



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Γραφικά I

Ενότητα 6: Το χρώμα στα γραφικά και την Οπτικοποίηση

Θεοχάρης Θεοχάρης

Σχολή Θετικών Επιστημών

Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών

Ενότητα 6

Γραφικά & Οπτικοποίηση

Το Χρώμα στα Γραφικά & στην Οπτικοποίηση

Εισαγωγή

- Η μελέτη του χρώματος και της αντίληψής του από τον άνθρωπο, είναι κλάδος των:
 - Φυσικής
 - Φυσιολογίας
 - Τέχνης
 - **Γραφικών με Υπολογιστή**
 - **Οπτικοποίησης**
- Το αποτέλεσμα των αλγορίθμων γραφικών και οπτικοποίησης είναι μια έγχρωμη (ή ασπρόμαυρη) εικόνα που αποτυπώνεται σε μια συσκευή εξόδου (οθόνη, εκτυπωτής)
 - Ο προγραμματιστής γραφικών πρέπει να γνωρίζει τις θεμελιώδεις αρχές του χρώματος και της ψηφιακής παράστασής του

Αποχρώσεις Γκρι (grayscale)

- *Αχρωματικό* φως: μόνο χαρακτηριστικό η ένταση
 - Τα χρωματικά χαρακτηριστικά έχουν αφαιρεθεί
- Μια τιμή έντασης αναπαρίσταται από ένα πραγματικό αριθμό μεταξύ του 0 (μαύρο) και του 1 (άσπρο)
 - Οι ενδιάμεσες τιμές καλούνται *αποχρώσεις του γκρι*
- Έστω d το πλήθος των ψηφίων για την αναπαράσταση της έντασης ενός εικονοστοιχείου $\rightarrow n=2^d$ διαφορετικές τιμές έντασης για κάθε εικονοστοιχείο
- **Ερώτηση**: Ποιες τιμές έντασης πρέπει να αναπαρασταθούν;
- **Απάντηση**:
 - Η γραμμική διαβάθμιση των τιμών έντασης μεταξύ μέγιστης & ελάχιστης, δεν έχει καλά αποτελέσματα:
 - ◆ Το ανθρώπινο μάτι αντιλαμβάνεται λόγους έντασης και όχι απόλυτες τιμές. Πχ. Λαμπτήρας 20-40-60W
 - Έτσι, επιλέγεται λογαριθμική κατανομή των τιμών έντασης

Αποχρώσεις Γκρι (2)

- Έστω Φ_0 η ελάχιστη τιμή έντασης
 - Για τις συνήθεις οθόνες: $\Phi_0 = (1/300) * \text{μέγιστη τιμή } 1$ (άσπρο)
 - Τέτοιες οθόνες έχουν *δυναμικό εύρος* 300:1
- Έστω λ ο λόγος μεταξύ διαδοχικών τιμών έντασης
- Τότε:

$$\Phi_1 = \lambda * \Phi_0$$

$$\Phi_2 = \lambda * \Phi_1 = \lambda^2 * \Phi_0$$

...

$$\Phi_{n-1} = \lambda^{n-1} * \Phi_0 = 1$$

- Δοθέντος του Φ_0 της συσκευής εξόδου, το λ υπολογίζεται:

$$\lambda = (1 / \Phi_0)^{(1/n-1)} \quad (\Lambda)$$

Αποχρώσεις Γκρι (3)

- **Ερώτηση:** Πόσες τιμές έντασης απαιτούνται;

- **Απάντηση:**

- Αν $\lambda < 1.01$, τότε το ανθρώπινο μάτι δεν μπορεί να διαχωρίσει διαδοχικές τιμές έντασης

- Θέτοντας $\lambda = 1.01$ και επιλύοντας την (Δ) ως προς n :

$$1.01^{(n-1)*\Phi_0} = 1 \rightarrow$$

$$n = \log_{1.01}(1/\Phi_0) + 1$$

- Οι συνήθεις οθόνες έχουν $\Phi_0 \sim (1/300) \rightarrow n = 500$

- Δεξιά: Εικόνα με $n=2,4,8,16,32,64,128 \text{ \& } 256$



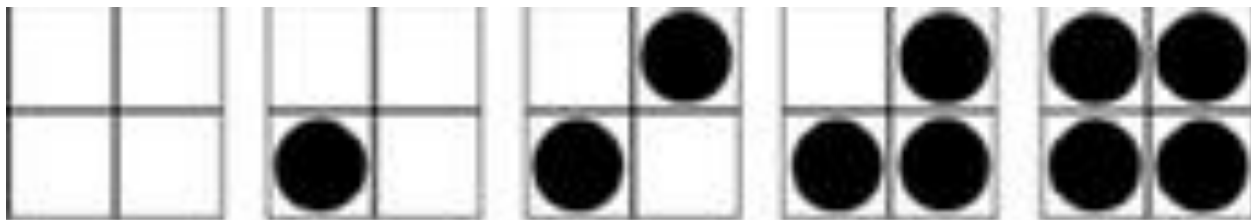
Αυτοτυπία (halftoning)

- Οι τεχνικές αυτοτυπίας ανταλλάσσουν την χωρική ανάλυση με ανάλυση αποχρώσεων του γκρι (ή χρώματος)
 - Λειτουργούν αντίθετα από την αντιταύτιση
- Η αυτοτυπία προέρχεται από την τυπογραφία:
 - Στις ασπρόμαυρες φωτογραφίες των εφημερίδων, φαίνεται εξ' αποστάσεως ότι διατηρούν ένα πλήθος αποχρώσεων του γκρι
 - Με προσεκτικότερη ματιά, διακρίνονται οι μαύρες κουκίδες ποικίλων μεγεθών που τις αποτελούν
 - Μέγεθος κουκίδας: ανάλογο τιμής απόχρωσης του γκρι



Αυτοτυπία (2)

