

# ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟ (2012-13)

## Άσκηση 1

Έστω ένας ακέραιος αριθμός  $n$  μεγαλύτερος του 1. Συμβολίζουμε με  $\sigma(n)$  το άθροισμα των διαιρετών του  $n$ . Για παράδειγμα,

$$\sigma(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$$

Επίσης,

$$\sigma(\sigma(12)) = \sigma(28) = 1 + 2 + 4 + 7 + 14 + 28 = 56$$

Συνεχίζοντας με αυτόν τον τρόπο,

$$\sigma(\sigma(\sigma(12))) = \sigma(56) = 1 + 2 + 4 + 7 + 8 + 14 + 28 + 56 = 120$$

Χρησιμοποιούμε τους συμβολισμούς:

$$\begin{aligned}\sigma^1(n) &= \sigma(n) \\ \sigma^2(n) &= \sigma(\sigma(n)) \\ \sigma^3(n) &= \sigma(\sigma(\sigma(n))) \\ &\vdots \\ \sigma^m(n) &= \underbrace{\sigma(\sigma(\dots\sigma(n)\dots))}_{m \text{ φορές}}\end{aligned}$$

Οι ακέραιοι αριθμοί  $n$  για τους οποίους υπάρχει θετικός ακέραιος  $k$  τέτοιος ώστε να ισχύει

$$\sigma^m(n) = k \cdot n$$

ονομάζονται  $(m, k)$ -τέλειοι, στα Αγγλικά  $(m, k)$ -perfect, αριθμοί. Με βάση τον ορισμό αυτό, το 12 είναι  $(3, 10)$ -τέλειος αριθμός, αφού

$$\sigma^3(12) = \sigma(\sigma(\sigma(12))) = \sigma(\sigma(28)) = \sigma(56) = 120 = 10 \cdot 12$$

Ειδικές κατηγορίες των  $(m, k)$ -τέλειων αριθμών είναι οι εξής:

- Για  $m = 1$ , έχουμε τους πολυ-τέλειους (multiperfect) αριθμούς.
- Ειδική περίπτωση των προηγούμενων, για  $m = 1$  και  $k = 2$ , είναι οι τέλειοι (perfect) αριθμοί.
- Για  $m = 2$  και  $k = 2$ , έχουμε τους υπερ-τέλειους (superperfect) αριθμούς.

Γράψτε ένα πρόγραμμα C (έστω ότι το πηγαίο αρχείο του ονομάζεται "mkperfect.c") το οποίο να βρίσκει και να εκτυπώνει όλους τους  $(m, k)$ -τέλειους αριθμούς, για  $m$  μικρότερο ή ίσο από το MAXM, οι οποίοι είναι μικρότεροι ή ίσοι από το MAXNUM. Τα MAXM και MAXNUM να ορίζονται μέσα στο πρόγραμμά σας σαν συμβολικές σταθερές (μέσω #define). Στην περίπτωση που κάποιος αριθμός εμπίπτει στις ειδικές κατηγορίες που αναφέρθηκαν παραπάνω, το πρόγραμμά σας να εκτυπώνει σχετικό μήνυμα. Επίσης, στο τέλος το πρόγραμμα να εκτυπώνει πόσοι συνολικά διαφορετικοί  $(m, k)$ -τέλειοι αριθμοί βρέθηκαν, καθώς και το ποσοστό τους επί του συνόλου, σε πόσες εμφανίσεις συνολικά, για διαφορετικά ζεύγη τιμών  $(m, k)$ , και πόσοι από κάθε ειδική κατηγορία (οι τέλειοι αριθμοί να προσμετρώνται και ως πολυ-τέλειοι).

