

Τριγωνομετρικοί αριθμοί					
Γωνία	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin(\varphi)$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos(\varphi)$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\tan(\varphi)$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$

Τριγωνομετρικές ταυτότητες	
$\cos(x \pm y) = \cos(x)\cos(y) \mp \sin(x)\sin(y)$	$\sin(x \pm y) = \sin(x)\cos(y) \pm \cos(x)\sin(y)$
$\cos\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp \sin(x)$	$\sin\left(x \pm \frac{\pi}{2}\right) = \pm \cos(x)$
$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$	$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$
$2\cos(x) = e^{jx} + e^{-jx}$	$2j\sin(x) = e^{jx} - e^{-jx}$
$2\cos(x)\cos(y) = \cos(x-y) + \cos(x+y)$	
$2\sin(x)\sin(y) = \cos(x-y) - \cos(x+y)$	
$2\sin(x)\cos(y) = \sin(x-y) + \sin(x+y)$	
$2\cos^2(x) = 1 + \cos(2x)$	$2\sin^2(x) = 1 - \cos(2x)$
$A\cos(x) - B\sin(x) = R\cos(x+\theta)$	
όπου: $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ και $\theta = \tan^{-1}(B/A)$ ή $A = R\cos(\theta)$ και $B = R\sin(\theta)$	

Στοιχεία ηλεκτρικών κυκλωμάτων	
Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει αγωγό είναι. Όπου $Q(t)$ είναι το φορτίο που διέρχεται από τον αγωγό.	$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$
Η τάση $v_R(t)$ στα άκρα μιας ωμικής αντίστασης $R$ , που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i(t)$ , είναι	$v_R(t) = R i(t)$
Η τάση $v_L(t)$ στα άκρα πηνίου, αυτεπαγωγής $L$ , που διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i(t)$ είναι	$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
Η ένταση του ρεύματος φόρτισης ενός πυκνωτή είναι. Όπου $C$ είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή.	$i(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$
Η χωρητικότητα $C$ πυκνωτή ορίζεται από τη σχέση. Όπου $Q_C$ είναι το φορτίο του πυκνωτή και $v_C$ η τάση στα άκρα του.	$C = \frac{Q_C}{v_C}$

Σχέση του Euler	$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$
$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$	$\sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$

Συνάρτηση Δειγματοληψίας	
	$\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

Εκθετική σειρά Fourier	
$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}, t \in [t_0, t_0 + T]$	Εξίσωση σύνθεσης
$a_k = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$	Εξίσωση ανάλυσης

Ανάπτυγμα σε εκθετική σειρά του περιοδικού ορθογώνιου σήματος	
	$x(t) = \begin{cases} 1, &  t  < T_1 \\ 0, & T_1 <  t  < T_0/2 \end{cases} \quad a_0 = \frac{2T_1}{T_0} \quad \text{και} \quad a_k = \frac{\sin(k\omega_0 T_1)}{k\pi}$

Τριγωνομετρική σειρά Fourier	
$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \sin(k\omega_0 t)$	Εξίσωση σύνθεσης
$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt, \quad c_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$	Εξίσωση ανάλυσης

Μετασχηματισμός Fourier Αναλογικών σημάτων.	
$F\{x(t)\} = X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$	Ο μετασχηματισμός Fourier του αναλογικού σήματος $x(t)$
$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$	Η εξίσωση η οποία ανασυνθέτει το σήμα στο πεδίο του χρόνου.

