots A_6)$

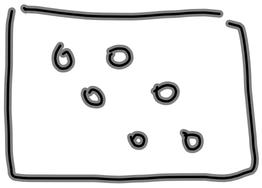
A_i : Η i μπάλα που κληρώνεται είναι ευνοϊκή

$$P(\text{εξάρι}) \overset{\text{πολ/κος νόμος}}{=} P(A_1)\, P(A_2 | A_1)\, P(A_3 | A_1 A_2) \dots P(A_6 | \dots)$$

$$= \frac{6}{49} \cdot \frac{5}{48} \cdot \frac{4}{47} \cdot \frac{3}{46} \cdot \frac{2}{45} \cdot \frac{1}{44}$$

$$= \frac{6!\,43!}{49!}$$

$P(\text{πεντάρι}) = \;;$



<u>1η λύση (συνδ)</u>

$\boxed{49} \downarrow 6$

$$P(\text{πεντάρι}) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}} = \frac{6 \cdot 43}{\binom{49}{6}} .$$

Ευνοϊκή: Στην κλήρωση βγαίναν
5 νούμερα από το δελτίο μου
1 νούμερο από τα άλλα

Ευνοϊκές: $\binom{6}{5}\binom{43}{1} = 6 \cdot 43$

2η (διατ)

$$P(\text{πεντάρι}) = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}}$$

$$= \frac{6 \cdot 43 \cdot \frac{6!}{1!}}{\frac{49!}{43!}} = \frac{6 \cdot 43}{\binom{49}{6}}$$

0	x	0	0	0	0

0 : νουμ. δελτίου
x : σκάρτο

Οκτ 22-4:04 μμ

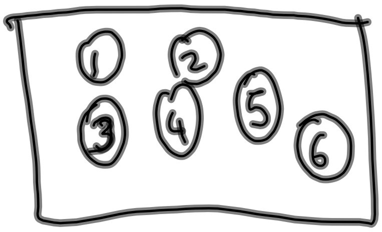
Μια ευνοϊκή σχηματισ.
σε στάδια

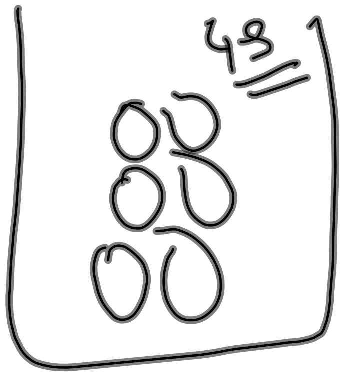
$1^{\underline{o}}$ σταδ: Σειρά εξαγωγής της μπάλας που δεν είναι στο δελτίο : 6 επιλ.

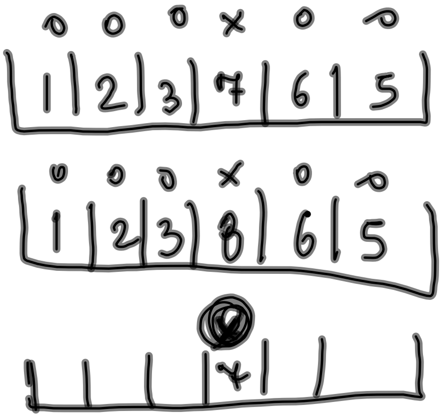
$2^{\underline{o}}$ σταδ: Ποια είναι η μπάλα που δεν είναι στο δελτ : 43 επιλ.

$3^{\underline{o}}$ σταδ: επιλ + τοποθ. 5 νούμερων από τα 6 του δελτίου : $\frac{6!}{(6-5)!}$ επιλ

$\lfloor \; | \times | \; | \; | \; | \; \rfloor$







5 νουμ 1 ως 6

1 νουμ 7 ως 49

$$6 \times 43 \times \frac{6!}{5!}$$

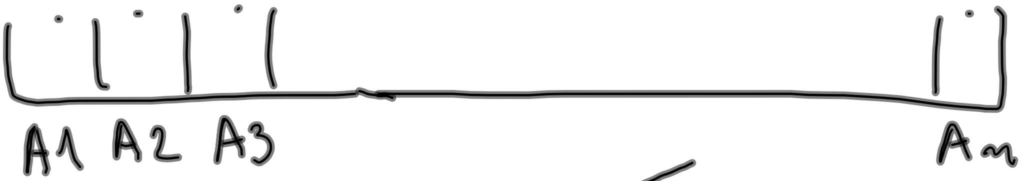
Το προβλ. των γενεθλίων

n άτομα

$p_n = P($τουλ. 2 γεν. την ίδια μέρα$)$

$$= 1 - \underbrace{P(\text{όλα τα άτομα γεν. σε διαφορ. μέρες})}_{q_n}$$

$$q_n = \frac{\text{ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}} = \frac{\text{Διατ. 365 ανά } n}{365^n}$$



$$q_n = \frac{365!/(365-n)!}{365^n}$$

$$p_n = 1 - q_n = 1 - \frac{365!}{365^n(365-n)!}$$

$2^{\text{ος}}$ τρόπος (πολ/κος νόμος)

$$q_n = P(A_1 A_2 \dots A_n)$$

A_i: ο ανθ i έχει γεν. σε διαφ μέρα από τους προηγ. $1, 2, \dots, i-1$

$$q_n = \underbrace{P(A_1)}\,\underbrace{P(A_2 | A_1)}\,\underbrace{P(A_3 | A_1 A_2)} \cdots P(A_n | A_1 \dots A_{n-1})$$

$$= 1 \quad \frac{364}{365} \quad \frac{363}{365} \; \frac{362}{365} \cdots \frac{(365-n)}{365}$$

Το προβλ. των συναντήσεων

P(όλοι να πάρουν το βιβλίο τους)

$$= P(A_1 A_2 A_3 \cdots A_n)$$

A_i : Ο παιδ. i παίρνει το βιβλίο του

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1) P(A_2 | A_1) P(A_3 | A_1 A_2) \cdots P(A_n | \ldots)$$

$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{n-2} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{n!} \to 0$$

P(οι 1, 2, ..., k να πάρουν το βιβλίο τους)

$$= P(A_1 A_2 \cdots A_k)$$

$$= \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \ldots \cdot \frac{1}{n-k+1} = \frac{1}{\frac{n!}{(n-k)!}} = \frac{(n-k)!}{n!}$$

$$P(A_i) = \frac{(n-1)!}{n!} \qquad P(A_i A_j) = \frac{(n-2)!}{n!}$$

$$P(A_i A_j A_k) = \frac{(n-3)!}{n!}$$

$P($ κανείς να μην πάρει το βιβλίο του $)$

$= P(A_1^c A_2^c \cdots A_n^c)$

$= P((A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)^c)$

$= 1 - P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n)$

$= 1 - \sum_i P(A_i) + \sum_{i,j} P(A_i A_j) - \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k)$

Αρχή εγκλ- αποκλεισμού

$$= 1 - \binom{n}{1} \cdot \frac{(n-1)!}{n!} + \binom{n}{2} \frac{(n-2)!}{n!}$$

$$- \binom{n}{3} \frac{(n-3)!}{n!} + - + - \quad + (-1)^n \binom{n}{n} \frac{(n-n)!}{n!}$$

$$= 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{1}{n!}$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \frac{(-1)^k}{k!} \xrightarrow{n \to \infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$