- Ψηφιακή προσέγγιση για την αυτοτυπία: προσομοίωση μεγέθους κουκίδας με πυκνότητα ‘μαύρων’ εικονοστοιχείων
- Η εικόνα διαιρείται σε περιοχές των $(m \times m)$ εικονοστοιχείων
- Ανταλλαγή χωρικής ανάλυσης για ανάλυση αποχρώσεων γκρι
- Μείωση χωρικής ανάλυσης κατά m σε κάθε διάσταση
- Αύξηση πλήθους τιμών αποχρώσεων γκρι κατά m^2
- Παράδειγμα: Έστω μια ασπρόμαυρη εικόνα. Η (2×2) διαμέριση των εικονοστοιχείων ($m = 2$) δίνει 5 αποχρώσεις γκρι. Εν γένει, για $(m \times m)$ περιοχές διαμέρισης, με 2 αρχικές αποχρώσεις γκρι, παίρνουμε $m^2 + 1$ τελικές αποχρώσεις του γκρι



Αυτοτυπία (3)

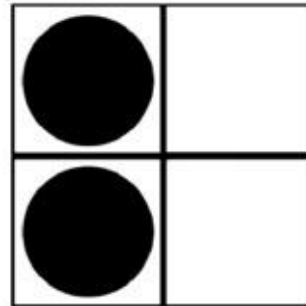
- Η παραπάνω ανάθεση αποχρώσεων του γκρι μπορεί να παρασταθεί με τον πίνακα:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

όπου μια συγκεκριμένη απόχρωση του γκρι k ($0 \leq k \leq 4$) αναπαρίσταται ‘ανάβοντας’ τις θέσεις της (2×2) περιοχής στις οποίες η αντίστοιχη τιμή είναι μικρότερη του k

Αυτοτυπία (4)

- Τα όρια των τεχνικών αυτοτυπίας τίθενται από:
 - Την αρχική χωρική ανάλυση της εικόνας
 - Την απόσταση παρατήρησης
 - Πχ: Δεν έχει νόημα η ανταλλαγή όλης της χωρικής ανάλυσης για αποχρώσεις του γκρι
- Η ακολουθία που ορίζει τις αποχρώσεις του γκρι πρέπει να επιλεγεί προσεχτικά
 - Αυξητική: τα εικονοστοιχεία που επιλέγονται για την απόχρωση i πρέπει να είναι υποσύνολο των εικονοστοιχείων της απόχρωσης j για κάθε $j > i$
 - Κακή επιλογή για απόχρωση 2:



Αυτοτυπία (5)

- Μια καλή ακολουθία (2×2) περιοχές είναι η:

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- Αναδρομική κατασκευή μεγαλύτερων πινάκων, όπως, (4×4) , (8×8) ως εξής:

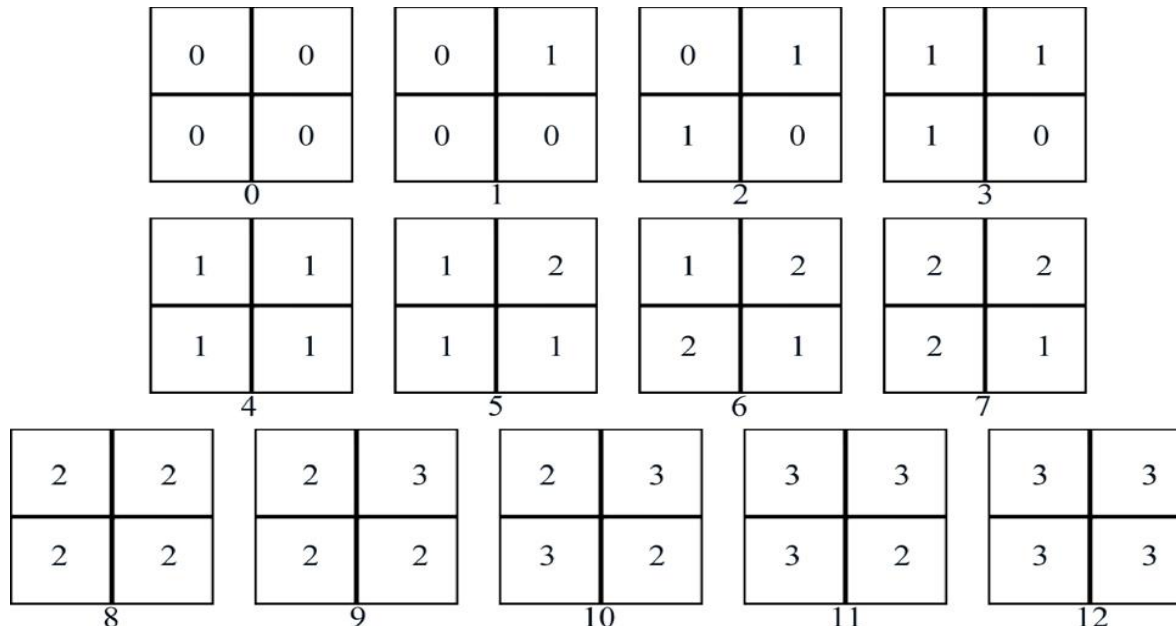
$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} 4 \cdot \mathbf{H}_{m/2} & 4 \cdot \mathbf{H}_{m/2} + 2 \cdot \mathbf{U}_{m/2} \\ 4 \cdot \mathbf{H}_{m/2} + 3 \cdot \mathbf{U}_{m/2} & 4 \cdot \mathbf{H}_{m/2} + \mathbf{U}_{m/2} \end{bmatrix}, \quad m \geq 4, \quad m = 2^k$$

όπου \mathbf{U}_m είναι ο $(m \times m)$ πίνακας με όλα τα στοιχεία ίσα με 1

Αυτοτυπία (6)

- Η αυτοτυπία επεκτείνεται άμεσα σε μέσα που μπορούν να αποτυπώσουν πολλαπλά επίπεδα αποχρώσεων του γκρι ανά εικονοστοιχείο
- Χρήση περιοχών ($m \times m$) για αύξηση του πλήθους αποχρώσεων του γκρι από k σε $(k-1)m^2+1$, με ταυτόχρονη μείωση της διαθέσιμης χωρικής ανάλυσης κατά m στους άξονες x και y
- Π.χ. $m=2$

