

Λύση προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού

Θεωρούμε ως γενική ευθεία την

$$h : \vec{p} = \vec{v}t + \vec{a}, \text{ όπου } \vec{v} = (1, 2, 3), \vec{a} = (0, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}) \text{ και } t \in \mathbb{R}$$

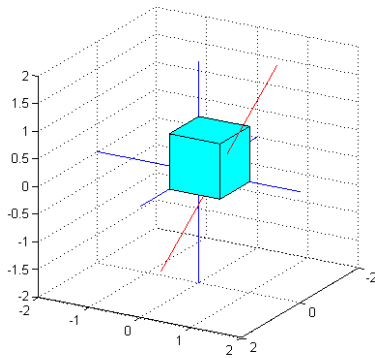
ή αλλιώς

$$(t, 2t - \frac{1}{2}, 3t - \frac{3}{2}), t \in \mathbb{R}$$

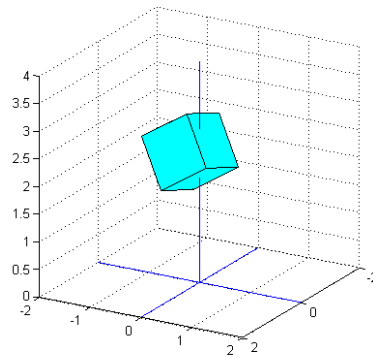
Μετασχηματίζουμε τον κύβο ως εξής:

- Μεταφέρουμε τα σημεία κατά $-\vec{a}$ ώστε η ευθεία h να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- Στρέφουμε τα σημεία ώστε η ευθεία h να συμπίπτει με τον άξονα z (ισοδύναμα το διάνυσμα \vec{v} να είναι συγγραμμικό με το $(0, 0, 1)$).

Στο Σχήμα 1α' βλέπουμε τον κύβο και την ευθεία h (κόκκινο) πριν τον μετασχηματισμό και στο Σχήμα 1β' τον κύβο μετά τον μετασχηματισμό.



(α') Αρχικά



(β') Μετά τον μετασχηματισμό

Σχήμα 1: Μετασχηματίζουμε ώστε η ευθεία να συμπίπτει με τον άξονα z .

Τα σημεία μετά τον μετασχηματισμό είναι τα:

$$\begin{aligned} (0, 0, 0) &\longrightarrow (-0.4405, -0.3811, 1.4699) \\ (1, 0, 0) &\longrightarrow (0.5198, -0.4604, 1.7372) \\ (1, 1, 0) &\longrightarrow (0.4405, 0.3811, 2.2717) \\ (0, 1, 0) &\longrightarrow (-0.5198, 0.4604, 2.0045) \\ (0, 0, 1) &\longrightarrow (-0.7078, -0.9156, 2.2717) \\ (1, 0, 1) &\longrightarrow (0.2526, -0.9949, 2.5390) \\ (1, 1, 1) &\longrightarrow (0.1733, -0.1535, 3.0735) \\ (0, 1, 1) &\longrightarrow (-0.7871, -0.0742, 2.8062) \end{aligned}$$

Αναζητούμε επίπεδο $z = k_1x + k_2y + \lambda$. Τα k_1, k_2, λ θα είναι η λύση του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού που ορίζεται ως εξής:

Ελαχιστοποιούμε την $f(k_1, k_2, \lambda) = -\lambda$ σύμφωνα με τους περιορισμούς:

$$-0.4405k_1 - 0.3811k_2 + \lambda \leq 1.4699$$

$$0.5198k_1 - .4604k_2 + \lambda \leq 1.7372$$

$$0.4405k_1 + 0.3811k_2 + \lambda \leq 2.2717$$

$$-0.5198k_1 + 0.4604k_2 + \lambda \leq 2.0045$$

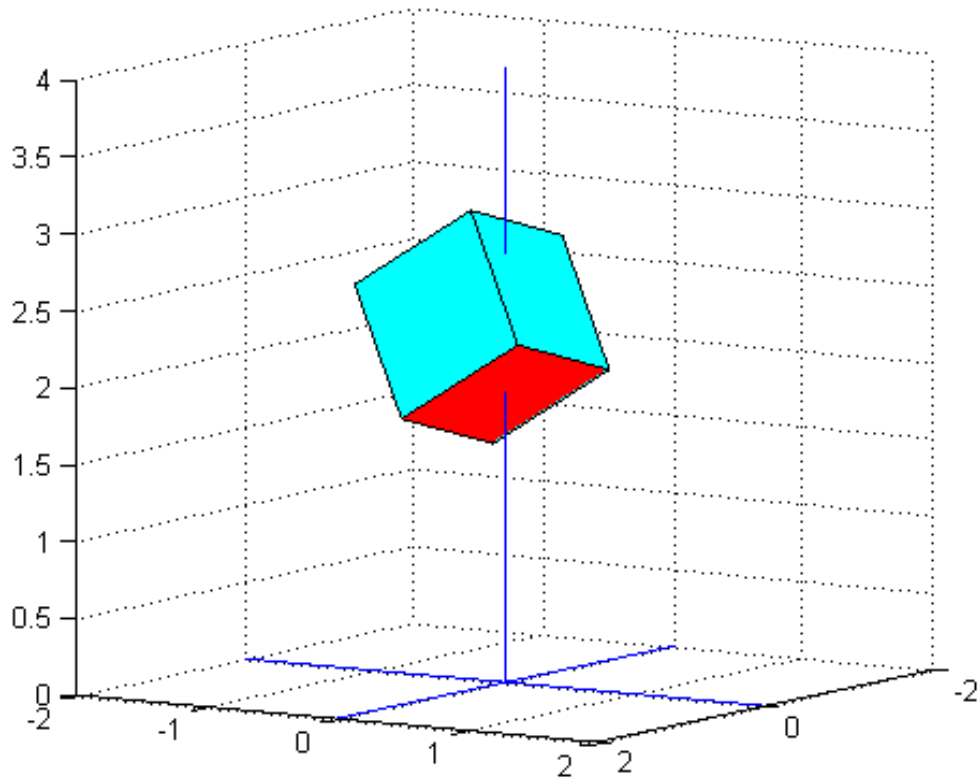
$$-0.7078k_1 - 0.9156k_2 + \lambda \leq 2.2717$$

$$0.2526k_1 - 0.9949k_2 + \lambda \leq 2.5390$$

$$0.1733k_1 - 0.1535k_2 + \lambda \leq 3.0735$$

$$-0.7871k_1 - 0.0742k_2 + \lambda \leq 2.8062$$

Η λύση δίνεται για $k_1 = 0.3334, k_2 = 0.6667, d = 1.8708$, επομένως το ζητούμενο επίπεδο είναι το $z = 0.3334x + 0.6667y + 1.8708$, το οποίο αντιστοιχεί στην έδρα που παρουσιάζεται κόκκινη στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: Λύση του ΓΠ και αρχική έδρα του αλγόριθμου περιτύλιξης (κόκκινο).