Πιθανότητες και Στατιστική

Ενότητα 3:
Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

Αντώνιος Οικονόμου

Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Αθήνα 2015

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.
- $P(X \leq x)$: Συνάρτηση κατανομής τυχαίας μεταβλητής.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.
- $P(X \leq x)$: Συνάρτηση κατανομής τυχαίας μεταβλητής.
- Συμβολισμός: Κεφαλαία γράμματα για τις τ.μ.

Ορισμός τυχαίας μεταβλητής

- Έστω πείραμα τύχης $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.
- Τυχαία μεταβλητή = αριθμητικό χαρακτηριστικό πειράματος τύχης.
- Τυχαία μεταβλητή = συνάρτηση $X : \Omega \to \mathbb{R}$.
- $P(X = x)$: Συνάρτηση πιθανότητας τυχαίας μεταβλητής.
- $P(X \leq x)$: Συνάρτηση κατανομής τυχαίας μεταβλητής.
- Συμβολισμός: Κεφαλαία γράμματα για τις τ.μ.
  Μικρά γράμματα για τις τιμές των τ.μ.

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

Παράδειγμα 1: 3 ρίψεις νομίσματος

- Π.χ. Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- X = Πλήθος K.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ
  ($Y = 3$ αν δεν εμφανιστούν γράμματα).

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- $X =$ Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Συνάρτηση κατανομής της X, $F_X(x) = P(X \leq x)$:

Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

- X = Πλήθος K σε 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$X(\omega)$	3	2	2	1	2	1	1	0

- Συνάρτηση πιθανότητας της X, $p_X(x) = P(X = x)$:
  $P(X = 0) = P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{8}$.
  $P(X = 1) = P(\{K\Gamma\Gamma, \Gamma K\Gamma, \Gamma\Gamma K\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 2) = P(\{KK\Gamma, K\Gamma K, \Gamma KK\}) = \frac{3}{8}$.
  $P(X = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Συνάρτηση κατανομής της X, $F_X(x) = P(X \leq x)$:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1/8 & 0 \leq x < 1 \\ 4/8 & 1 \leq x < 2 \\ 7/8 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3. \end{cases}$$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) =$;

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) =$; ;

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ; \; ; \; ;$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \dfrac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- $X =$ Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \dfrac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- $X =$ Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \dfrac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}} = \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- $X =$ Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- $X =$ Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X\leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X\leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{\pi x^2}{\pi} = x^2,\ 0 \leq x \leq 1.$

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = ;\ ;\ ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X\leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$
  $= \frac{\pi x^2}{\pi} = x^2,\ 0 \leq x \leq 1.$
- Στα πειράματα με συνεχή δειγματικό χώρο η συνάρτηση πιθανότητας δεν δίνει πληροφορία.

Παράδειγμα 2: Ρίψη βέλους σε κυκλικό στόχο

- Πείραμα τύχης: Επιλογή σημείου στο μοναδιαίο δίσκο.
- X = Απόσταση σημείου από το κέντρο.
- $P(X = x) = \, ; \; ; \; ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X=x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$ $= \frac{0}{\pi} = 0.$
- $P(X \leq x) = \, ; \; ; \; ; = \frac{\text{Εμβαδόν ενδεχομένου } \{X \leq x\}}{\text{Εμβαδόν δειγματικού χώρου}}$ $= \frac{\pi x^2}{\pi} = x^2, \, 0 \leq x \leq 1.$
- Στα πειράματα με συνεχή δειγματικό χώρο η συνάρτηση πιθανότητας δεν δίνει πληροφορία.
- Η συνάρτηση κατανομής δίνει πληροφορία πάντα.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) $=$ Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή = Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) $=$ Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. $=$ Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή $=$ Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) = Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. = Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή = Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά = Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) $=$ Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. $=$ Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή $=$ Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά $=$ Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.
  Πόσο απλωμένες είναι οι τιμές της;

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) $=$ Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. $=$ Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή $=$ Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά $=$ Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.
  Πόσο απλωμένες είναι οι τιμές της;
- Μια τυχαία μεταβλητή μπορεί να δεσμευθεί από γεγονός ή τ.μ.