Τμήμα μίας ενδεικτικής εκτέλεσης του προγράμματος (για MAXM ίσο με 6 και MAXNUM ίσο με 400000) φαίνεται στη συνέχεια:

```

% ./mkperfect
2 is a (2-2)-perfect number, that is a superperfect number
2 is a (4-4)-perfect number
2 is a (6-12)-perfect number
3 is a (4-5)-perfect number
3 is a (5-8)-perfect number
3 is a (6-20)-perfect number
4 is a (2-2)-perfect number, that is a superperfect number
4 is a (4-6)-perfect number
4 is a (5-15)-perfect number
4 is a (6-42)-perfect number
5 is a (5-24)-perfect number
5 is a (6-72)-perfect number
6 is a (1-2)-perfect number, that is a perfect number
6 is a (4-20)-perfect number
6 is a (5-60)-perfect number
6 is a (6-195)-perfect number
7 is a (5-24)-perfect number
.....
16 is a (2-2)-perfect number, that is a superperfect number
16 is a (6-36)-perfect number
18 is a (4-20)-perfect number
18 is a (5-65)-perfect number
18 is a (6-182)-perfect number
20 is a (5-84)-perfect number
21 is a (2-3)-perfect number
21 is a (4-10)-perfect number
24 is a (2-7)-perfect number
24 is a (3-20)-perfect number
24 is a (4-63)-perfect number
24 is a (5-200)-perfect number
26 is a (4-28)-perfect number
28 is a (1-2)-perfect number, that is a perfect number
28 is a (5-117)-perfect number
28 is a (6-364)-perfect number
.....
62 is a (5-96)-perfect number
64 is a (2-2)-perfect number, that is a superperfect number
64 is a (6-45)-perfect number
65 is a (4-24)-perfect number
.....
117 is a (5-56)-perfect number
120 is a (1-3)-perfect number, that is a multiperfect number
120 is a (6-512)-perfect number
124 is a (5-156)-perfect number
124 is a (6-448)-perfect number
.....
480 is a (6-256)-perfect number
496 is a (1-2)-perfect number, that is a perfect number

```

496 is a (5-168)-perfect number  
 504 is a (2-10)-perfect number  
 .....  
 640 is a (6-168)-perfect number  
 672 is a (1-3)-perfect number, that is a multiperfect number  
 672 is a (4-124)-perfect number  
 680 is a (5-234)-perfect number  
 .....  
 4092 is a (2-8)-perfect number  
 4092 is a (4-80)-perfect number  
 4096 is a (2-2)-perfect number, that is a superperfect number  
 4160 is a (6-264)-perfect number  
 .....  
 8064 is a (6-1560)-perfect number  
 8128 is a (1-2)-perfect number, that is a perfect number  
 8448 is a (5-93)-perfect number  
 .....  
 29792 is a (6-756)-perfect number  
 30240 is a (1-4)-perfect number, that is a multiperfect number  
 30240 is a (4-192)-perfect number  
 30600 is a (5-512)-perfect number  
 .....  
 32736 is a (2-10)-perfect number  
 32760 is a (1-4)-perfect number, that is a multiperfect number  
 32768 is a (6-255)-perfect number  
 .....  
 65535 is a (6-432)-perfect number  
 65536 is a (2-2)-perfect number, that is a superperfect number  
 66528 is a (5-825)-perfect number  
 .....  
 262112 is a (4-72)-perfect number  
 262144 is a (2-2)-perfect number, that is a superperfect number  
 262656 is a (6-2205)-perfect number  
 .....  
 393024 is a (4-140)-perfect number  
 393192 is a (4-128)-perfect number  
 394940 is a (3-36)-perfect number  
 394940 is a (6-2592)-perfect number  
 396396 is a (6-1560)-perfect number  
 399360 is a (3-63)-perfect number

Found 414 distinct (m-k)-perfect numbers (0.1035% of 400000) in 496 occurrences  
 Found 4 perfect numbers  
 Found 8 multiperfect numbers (including perfect numbers)  
 Found 7 superperfect numbers  
 %

Η παράδοση της άσκησης αυτής συνίσταται στην υποβολή του πηγαίου αρχείου mkperfect.c με διαδικασία που θα ανακοινωθεί στο φόρουμ του μαθήματος .