Πιθανότητες και Στατιστική

Ενότητα 3:
Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

Αντώνιος Οικονόμου

Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Αθήνα 2015

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Ορισμοί

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της X.
- $E[X^n]$: n-οστή ροπή της X.

Ορισμοί

- X τ.μ. με σμπ. $p_X(x) = P(X = x)$.
- $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνάρτηση.
- $g(X)$: τ.μ., συνάρτηση της X.
- $E[X] = \sum_x x p_X(x)$: μέση τιμή της X.
- $Var(X) = E[(X - E(X))^2]$: διασπορά της X.
- $\sigma_X = \sqrt{Var(X)}$: Τυπική απόκλιση της X.
- $E[X^n]$: n-οστή ροπή της X.
- $E[(X - E[X])^n]$: n-οστή κεντρική ροπή της X.

Βασικά αθροίσματα

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots + t^n = \sum_{i=0}^{n} t^i = \frac{1 - t^{n+1}}{1 - t}.$$

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots + t^n = \sum_{i=0}^{n} t^i = \frac{1 - t^{n+1}}{1 - t}.$$

- Διωνυμικό ανάπτυγμα:

Βασικά αθροίσματα

- Αριθμητική πρόοδος:

$$0 + 1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$

- Γεωμετρική πρόοδος:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots + t^n = \sum_{i=0}^{n} t^i = \frac{1 - t^{n+1}}{1 - t}.$$

- Διωνυμικό ανάπτυγμα:

$$\binom{n}{0} t^0 + \binom{n}{1} t^1 + \binom{n}{2} t^2 + \cdots + \binom{n}{n} t^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} t^i = (1+t)^n.$$

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n.$$

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \cdots + \binom{n}{n} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} = 2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}=2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

$$\binom{r}{0}\binom{s}{n}+\binom{r}{1}\binom{s}{n-1}+\binom{r}{2}\binom{s}{n-2}+\cdots+\binom{r}{n}\binom{s}{0}$$

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}=2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

$$\binom{r}{0}\binom{s}{n}+\binom{r}{1}\binom{s}{n-1}+\binom{r}{2}\binom{s}{n-2}+\cdots+\binom{r}{n}\binom{s}{0}$$

$$=\textstyle\sum_{i=0}^{n}\binom{r}{i}\binom{s}{n-i}=\binom{r+s}{n}.$$

Αθροίσματα διωνυμικών συντελεστών

- Άθροισμα διωνυμικών συντελεστών:

$$\binom{n}{0}+\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\cdots+\binom{n}{n}=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}=2^n.$$

- Άθροισμα Cauchy:

$$\binom{r}{0}\binom{s}{n}+\binom{r}{1}\binom{s}{n-1}+\binom{r}{2}\binom{s}{n-2}+\cdots+\binom{r}{n}\binom{s}{0}$$

$= \sum_{i=0}^{n}\binom{r}{i}\binom{s}{n-i}=\binom{r+s}{n}$. Ειδικότερα: $\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}^2=\binom{2n}{n}$.

Βασικές σειρές

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1$$

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1$$

- Εκθετική σειρά:

Βασικές σειρές

- Γεωμετρική σειρά:

$$t^0 + t^1 + t^2 + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} t^i = \frac{1}{1-t}, |t| < 1$$

- Εκθετική σειρά:

$$\frac{t^0}{0!} + \frac{t^1}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \cdots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{t^i}{i!} = e^t.$$

Ιδιότητες

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:

$$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x).$$

Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x) p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$
$$Var[aX + b] = a^2 Var[X].$$

Ιδιότητες

- Μέση τιμή συνάρτησης τ.μ.:
$$E[g(X)] = \sum_x g(x)p_X(x).$$
Προσοχή !!!: $E[g(X)] \neq g(E[X])$.
- Μέση τιμή και διασπορά γραμμικής συνάρτησης τ.μ.:
$$E[aX + b] = aE[X] + b.$$
$$Var[aX + b] = a^2 Var[X].$$
- Εναλλακτικός τύπος υπολογισμού διασποράς τ.μ.:
$$Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2.$$