Βασικές έννοιες τυχαίων μεταβλητών

- Τυχαία μεταβλητή (τ.μ.) $=$ Συνάρτηση $\Omega \to \mathbb{R}$.
- Συνάρτηση τ.μ. $=$ Νέα τ.μ. προσδιορ. από την αρχική.
- Μέση τιμή $=$ Αριθμός - Μέτρο θέσης της τ.μ.
  Γύρω από πού κινούνται οι τιμές της;
- Διασπορά $=$ Αριθμός - Μέτρο διακύμανσης της τ.μ.
  Πόσο απλωμένες είναι οι τιμές της;
- Μια τυχαία μεταβλητή μπορεί να δεσμευθεί από γεγονός ή τ.μ.
- Υπάρχει η έννοια ανεξάρτητων τ.μ.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών:

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.:

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).
  2. $\sum_x p_X(x) = 1$ (κανονικοποίηση).

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).
  2. $\sum_x p_X(x) = 1$ (κανονικοποίηση).
- Πιθανότητα ενδεχομένου S για τιμές τ.μ.

Διακριτές τυχαίες μεταβλητές

- Τ.μ. διακριτή $\Leftrightarrow$ Έχει το πολύ αριθμήσιμο πλήθος τιμών: Υπάρχουν $x_0, x_1, x_2, \ldots$ ώστε $P(X \in \{x_0, x_1, \ldots\}) = 1$.
- Η συνάρτηση (μάζας) πιθανότητας (σπ. ή σμπ.) δίνει τις πιθανότητες των δυνατών τιμών της τ.μ.: $p_X(x) = P(X = x)$, $x = x_0, x_1, \ldots$.
- Ιδιότητες της σμπ:
  1. $p_X(x) \geq 0$, για κάθε x (μη-αρνητικότητα).
  2. $\sum_x p_X(x) = 1$ (κανονικοποίηση).
- Πιθανότητα ενδεχομένου S για τιμές τ.μ. $P(X \in S) = \sum_{x \in S} p_X(x)$.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
  2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
    1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
    2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.
- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου για μια τ.μ.:

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
  2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.
- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου για μια τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τις τιμές της X που αντιστοιχούν στο ενδεχόμενο.

Υπολογισμός σμπ. τ.μ. - πιθανοτήτων

- Για τον υπολογισμό της σμπ. μιας τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τα δειγματικά σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε τιμή της X.
  2. Προσθέτουμε τις τιμές τους.
- Για τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου για μια τ.μ.:
  1. Συλλέγουμε τις τιμές της X που αντιστοιχούν στο ενδεχόμενο.
  2. Τις προσθέτουμε.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- $Y =$ Πλήθος K ως τα πρώτα Γ

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma KK\}) + P(\{\Gamma K\Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
$P(Y=0)$
$= P(\{\Gamma KK\}) + P(\{\Gamma K\Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
$P(Y=1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
$P(Y=2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
$P(Y=3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y=0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y=1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y=2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y=3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y$ άρτιος$) =$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y \text{ άρτιος}) = P(Y = 0) + P(Y = 2) = \frac{5}{8}$.

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma KK\}) + P(\{\Gamma K\Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y \text{ άρτιος}) = P(Y = 0) + P(Y = 2) = \frac{5}{8}$.
  $P(Y > 0) =$

Παράδειγμα

- Τυχαίο πείραμα: 3 ρίψεις δίκαιου νομίσματος.
- Y= Πλήθος K ως τα πρώτα Γ ($Y = 3$ αν δεν εμφ. γράμ)

ω	ΚΚΚ	ΚΚΓ	ΚΓΚ	ΚΓΓ	ΓΚΚ	ΓΚΓ	ΓΓΚ	ΓΓΓ
$Y(\omega)$	3	2	1	1	0	0	0	0

- Σμπ. της Y:
  $P(Y = 0)$
  $= P(\{\Gamma K K\}) + P(\{\Gamma K \Gamma\}) + P(\{\Gamma\Gamma K\}) + P(\{\Gamma\Gamma\Gamma\})$
  $= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$,
  $P(Y = 1) = P(\{K\Gamma K\}) + P(\{K\Gamma\Gamma\}) = \frac{1}{4}$,
  $P(Y = 2) = P(\{KK\Gamma\}) = \frac{1}{8}$,
  $P(Y = 3) = P(\{KKK\}) = \frac{1}{8}$.
- Πιθανότητες ενδεχομένων:
  $P(Y$ άρτιος$) = P(Y = 0) + P(Y = 2) = \frac{5}{8}$.
  $P(Y > 0) = P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3) = \frac{4}{8}$.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).