$k=4$



Αυτοτυπία (7)

- Στην αυτοτυπία υποθέτουμε ότι υπάρχει αφθονία χωρικής ανάλυσης (ανάλυση οθόνης \gg ανάλυση εικόνας) \rightarrow ανταλλαγή χωρικής ανάλυσης για ανάλυση αποχρώσεων γκρι
- **Ερώτηση:** Τι γίνεται αν η εικόνα και η οθόνη έχουν την ίδια χωρική ανάλυση, αλλά η εικόνα έχει μεγαλύτερη ανάλυση αποχρώσεων γκρι από την οθόνη;
- **Απάντηση 1:** Απλή στρογγύλευση: κακό αποτέλεσμα (μεγάλη απώλεια πληροφορίας):



Αυτοτυπία (8)

- **Απάντηση 2:** Οι Floyd & Steinberg πρότειναν μέθοδο που περιορίζει την απώλεια πληροφορίας, μεταβιβάζοντας το σφάλμα στρογγύλευσης από ένα εικονοστοιχείο στα γειτονικά του
- Η διαφορά ε ανάμεσα στην πραγματική τιμή της εικόνας $E_{x,y}$ & της πλησιέστερης τιμής παράστασης $O_{x,y}$ του εικονοστοιχείου (x, y) στην οθόνη υπολογίζεται ως:

$$\varepsilon = E_{x,y} - O_{x,y}$$

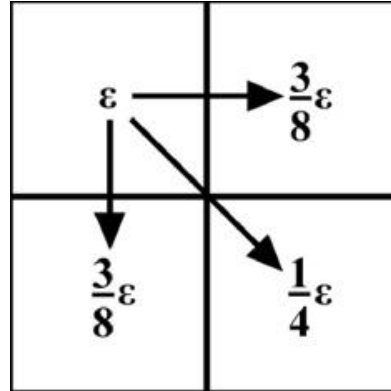
- Το εικονοστοιχείο παίρνει την τιμή $O_{x,y}$ και το σφάλμα ε μεταβιβάζεται σε 3 γειτονικά εικονοστοιχεία ως εξής:

$$E_{x+1,y} = E_{x+1,y} + 3 \cdot \varepsilon / 8,$$

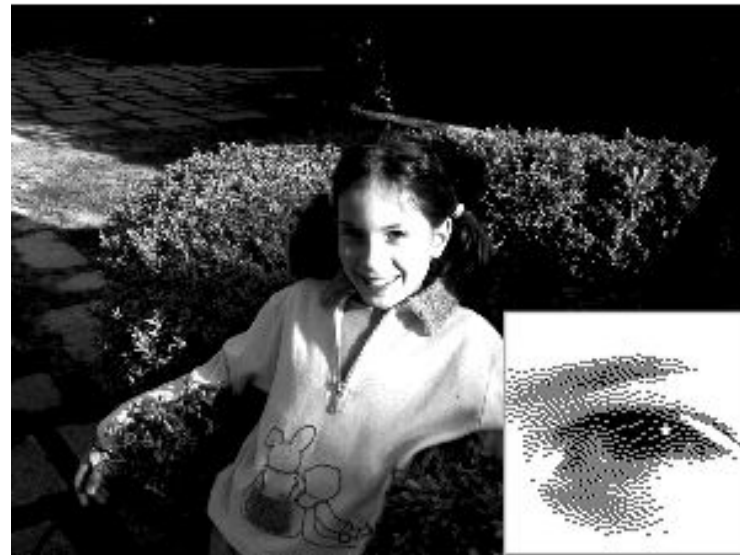
$$E_{x,y-1} = E_{x,y-1} + 3 \cdot \varepsilon / 8,$$

$$E_{x+1,y-1} = E_{x+1,y-1} + \varepsilon / 4$$

Αυτοτυπία (9)



- Βελτιωμένα αποτελέσματα σε σύγκριση με απλή στρογγύλευση



Αυτοτυπία (10)

	Αντιτάυτιση	Αυτοτυπία	Floyd-Steinberg
Προϋποθέσεις	$I_G < D_G$	$I_S < D_S$	$I_S = D_S \ \& \ I_G > D_G$
Κέρδος ανάλυσης	Χωρική	Απόχρωση Γκρι	Απόχρωση Γκρι

- όπου D_G : ανάλυση αποχρώσεων γκρι οθόνης
 I_G : ανάλυση αποχρώσεων γκρι εικόνας
 D_S : χωρική ανάλυση οθόνης
 I_S : χωρική ανάλυση εικόνας

Διόρθωση Γάμμα

- Η τάση (είσοδος) μιας οθόνης σχετίζεται μη γραμμικά με την ένταση (έξοδος) ενός εικονοστοιχείου:

$$\text{έξοδος} = \text{είσοδος}^\gamma$$

όπου $\gamma \in [1.5, 3.0]$ και εξαρτάται από την οθόνη

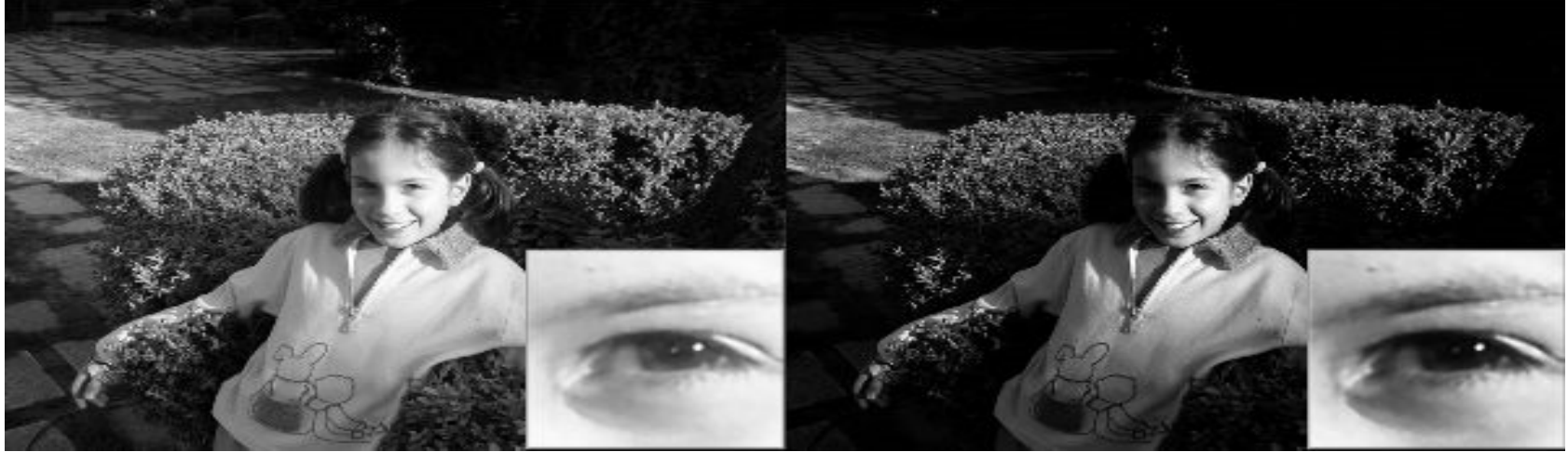
- Οι τιμές τάσης εισόδου κανονικοποιούνται στο $[0, 1]$
- Εικόνες που δεν έχουν διορθωθεί ως προς γ , εμφανίζονται πολύ σκοτεινές
- **Διόρθωση Γάμμα**: Διορθώνει τις τιμές τάσης εισόδου ώστε να διασφαλίσει γραμμική σχέση μεταξύ τιμών εισόδου και απεικόνισης (εξόδου) :

$$\text{είσοδος}' = \text{είσοδος}^{1/\gamma}$$

- Οι τιμές $\text{είσοδος}'$ αποτελούν την εικόνα με Διόρθωση Γάμμα

Διόρθωση Γάμμα (2)

• **Αριστερά:** Διορθωμένη εικόνα **Δεξιά:** μη διορθωμένη εικόνα



• **Δυσκολίες υλοποίησης:**

■ Μια συσκευή απεικόνισης μπορεί (και πρέπει να γνωρίζουμε):

- να εφαρμόζει Διόρθωση Γάμμα
- να εφαρμόζει μερικώς Διόρθωση Γάμμα
- να ΜΗΝ εφαρμόζει Διόρθωση Γάμμα

■ Τρέχουσες δομές εικόνων δεν αποθηκεύουν πληροφορίες για Διόρθωση Γάμμα → δύσκολη η διαχείριση της τεχνικής μεταξύ συσκευών

• **Διόρθωση Γάμμα σε ασπρόμαυρες αλλά και σε έγχρωμες εικόνες**

■ Στην δεύτερη περίπτωση επηρεάζει την ένταση

Χρωματικά Μοντέλα

- Σε έναν κόσμο πλούσιο σε χρώματα, δεν υπάρχουν χρώματα!

Goethe

- Χρώμα: Αποτέλεσμα διαδικασιών ατομικής αντίληψης
- **Χρωματικό Μοντέλο:** ένα μοντέλο το οποίο

- Περιγράφει
- Συγκρίνει
- Κατηγοριοποιεί
- Ταξινομεί

τα χρώματα

- Απλή προσέγγιση: Γραμμικό μοντέλο

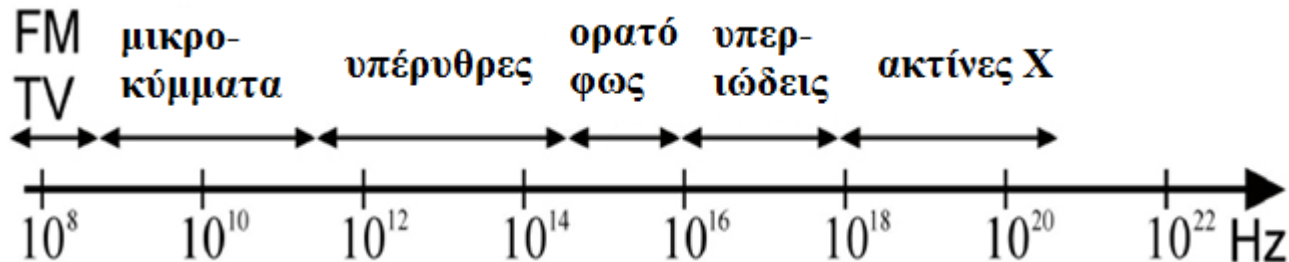
Αριστοτέλη

- Εμπνευσμένο από την κυκλική διαδοχή των χρωμάτων στον ουρανό από κατά τη διαδοχή μέρας - νύχτας



Χρωματικά Μοντέλα (2)

- Τα ορατά χρώματα αντιστοιχούν σε συχνότητες φωτός:
 - Καλύπτουν μικρό μέρος του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος
 - Διαφορετικές συχνότητες αναπαριστούν διαφορετικά χρώματα
 - $4.3 \cdot 10^4$ Hz (κόκκινο) ως $7.5 \cdot 10^{14}$ Hz (μωβ)



Χρωματικά Μοντέλα: Κατηγορίες

- **Μη Εξαρτημένα από συσκευή προβολής**

- Οι χρωματικές συντεταγμένες αναπαριστούν ένα μοναδικό χρώμα
- Χρήσιμα για την μετατροπή μεταξύ εξαρτημένων από συσκευή χρωματικών μοντέλων
- Πχ. CIE XYZ

