

Υπολογιστική Γεωμετρία: Εργασία 1

Έκδοση 23/03/15. Προθεσμία: Πέμ 26/03/15, 2.00μμ στο eclass

Διδάσκοντες: Ι. Εμίρης, Χ. Φραγκουδάκης

Τα υποερωτήματα α , β , γ να απαντηθούν καθένα μέσα σε μισή σελίδα.

1. ΚΠ ένωσης [Προ/Μετα-πτυχιακοί]

Δίνονται 2 κυρτά πολύγωνα που δεν τέμνονται, καθένα με $\leq N$ κορυφές.

α) Αποδείξτε πως το ΚΠ της ένωσής τους έχει $\leq 2N$ κορυφές.

β) Σχεδιάστε αλγόριθμο που μετασχηματίζει τα πολύγωνα ώστε να υπάρχει μια κατακόρυφη ευθεία που τα χωρίζει, σε $O(N)$.

γ) Σχεδιάστε αλγόριθμο που υπολογίζει το ΚΠ της ένωσής τους σε $O(N)$.

δ) Γράψτε ένα πρόγραμμα Pythοn που χρησιμοποιεί τη βιβλιοθήκη `pygame` και δέχεται με γραφική είσοδο (κλικάροντας) δύο κυρτά πολύγωνα που δεν τέμνονται. Το πρόγραμμα υπολογίζει το ΚΠ της ένωσης των δύο πολυγώνων (ερώτημα (γ), προαιρετικά και (β)) και το εμφανίζει στην οθόνη.

δ) [Bonus] Το πρόγραμμα Pythοn δίνει στην έξοδο τη δομή Polygon2 που αναπαριστά το ΚΠ της ένωσης των δύο πολυγώνων.

ε) Δίνονται K κυρτά πολύγωνα που δεν τέμνονται. Υπολογίστε το ΚΠ της ένωσής τους: **ποια είναι η πολυπλοκότητα του αλγόριθμού σας ως προς τα N, K** , όπου N το μέγιστο πλήθος κορυφών ανά πολύγωνο?

2. Θεώρημα Καραθεοδωρή χρωμάτων [Μεταπτυχιακοί]

Δίνονται 3 κυρτά πολύγωνα χρωματισμένα με διαφορετικά χρώματα και καθένα περιέχει την αρχή των αξόνων O . Έστω κενό πολύχρωμο τρίγωνο T δηλ. με κορυφές διαφορετικών χρωμάτων που δεν περιέχει το O . Έστω $w(T)$ η απόσταση του O από το T , A η ακμή που περιέχει το πλησιέστερο σημείο και v η κορυφή του T που δεν ανήκει στην A . Ορίζουμε $T' = A \cup v'$ όπου v' έχει το χρώμα του v και τα v, v' ανήκουν σε διαφορετικά ημιεπίπεδα ως προς την ευθεία της A .

α) Αποδείξτε πως το T' μπορεί πάντα να κατασκευαστεί ώστε να είναι πολύχρωμο.

β) Αποδείξτε πως $w(T') < w(T)$.

γ) Αποδείξτε πως υπάρχει ένα πολύχρωμο τρίγωνο που περιέχει το O .