Η δίτιμη τυχαία μεταβλητή Bernoulli

- Πείραμα τύχης με 2 αποτελέσματα: επιτυχία, αποτυχία.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών σε 1 δοκιμή.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Bernoulli(p).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Bernoulli(p).
- Σμπ:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1-p, & \text{αν } X = 0, \\ p, & \text{αν } X = 1. \end{cases}$$

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\text{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\text{Bin}(n, p)$.

Η διωνυμική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος επιτυχιών στις n δοκιμές.
- Η X ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Η X είναι διωνυμική τυχαία μεταβλητή $\mathrm{Bin}(n, p)$.
- Σμπ:

$$p_X(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \ k = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- X = Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\text{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\text{Geom}(p)$.

Η γεωμετρική τυχαία μεταβλητή

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- $X =$ Πλήθος δοκιμών ως την 1η επιτυχία.
- $X \sim$ γεωμετρική κατανομή στο $\mathbb{N}$, την $\mathrm{Geom}(p)$.
- Η X είναι η γεωμετρική τ.μ. στο $\mathbb{N}$, $\mathrm{Geom}(p)$.
- Σμπ:
$$p_X(k) = (1-p)^{k-1}p, \ k = 1, 2, 3, \ldots.$$

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- $X =$ Πλήθος επιτυχιών.

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).

Η τυχαία μεταβλητή Poisson

- Πείραμα τύχης: Ακολουθία n δοκιμών Bernoulli.
- Πιθανότητα επιτυχίας p.
- Μεγάλο n, μικρή p, έτσι ώστε $\lambda = np$.
- X = Πλήθος επιτυχιών.
- Η X ακολουθεί την κατανομή Poisson(λ).
- Η X είναι τυχαία μεταβλητή Poisson(λ).
- Σμπ:
$$p_X(k) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ k = 0, 1, 2, \ldots .$$

Άλλες κλασικές κατανομές

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.
- Η αρνητική διωνυμική κατανομη.

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.
- Η αρνητική διωνυμική κατανομη.
- Άλλες αρνητικές διωνυμικές κατανομες.

Άλλες κλασικές κατανομές

- Η ομοιόμορφη διακριτή κατανομή.
- Άλλες γεωμετρικές κατανομές.
- Η αρνητική διωνυμική κατανομη.
- Άλλες αρνητικές διωνυμικές κατανομες.
- Η υπεργεωμετρική κατανομή.

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X = x) = c\frac{\lambda^x}{x!}, \ x = 0, 1, 2, \ldots$.

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X = x) = c\frac{\lambda^x}{x!},\ x = 0, 1, 2, \ldots$.
- $c =$;

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X=x)=c\frac{\lambda^x}{x!},\ x=0,1,2,\ldots$.
- $c=$;
- $P(X=0)=$;

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X = x) = c\frac{\lambda^x}{x!},\ x = 0, 1, 2, \ldots.$
- $c =$;
- $P(X = 0) =$;
- $P(X \geq 2) =$;

Άσκηση 1: Υπολογ. πιθανοτήτων διακριτής τ.μ.

- X= Πλήθος επισκεπτών καταστήματος σε 1 μέρα.
- $P(X = x) = c\frac{\lambda^x}{x!},\ x = 0, 1, 2, \ldots.$
- $c =$;
- $P(X = 0) =$;
- $P(X \geq 2) =$;
- $P(X = 3|X \geq 2) =$;

Μελέτη

Μελέτη

Μπερτσεκάς, Δ.Π. και Τσιτσικλής, Γ.Ν. (2013) Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής, Εκδόσεις Τζιόλα.

- Θεωρία:

  2.1 Βασικές έννοιες
  2.2 Συναρτήσεις μάζας πιθανότητας

- Ασκήσεις:

  2.2 Προβλήματα 1, 2, 4, 7, 8

Τέλος Διαλέξεως

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «*Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών*» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.