- **Εξαρτημένα από συσκευή προβολής**

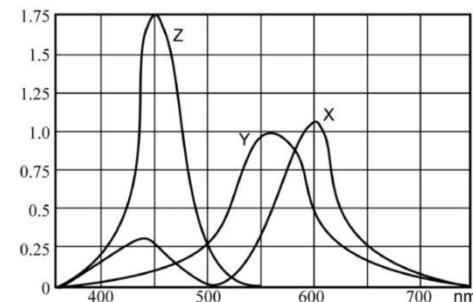
- Ίδιες χρωματικές συντεταγμένες παράγουν ελαφρώς διαφορετικό χρώμα σε διαφορετικές συσκευές
- Πχ. RGB, CMY
- Κάποια μοντέλα ακολουθούν τη φιλοσοφία της συσκευής προβολής και χρησιμοποιώντας βασικά χρώματα παράγουν τυχαία χρώματα:
 - i. Προσθετικό Μοντέλο: προσθέτει συνεισφορές βασικών χρωμάτων (οθόνη)
 - ii. Αφαιρετικό Μοντέλο: μίξη χρώματος επιτυγχάνεται μέσω αφαιρετικής διαδικασίας (εκτυπωτής)

Χρωματικά Μοντέλα: Κατηγορίες (2)

- **Αντιλαμβανόμενη γραμμικότητα (Perceptual linearity):**
 - Ισχύει όταν η αντιληπτή διαφορά μεταξύ 2 χρωμάτων είναι ανάλογη της διαφοράς των αντίστοιχων χρωματικών τιμών σε ολόκληρο το φάσμα του χρωματικού μοντέλου
- **Διαισθητική χρηστικότητα: Επιθυμητή**
- Θα εξεταστούν τα παρακάτω χρωματικά μοντέλα:
 1. CIE XYZ
 2. CIE $Y_u'v'$
 3. CIE $L^*a^*b^*$
 4. RGB
 5. HSV
 6. CMY(K)

1. Χρωματικό Μοντέλο CIE XYZ

- 1^{ος} Νόμος του Grassman:
 - Οποιοδήποτε χρώμα προκύπτει σαν γραμμικός συνδυασμός 3 βασικών χρωμάτων
 - ◆ Προϋπόθεση: Κανένας συνδυασμός οποιουδήποτε υποσυνόλου βασικών δεν παράγει άλλο βασικό χρώμα
 - ◆ Ανάλογο με τη γραμμική ανεξαρτησία των διανυσμάτων βάσης σε ένα σύστημα συντεταγμένων
- Αναπαράσταση χρώματος στον 3Δ χρωματικό χώρο $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$
- Οι άξονες του χρωματικού χώρου ορίζονται από τα 3 χρώματα
- $\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$ δεν είναι ορατά χρώματα, αλλά υπολογιστικές ποσότητες
- Αναμιγνύοντας τα βασικά χρώματα με κατάλληλες αναλογίες X, Y, Z μπορούν να παραχθούν όλα τα ορατά χρώματα



1. Χρωματικό Μοντέλο CIE XYZ (2)

- X, Z παρέχουν πληροφορία χρωματικότητας
- Y αντιστοιχεί στην ένταση
- Τα βασικά χρώματα συνθέτουν μια χρωματική βάση
- Τα λοιπά χρώματα \vec{F} εκφράζονται σαν γραμμικοί συνδυασμοί της βάσης:

$$\vec{F} = X \cdot \vec{X} + Y \cdot \vec{Y} + Z \cdot \vec{Z}$$

όπου X, Y, Z είναι οι χρωματικές συντεταγμένες του \vec{F}

1. Χρωματικό Μοντέλο CIE XYZ (3)

- Χρωματική μίξη:
 - 2^{ος} Νόμος του Grassman
 - Αν $\vec{F}_1 = X_1 \cdot \vec{X} + Y_1 \cdot \vec{Y} + Z_1 \cdot \vec{Z}$ και $\vec{F}_2 = X_2 \cdot \vec{X} + Y_2 \cdot \vec{Y} + Z_2 \cdot \vec{Z}$ είναι 2 δοθέντα χρώματα, η μίξη τους εκφράζεται ως:

$$\vec{F}_M = (X_1 + X_2) \cdot \vec{X} + (Y_1 + Y_2) \cdot \vec{Y} + (Z_1 + Z_2) \cdot \vec{Z}$$

- Παρομοίως ορίζεται η παρεμβολή χρώματος κατά παράγοντα ($0 \leq t \leq 1$) μεταξύ των χρωμάτων \vec{F}_1, \vec{F}_2 :

$$\vec{F}_t = (t \cdot X_1 + (1-t) \cdot X_2) \cdot \vec{X} + (t \cdot Y_1 + (1-t) \cdot Y_2) \cdot \vec{Y} + (t \cdot Z_1 + (1-t) \cdot Z_2) \cdot \vec{Z}$$

1. Χρωματικό Μοντέλο CIE XYZ (4)

- **Χρωματικό τρίγωνο XYZ:**

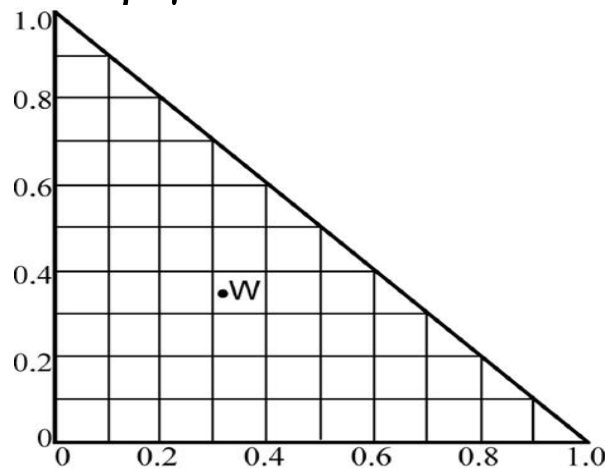
- Δημιουργείται με την προβολή του μοντέλου CIE XYZ στο επίπεδο

$$X + Y + Z = 1$$

- Ένα τυχαίο χρώμα (X, Y, Z) αντιστοιχεί στο σημείο (x, y, z) του τριγώνου:

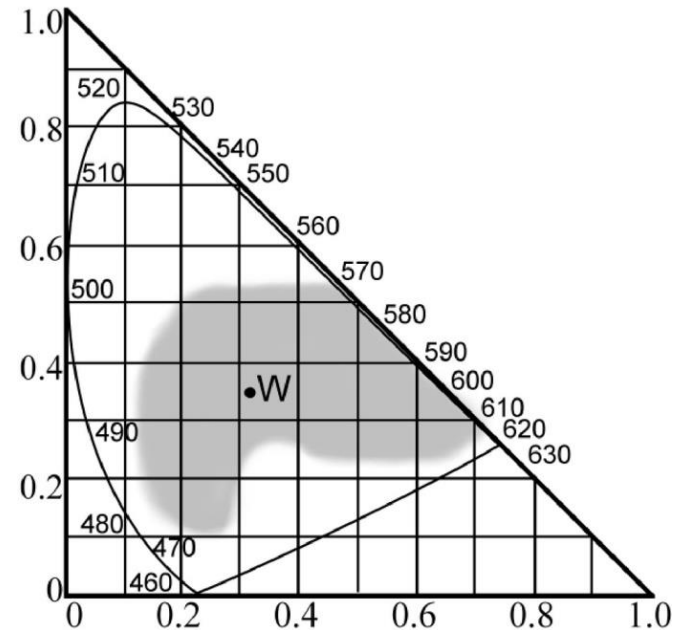
$$x = \frac{X}{(X + Y + Z)}, \quad y = \frac{Y}{(X + Y + Z)}, \quad z = \frac{Z}{(X + Y + Z)}$$

- Το (x, y, z) είναι η τομή του διανύσματος (X, Y, Z) & του τριγώνου XYZ
- Αφού $X+Y+Z=1 \rightarrow$ Χρώματα τριγώνου περιγράφονται από 2 συντεταγμένες
- XY τρίγωνο: Προβολή του τριγώνου XYZ στο επίπεδο xy:



1. Χρωματικό Μοντέλο CIE XYZ (5)

- Εναλλακτικός τρόπος καθορισμού χρώματος, μέσω χρωματικού τριγώνου, είναι το **CIE Yxy**
 - Δίνει τις τιμές των x & y (ή άλλου ζεύγους της τριπλέτας (x, y, z))
 - Επιπρόσθετα δίνει την τιμή έντασης Y
 - CIE Yxy \rightarrow CIE XYZ : $X = x \cdot \frac{Y}{y}$, $Y = Y$, $Z = (1 - x - y) \cdot \frac{Y}{y} = z \cdot \frac{Y}{y}$
- Το τρίγωνο XY περιέχει όλα τα ορατά χρώματα (εντός καμπύλης)
 - Η σκιασμένη περιοχή αναπαριστά τα χρώματα που απαντώνται στην φύση



2. Χρωματικό Μοντέλο CIE Yu'v'

- Μετασχηματισμός του CIE XYZ
- Παρέχει αντιλαμβανόμενη γραμμικότητα
- Ορίζει u' & v' ως προς x & y του CIE XYZ:

$$u' = \frac{4x}{-2x + 12y + 3}, \quad v' = \frac{9y}{-2x + 12y + 3}$$

- Ο παραπάνω μετασχηματισμός είναι εύκολα αντιστρέψιμος
- 3^η συνιστώσα είναι περιττή
- Πλήρης καθορισμός χρώματος στο CIE Yu'v' δίνεται από την τριπλέτα (Y, u', v')
 - Y είναι η ίδια τιμή έντασης όπως στο CIE XYZ

3. Χρωματικό Μοντέλο CIE $L^*a^*b^*$

- Επίσης μετασχηματισμός του CIE XYZ
- Επίσης παρέχει αντιλαμβανόμενη γραμμικότητα
- Εξαρτώμενο από συσκευή προβολής
- Οι παράμετροί του καθορίζονται σε σχέση με το λευκό σημείο της συσκευής προβολής
- Λευκό σημείο:
 - Χρώμα που αποτυπώνεται στη συσκευή όταν όλες οι χρωματικές συνιστώσες λαμβάνουν τις μέγιστες τιμές τους
 - Συνήθως για $r = g = b = 1$
 - Το χρώμα αυτό εκφράζεται στο CIE XYZ σαν (X_n, Y_n, Z_n)
- Το CIE $L^*a^*b^*$ ορίζει 3 παραμέτρους:
 - L^* για την ένταση
 - a^*b^* για την χρωματικότητα

3. Χρωματικό Μοντέλο CIE L*a*b* (2)

- Με όρους του CIE XYZ και με λευκό σημείο το (X_n, Y_n, Z_n) , οι παράμετροι του CIE L*a*b* είναι:

$$L^* = \begin{cases} 116\sqrt[3]{Y_r} - 16, & \text{if } Y_r > 0.008856, \\ 903.3Y_r, & \text{if } Y_r \leq 0.008856, \end{cases}$$