Ιδιότητες του μετασχηματισμού Fourier για μη περιοδικά σήματα		
Ιδιότητα	Πεδίο του χρόνου	Πεδίο συχνότητας
Συζυγία στο χρόνο	$x^*(t)$	$X^*(-\omega)$
Συζυγία στη συχνότητα	$x^*(-t)$	$X^*(\omega)$
Ανάκλαση	$x(-t)$	$X(-\omega)$
Γραμμικότητα	$ax_1(t) + bx_2(t)$	$aX_1(\omega) + bX_2(\omega)$
Πραγματικό μέρος	$x_e(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x^*(-t)]$	$\Re\{X(\omega)\}$
Φανταστικό μέρος	$x_o(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x^*(-t)]$	$j\Im\{X(\omega)\}$
Χρονική μετατόπιση	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
Ολίσθηση συχνότητας	$e^{j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
Ολοκλήρωση	$\int_{-\infty}^t x(\xi) d\xi$	$\frac{1}{j\omega} X(\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
Πραγματικό σήμα	$x(t) = x^*(t)$	$X(\omega) = X^*(-\omega)$ $\Re\{X(\omega)\} = \Re\{X(-\omega)\}$ $\Im\{X(\omega)\} = -\Im\{X(-\omega)\}$ $ X(\omega)  =  X(-\omega) $ $\arg X(\omega) = -\arg X(-\omega)$
Συγκερασμός	$x(t)*h(t)$	$X(\omega)H(\omega)$
Διαμόρφωση	$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi}[X(\omega)*Y(\omega)]$
Διαφόριση στο χρονικό πεδίο	$\frac{dx(t)}{dt}$	$j\omega X(\omega)$
Διαφόριση στο πεδίο συχνότητας	$tx(t)$	$j\frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Αλλαγή κλίμακας:	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
Δυσμός αν $x(t) \xrightarrow{F} X(\omega)$	$y(t) = X(t)$	$Y(\omega) = 2\pi x(-\omega)$
Θεώρημα Parseval	$\int_{-\infty}^{+\infty}  x(t) ^2 dt$	$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty}  X(\omega) ^2 d\omega$

Μετασχηματισμοί Fourier μερικών βασικών συναρτήσεων	
Πεδίο του χρόνου	Πεδίο συχνότητας
$\delta(t)$	1
$x(t) = 1$	$2\pi\delta(\omega)$
$u(t)$	$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$
$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{j\pi f} \hat{=} \frac{2}{j\omega}$
$\delta(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
$\sin(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(\omega - k\omega_0)$
$\Pi\left(\frac{t}{2T_1}\right) = \begin{cases} 1, &  t  < T_1 \\ 0, &  t  > T_1 \end{cases}$	$2T_1 \text{sinc}\left(\frac{\omega T_1}{\pi}\right) = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{\omega}$
$\frac{W}{\pi} \text{sinc}\left(\frac{Wt}{\pi}\right) = \frac{\sin(Wt)}{\pi t}$	$X(\omega) = \begin{cases} 1, &  \omega  < W \\ 0, &  \omega  \geq W \end{cases}$
$\Lambda\left(\frac{t}{T_1}\right) = \begin{cases} 1 -  t /T_1, &  t  < T_1 \\ 0, &  t  \geq T_1 \end{cases}$	$T_1 \text{sinc}^2\left(\frac{\omega T_1}{2\pi}\right)$
$\left(\frac{W}{\pi}\right) \left(\frac{\sin(Wt)}{Wt}\right)^2$	$X(\omega) = \begin{cases} 1 -  \omega /2W, &  \omega  < 2W \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$
$e^{-at}u(t), \quad \Re\{a\} > 0$	$\frac{1}{a + j\omega}$
$te^{-at}u(t), \quad \Re\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at}u(t), \quad \Re\{a\} > 0$	$\frac{1}{(a + j\omega)^n}$
$\cos(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\pi}{2}[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$\sin(\omega_0 t)u(t)$	$\frac{\pi}{2j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)] + \frac{\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2}$
$e^{-a t }, \quad \Re\{a\} > 0$	$\frac{2a}{a^2 + \omega^2}$

Ενέργεια - Ισχύς	
Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για ενεργειακά σήματα	$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^*(t-\tau) dt$
Μέση χρονική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για σήματα ισχύος	$\mathcal{R}_X(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x^*(t-\tau) dt$
Ενέργεια αναλογικού σήματος	$E_X = R(0) = \int_{-\infty}^{\infty}  x(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty}  X(\omega) ^2 d\omega$
Ενέργεια διακριτού σήματος	$E_X = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}  x(n) ^2$
Ισχύς αναλογικού σήματος	$P_x = \mathcal{R}_x(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T  x(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega$
Ισχύς διακριτού σήματος	$P_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^N  x(n) ^2$
Φασματική πυκνότητα ενέργειας	$ X(\omega) ^2 = F\{R_x(\tau)\}$
Φασματική πυκνότητα ισχύος	$ X(\omega) ^2 = F\{\mathcal{R}_x(\tau)\}$

Η Φυσική σημασία της απόκρισης συχνότητας ενός ΓΧΑΣ	
$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi) \rightarrow$	$y(t) =  H(\omega_0)  A \cos(\omega_0 t + \phi + \arg H(\omega_0))$

