Πιθανότητες και Στατιστική
Ενότητα 2:
Δεσμευμένη πιθανότητα και στοχαστική ανεξαρτησία

Αντώνιος Οικονόμου

Σχολή Θετικών Επιστημών
Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Αθήνα 2015

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$
\begin{aligned}
P(A_1 A_2 \ldots A_n) &= P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2) \\
&\quad \cdots P(A_n|A_1 A_2 \cdots A_{n-1}).
\end{aligned}
$$

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$P(A_1 A_2 \ldots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2) \cdots P(A_n|A_1 A_2 \cdots A_{n-1}).$$

- **Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας:**

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$\begin{aligned} P(A_1A_2\dots A_n) &= P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2) \\ &\quad \cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}). \end{aligned}$$

- **Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας:**
  $A_1, A_2, \dots$ ξένα ανά δύο (ασυμβίβ.) και $\cup_{i=1}^{\infty} A_i = \Omega \Rightarrow$

$$P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)P(B|A_i).$$

- **Κανόνας του Bayes:**

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2 \ldots A_n) &= P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2) \\ &\quad \cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}). \end{aligned}$$

- **Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας:**
$A_1, A_2, \ldots$ ξένα ανά δύο (ασυμβίβ.) και $\cup_{i=1}^{\infty} A_i = \Omega \Rightarrow$

$$P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)P(B|A_i).$$

- **Κανόνας του Bayes:**

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}.$$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k

  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) =$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 =$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k $= n \cdot n \cdot n \cdots n =$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k

$$=$$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k

  $= \binom{n}{k}$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
$= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
$= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
$= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
$= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!}$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
  $= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
  $= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία
  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
  $= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία
  $= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
  $= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία
  $= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων k ειδών στοιχείων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ με $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$
  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
  $= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία
  $= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων k ειδών στοιχείων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ με $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$
  $= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης.

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε;

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\frac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} =;$

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\frac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} = ;\ ;$

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\frac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} =; \; ; \; ;$

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\frac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} =; \; ; \; ;$

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P(\text{1ο λευκό και συνολικά } k \text{ λευκά})$=;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)=$; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)=$; ; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)=$; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)=$; ; ;
- $p_3 = P($1ο λευκό$|$συνολικά k λευκά$)=$;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_3 = P($1ο λευκό$|$συνολικά k λευκά$)$=; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_3 = P($1ο λευκό$|$συνολικά k λευκά$)$=; ; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P(\text{1ο λευκό και συνολικά } k \text{ λευκά}) = ;\ ;\ ;$
- $p_2 = P(\text{συνολικά } k \text{ λευκά}) = ;\ ;\ ;$
- $p_3 = P(\text{1ο λευκό} | \text{συνολικά } k \text{ λευκά}) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{ μόνο γράμματα})$=;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα}) = ;$;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P($ζαριά $= 3$, μόνο γράμματα$)=$; ; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{ μόνο γράμματα}) =$; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα}) =$;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα})$=; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα})$=; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα})$=; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα})$=; ; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{ μόνο γράμματα}) =$; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα}) =$; ; ;
- $p_3 = P(\text{ζαριά} = 3 | \text{μόνο γράμματα}) =$;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα}) =$; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα}) =$; ; ;
- $p_3 = P(\text{ζαριά} = 3 | \text{μόνο γράμματα}) =$; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα}) =$; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα}) =$; ; ;
- $p_3 = P(\text{ζαριά} = 3 | \text{μόνο γράμματα}) =$; ; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα})$=; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα})$=; ; ;
- $p_3 = P(\text{ζαριά} = 3 | \text{μόνο γράμματα})$=; ; ;

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) = ;$

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) = ;$;

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) =$; ; ;

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 ``χρώματα'' ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό,
  π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά,
  π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;
- $P(\text{Φουλ}) =$;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;
- $P(\text{Φουλ}) =$; ;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;
- $P(\text{Φουλ}) =$; ; ;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;
- $P(\text{Φουλ}) =$; ; ;
- $P($Όλα διαφορετικά νούμερα $) =$;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;
- $P(\text{Φουλ}) =$; ; ;
- $P(\text{Όλα διαφορετικά νούμερα })$ = ; ;

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Φουλ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Όλα διαφορετικά νούμερα }) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Φουλ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Όλα διαφορετικά νούμερα}) = ;\ ;\ ;$

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 “χρώματα” ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 Α)=;

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 A)=; ;

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 A)=; ; ;

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 Α)=; ; ;

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- $P(\text{η πόρτα ανοίγει μέχρι την } k \text{ δοκιμή}) =$;

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- $P(\text{η πόρτα ανοίγει μέχρι την } k \text{ δοκιμή}) = ;\ ;$

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- $P(\text{η πόρτα ανοίγει μέχρι την } k \text{ δοκιμή}) = ;\ ;\ ;$

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- $P($η πόρτα ανοίγει μέχρι την k δοκιμή$) =$; ; ;

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) =$;

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) =$; ;

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) = ;\ ;\ ;$

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) =$; ; ;

Μελέτη

Μελέτη

Μπερτσεκάς, Δ.Π. και Τσιτσικλής, Γ.Ν. (2013) Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής, Εκδόσεις Τζιόλα.

- Θεωρία:

  1.3 Δεσμευμένη Πιθανότητα
  1.4 Θεώρημα Συνολικής Πιθανότητας και ο Κανόνας του Bayes
  1.5 Ανεξαρτησία
  1.6 Αρίθμηση
  1.7 Σύνοψη και Συζήτηση
  Προβλήματα

- Ασκήσεις:

  Οι ασκήσεις που περιέχονται σε αυτές τις διαφάνειες και δεν λύθηκαν στην τάξη.

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «*Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών*» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών 2015. Αντώνιος Οικονόμου. «Πιθανότητες και Στατιστική. Δεσμευμένη πιθανότητα και στοχαστική ανεξαρτησία». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
http://opencourses.uoa.gr/courses/DI46/.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.