$$a^* = 500(f(X_r) - f(Y_r))$$

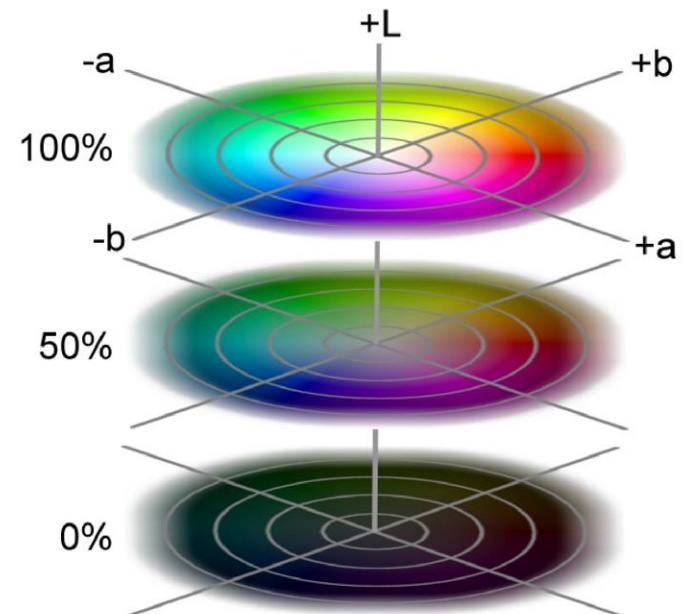
$$b^* = 200(f(Y_r) - f(Z_r))$$

όπου

$$X_r = \frac{X}{X_n} \quad Y_r = \frac{Y}{Y_n} \quad Z_r = \frac{Z}{Z_n},$$

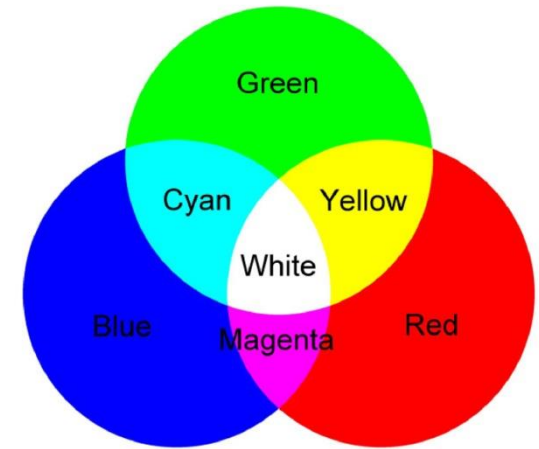
$$f(t) = \begin{cases} \sqrt[3]{t}, & \text{if } t > 0.008856 \\ 7.787t + 16/116, & \text{if } t \leq 0.008856 \end{cases}$$

- Ο παραπάνω μετασχηματισμός είναι αντιστρέψιμος



4. Το Χρωματικό Μοντέλο RGB

- Προσθετικό μοντέλο με βασικά χρώματα R-κόκκινο, G-πράσινο, B-μπλε
 - Χρησιμοποιείται γιατί η ανθρώπινη όραση βασίζεται σε χρωμο-ευαίσθητα κωνία R,G,B
- Ένα τυχαίο χρώμα \vec{F} εκφράζεται ως:
- $$\vec{F} = r \cdot \vec{R} + g \cdot \vec{G} + b \cdot \vec{B}$$
όπου $\vec{R}, \vec{G}, \vec{B}$: τα διανύσματα βάσης κόκκινο, πράσινο και μπλε, και r, g, b : οι συντεταγμένες χρώματος του \vec{F}
- Στις οθόνες :
 - Τα χρώματα δημιουργούνται με προσθετικό τρόπο
 - Ο προσθετικός τρόπος μίξης ξεκινά με το μαύρο (χωρίς φως)
 - Και καταλήγει στο άσπρο (το άθροισμα των βασικών χρωμάτων)
 - Όσο προστίθενται βασικά, το αποτέλεσμα είναι πιο φωτεινό & προς το άσπρο



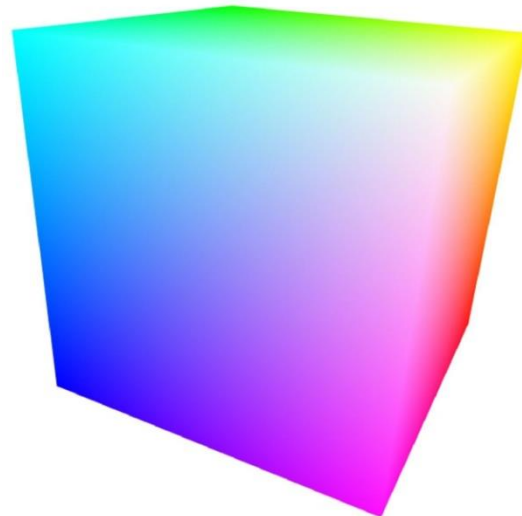
4. Το Μοντέλο RGB (2)

- Έγχρωμοι σαρωτές:
 - Δουλεύουν παρόμοια με τις οθόνες
 - Μετρούν την ποσότητα των βασικών χρωμάτων που αντανακλά / διαδίδει ένα αντικείμενο
 - Τις μετατρέπουν σε ψηφιακές τιμές
- Το μοντέλο RGB είναι χρήσιμο σε τέτοιες συσκευές λόγω:
 - Της προσθετικής φύσης του
 - Χρήσης ως βάση των κόκκινο, πράσινο, μπλε: ορατά χρώματα, όχι θεωρητικές ποσότητες
- Μίξη και Παρεμβολή Χρώματος: όμοια με το CIE XYZ

4. Το Μοντέλο RGB (3)

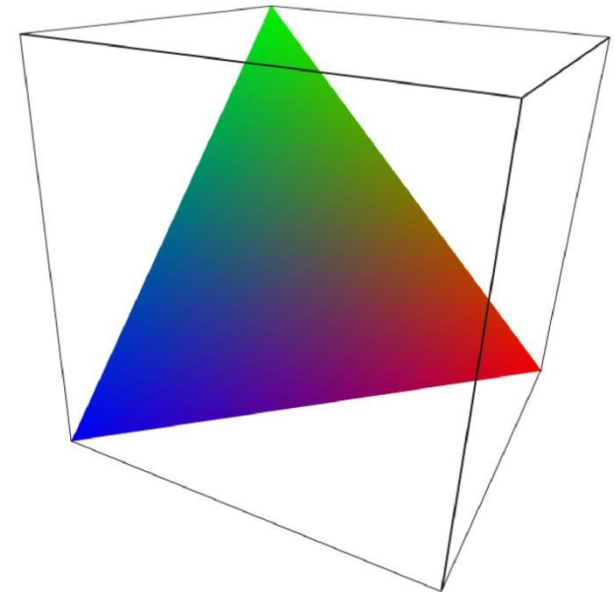
- **RGB κύβος:**

- Ο μοναδιαίος κύβος στο χώρο RGB
- Τα χρώματα αντιστοιχούν σε διανύσματα που ξεκινούν από το κέντρο $(0,0,0)$, σημείο του μαύρου, και καταλήγουν εντός κύβου
- Π.Χ. το λευκό είναι το $(1,1,1)$ και το πράσινο το $(0,1,0)$
- Η κατεύθυνση του διανύσματος είναι η χρωματικότητα
- Το μήκος του διανύσματος ορίζει την ένταση
- Η κύρια διαγώνιος αποτελείται από αποχρώσεις του γκρι (από μαύρο στο άσπρο)