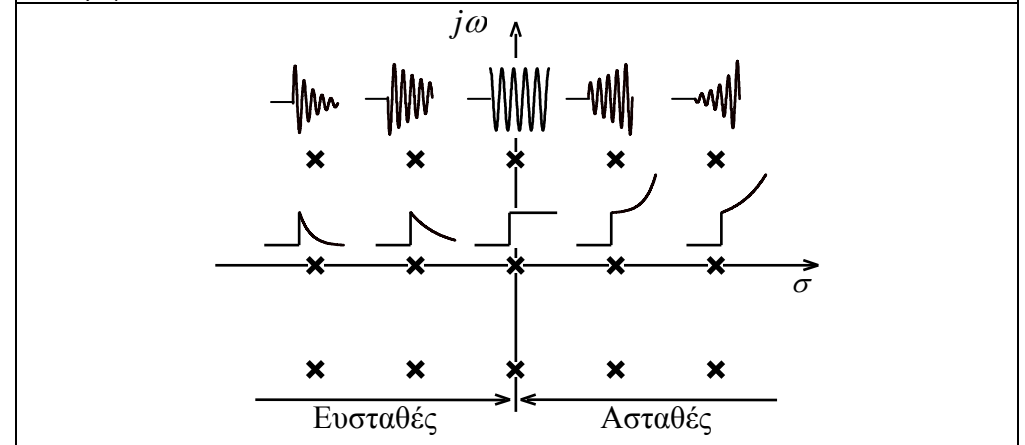
Σχέσεις μεταξύ των συναρτήσεων εισόδου-εξόδου ενός ΓΧΑΣ	
$x(t)$	$y(t) = x(t) * h(t)$
$R_x(\tau)$	$R_y(\tau) = R_x(\tau) * R_h(\tau)$
$ X(\omega) ^2$	$ Y(\omega) ^2 =  X(\omega) ^2 \cdot  H(\omega) ^2$

Σχέσεις μεταξύ των συναρτήσεων εισόδου-εξόδου ενός ΓΧΑΣ.	
$x(t)$	$y(t) = x(t) * h(t)$
$\mathcal{R}_x(\tau)$	$\mathcal{R}_y(\tau) = \mathcal{R}_x(\tau) * h(\tau) * h^*(-\tau)$
$S_x(\omega)$	$S_y(\omega) = S_x(\omega)  H(\omega) ^2$

Ανάπτυξη ρητής συνάρτησης σε απλά κλάσματα	
$f(x) = \frac{b_1 x + b_0}{x^2 + a_1 x + a_0} = \frac{b_1 x + b_0}{(x - \rho_1)(x - \rho_2)} = \frac{c_1}{(x - \rho_1)} + \frac{c_2}{(x - \rho_2)}$	
$c_1 = (x - \rho_1) \cdot f(x) _{x=\rho_1}$	$c_2 = (x - \rho_2) \cdot f(x) _{x=\rho_2}$
$f(x) = \frac{b_2 x^2 + b_1 x + b_0}{x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0} = \frac{b_2 x^2 + b_1 x + b_0}{(x - \rho_1)^2 (x - \rho_2)} = \frac{c_{11}}{x - \rho_1} + \frac{c_{12}}{(x - \rho_1)^2} + \frac{c_{12}}{x - \rho_2}$	
$c_{12} = (x - \rho_1)^2 \cdot f(x) _{x=\rho_1}$	$c_{11} = \frac{d}{dx} (x - \rho_1)^2 \cdot f(x) _{x=\rho_1}$
$c_{21} = (x - \rho_2) \cdot f(x) _{x=\rho_2}$	

Μετασχηματισμός Laplace	
$L\{x(t)\} = X(s) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st} dt$	Ο Δίπλευρος Μετασχηματισμός Laplace του αναλογικού σήματος $x(t)$
$L^+\{x(t)\} = X^+(s) \equiv \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$	Ο Μονόπλευρος Μετασχηματισμός Laplace του αναλογικού σήματος $x(t)$
$x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} X(s)e^{st} ds$	Η εξίσωση, η οποία ανασυνθέτει το σήμα στο πεδίο του χρόνου

Οι ιδιότητες ενός συστήματος και η συμπεριφορά της κρουστικής του απόκρισης ανάλογα τη θέση των πόλων της συνάρτησης μεταφοράς του στο μιγαδικό επίπεδο.