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).
- Σμπ:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p, & \text{αν } x = 0, \\ p, & \text{αν } x = 1. \end{cases}$$

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).
- Σμπ:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p, & \text{αν } x = 0, \\ p, & \text{αν } x = 1. \end{cases}$$

- $E[X] = ;, Var(X) = ;$

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\mathrm{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \ k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n,p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\mathrm{Bin}(n,p)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k},\ k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

- $E[X] = ;, Var(X) =;$

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\mathrm{Geom}(p)$.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\mathrm{Geom}(p)$.
- Σμπ:
$$p_X(k) = (1-p)^{k-1}p, \; k = 1, 2, 3, \ldots .$$

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την Geom(p).
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, Geom(p).
- Σμπ:
$$p_X(k) = (1-p)^{k-1}p, \;\; k = 1, 2, 3, \ldots .$$
- $E[X] = ;, Var(X) =;$

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).
- Σμπ:

$$p_X(k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).
- Σμπ:

$$p_X(k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ k = 0, 1, 2, \ldots .$$

- $E[X] = ;,\ Var(X) =;$

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή $\text{Uniform}(\{1, 2, \ldots, n\})$.

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή Uniform$(\{1, 2, \ldots, n\})$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{1}{n}, \; k = 1, 2, \ldots, n.$$

Η ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή στο $\{1, 2, \ldots, n\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $1, 2, \ldots, n$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή Uniform$(\{1, 2, \ldots, n\})$.
- Σμπ:
$$p_X(k) = \frac{1}{n}, \; k = 1, 2, \ldots, n.$$
- $E[X] =$;, $Var(X) =$;

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή $\text{Uniform}(\{a, a+1, \ldots, b\})$.

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή $\text{Uniform}(\{a, a+1, \ldots, b\})$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{1}{b-a+1}, \; k = a, a+1, \ldots, b.$$

Η ομοιόμ. τυχαία μεταβλητή στο $\{a, a+1, \ldots, b\}$

- Πείραμα τύχης: Τυχαία επιλογή αριθμού από τους $a, a+1, \ldots, b$.
- X: Ο αριθμός που επιλέχθηκε.
- Η X ακολουθει την κατανομή $\text{Uniform}(\{a, a+1, \ldots, b\})$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{1}{b-a+1}, \; k = a, a+1, \ldots, b.$$

- $E[X] = ;, \; Var(X) =;$

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N - m$ μάυρα.

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N - m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N-m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.
- Η X ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή $\mathrm{Hypergeom}(n, N, m)$.

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N-m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.
- Η X ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή $\mathrm{Hypergeom}(n, N, m)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{\binom{m}{k}\binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \; k = 0, 1, \ldots, n.$$

Η υπεργεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Εξαγωγή, χωρίς επανάθεση, n σφαιριδίων από κάλπη που περιέχει N σφαιρίδια, εκ των οποίων m λευκά και $N-m$ μάυρα.
- X: Αριθμός εξαχθέντων λευκών σφαιριδίων.
- Η X ακολουθεί την υπεργεωμετρική κατανομή $\text{Hypergeom}(n, N, m)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \frac{\binom{m}{k}\binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}}, \; k = 0, 1, \ldots, n.$$

- $E[X] = ;, Var(X) =;$

Μελέτη

Μελέτη

Μπερτσεκάς, Δ.Π. και Τσιτσικλής, Γ.Ν. (2013) Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής, Εκδόσεις Τζιόλα.

- Θεωρία:

  2.4 Μέση Τιμή και Διασπορά

- Ασκήσεις:

  Να υπολογιστούν οι μέσες τιμές και οι διασπορές των κλασικών κατανομών που περιέχονται σε αυτές τις διαφάνειες και δεν λύθηκαν στην τάξη.

Τέλος Διαλέξεως

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «*Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών*» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών 2015. Αντώνιος Οικονόμου. «Πιθανότητες και Στατιστική. Διακριτές τυχαίες μεταβλητές». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: http://opencourses.uoa.gr/courses/DI46/.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.