Ιδιότητες του Δίπλευρου Μετασχηματισμού Laplace		
Ιδιότητα	Πεδίο Χρόνου	Πεδίο Συχνότητας
	$x_1(t) \xrightarrow{L} X_1(s)$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_0$	
	$x_1(t) \xrightarrow{L} X_1(s)$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_1$	
	$x_2(t) \xrightarrow{L} X_2(s)$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_2$	
Γραμμικότητα.	$a x_1(t) + b x_2(t) \xrightarrow{L} a X_1(s) + b X_2(s)$ με Π.Σ. τουλάχιστον $\Re\{s\} > \max(\sigma_1, \sigma_2)$	
Μετατόπιση στο χρόνο	$x(t - t_0) u(t - t_0) \xrightarrow{L} e^{-st_0} X(s)$ με την ίδια Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_0$	
Μετατόπιση στη μιγαδική συχνότητα	$x(t) e^{s_0 t} \xrightarrow{L} X(s - s_0)$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_0 + \Re\{s_0\}$	
Κλιμ/ση στο χρόνο και στη συχνότητα	$x(bt) \xrightarrow{L} 1/ b  X(s/b)$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_0/b$	
Παραγωγή στη συχνότητα	$(-t)^n x(t) \xrightarrow{L} \frac{d^n X(s)}{ds^n}$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_0$	
Ολοκλήρωση στη συχνότητα	$\frac{x(t)}{t} \xrightarrow{L} \int_s^\infty X(\xi) d\xi$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > \sigma_0$	
ML παραγώγου	$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \xrightarrow{L} s^n X(s)$	
ML ολοκληρώματος	$\int_{-\infty}^t x(\xi) d\xi \xrightarrow{L} \frac{1}{s} X(s)$	
Η ιδιότητα του συγκερασμού	$y(t) = x_1(t) * x_2(t) \xrightarrow{L} Y(s) = X_1(s) \cdot X_2(s)$ με Π.Σ. τουλάχιστον $\Re\{s\} > \max(\sigma_1, \sigma_2)$	
Περιοδικά σήματα	$X(s) = \frac{1}{1 - e^{-sT}} \int_0^T x(t) e^{-st} dt$ με Π.Σ. $\Re\{s\} > 0$	
Θεώρημα αρχικής και τελικής τιμής	$x(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$ (Αρχική τιμή) $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$ (Τελική τιμή)	

Οι ιδιότητες του Μονόπλευρου Μετασχηματισμού Laplace		
Ιδιότητα	Σήμα	Μονόπλευρος ML
Γραμμικότητα	$a x_1(t) + b x_2(t)$	$a \mathcal{X}_1(s) + b \mathcal{X}_2(s)$
Μετατόπιση στη συχνότητα	$e^{s_0 t} x(t)$	$\mathcal{X}(s - s_0)$
Κλιμάκωση στο χρόνο	$x(at), a > 0$	$\frac{1}{a} \mathcal{X}\left(\frac{s}{a}\right)$
Συνέλιξη $x_1(t) = 0, x_2(t) = 0$ για $t < 0$	$x_1(t) * x_2(t)$	$\mathcal{X}_1(s) \cdot \mathcal{X}_2(s)$
Παραγωγή στο χρόνο	$\frac{d}{dt} x(t)$	$s \mathcal{X}(s) - x(0^-)$
Παραγωγή στη συχνότητα	$-t x(t)$	$\frac{d}{ds} \mathcal{X}(s)$
Ολοκλήρωση στο χρόνο	$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} \mathcal{X}(s) + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^0 x(\tau) d\tau$

Μετασχηματισμοί Laplace μερικών βασικών συναρτήσεων			
	Σήμα	Μετασ/σμός Laplace	Περιοχή σύγκλισης
1	$\delta(t)$	1	$C$
2	$u(t)$	$\frac{1}{s}$	$\Re\{s\} > 0$
3	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t)$	$\frac{1}{s^n}$	$\Re\{s\} > 0$
4	$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\Re\{s\} > -\Re\{a\}$
	$-e^{-at} u(-t)$	$\frac{1}{s+a}$	$\Re\{s\} < -\Re\{a\}$
5	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{(s+a)^n}$	$\Re\{s\} > -\Re\{a\}$
6	$\delta(t - T)$	$e^{-sT}$	$C$
7	$[\cos(\omega_0 t)] u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	$\Re\{s\} > 0$
8	$[\sin(\omega_0 t)] u(t)$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$\Re\{s\} > 0$
9	$[e^{-at} \cos(\omega_0 t)] u(t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$\Re\{s\} > -\Re\{a\}$
10	$[e^{-at} \sin(\omega_0 t)] u(t)$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$\Re\{s\} > -\Re\{a\}$