4. Το Μοντέλο RGB (4)

- **RGB τρίγωνο:** η τομή του RGB κύβου με το επίπεδο που ορίζουν τα σημεία:
 - Κόκκινο (1,0,0)
 - Πράσινο (0,1,0)
 - Μπλε (0,0,1)
- Όλα τα RGB χρώματα απεικονίζονται στο RGB τρίγωνο
 - Η μόνη πληροφορία που χάνεται είναι η ένταση



4. Το Μοντέλο RGB (5)

- Με το RGB τρίγωνο, η έννοια της χρωματικότητας αναλύεται σε:

1. Απόχρωση:

- Είναι το κυρίαρχο μήκος κύματος
- Δίνει στο χρώμα την ταυτότητά του
- Όλες οι αποχρώσεις βρίσκονται στην περίμετρο του RGB τριγώνου

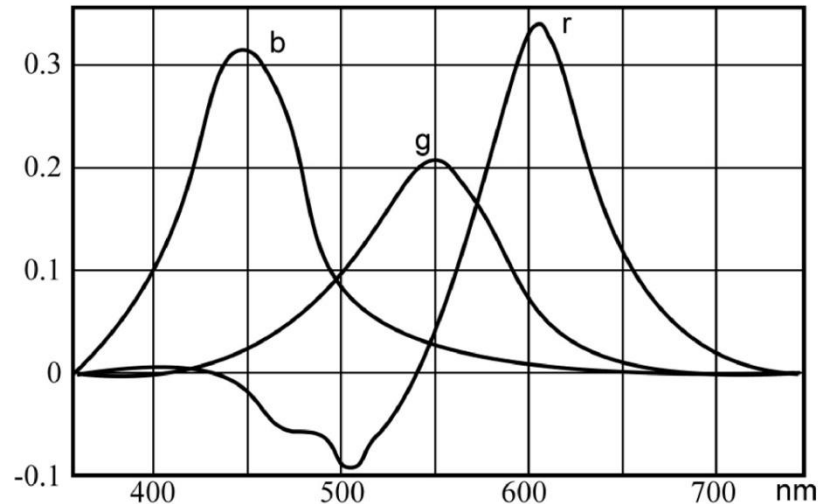
2. Κορεσμό:

- Είναι η ποσότητα του άσπρου σε ένα χρώμα
- Είναι μέγιστος στο κέντρο του τριγώνου
- Είναι ελάχιστος στην περίμετρο

- Χρώματα με ίδια απόχρωση και διαφορετικό κορεσμό βρίσκονται στο ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει ένα σημείο της παραμέτρου με το κέντρο του τριγώνου
- Στον RGB κύβο, κορεσμός είναι η γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα του χρώματος με τη διαγώνιο του κύβου

4. Το Μοντέλο RGB (6)

- Αντιστοιχία μεταξύ ορατών χρωμάτων & μοντέλου RGB:
 - Αναλογίες κόκκινου, πράσινου και μπλε που απαιτούνται για την παραγωγή ορατών χρωμάτων:



- Το μοντέλο RGB:
 - Δεν παρέχει αντιλαμβανόμενη γραμμικότητα
 - Δεν παρέχει διαισθητική χρηστικότητα: δεν είναι εύκολο να βρεθεί κατάλληλος συνδυασμός RGB για τυχαίο χρώμα
 - Είναι εξαρτημένο από συσκευή (Device- dependent)

4. Το Μοντέλο RGB (7)

- Το μοντέλο RGB είναι εξαρτημένο από συσκευή:
 - Η ίδια τριπλέτα (r,g,b) πιθανώς εμφανίζει διαφορετικά χρώματα σε διαφορετικές οθόνες
- Πρέπει να εξασφαλίζεται ότι τα χρώματα θα εμφανίζονται ίδια κατά τη μεταφορά έγχρωμων εικόνων μεταξύ συσκευών
- Μετατροπή RGB διαφορετικών συσκευών μέσω ενδιάμεσου μοντέλου, ανεξάρτητου συσκευής
- Συνήθως οι οθόνες παρέχουν πίνακα \mathbf{M} για μετατροπή στο XYZ:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} r \\ g \\ b \end{bmatrix} \quad \text{όπου} \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} X_R & X_G & X_B \\ Y_R & Y_G & Y_B \\ Z_R & Z_G & Z_B \end{bmatrix}$$

- Δεδομένων πινάκων μετατροπής \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 , δύο οθονών, η μετατροπή των RGB χρωμάτων μεταξύ τους γίνεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ g_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \mathbf{M}_2^{-1} \cdot \mathbf{M}_1 \cdot \begin{bmatrix} r_1 \\ g_1 \\ b_1 \end{bmatrix}$$

4. Το Μοντέλο RGB (8)

Διαφάνεια: Χρώμα Άλφα

- Bits ανά εικονοστοιχείο (bpp)
 - Ο αριθμός των bits για την αποθήκευση του χρώματος ενός εικονοστοιχείου
 - Ορίζει -το μέγιστο αριθμό χρωμάτων που εμφανίζονται ταυτόχρονα στην εικόνα
- το μέγεθος της εικόνας
 - Συνήθως: 8 bits για κάθε κανάλι χρώματος \rightarrow 24 bpp
 - Οι λέξεις είναι 32 bits \rightarrow τα υπόλοιπα 8 bits αναπαριστούν τη **διαφάνεια** a
- Χρώμα άλφα:
 - Είναι μια τετραπλέτα $[r, g, b, a]^T$, $a \neq 0$
 - Ισοδυναμεί με $[r/a, g/a, b/a]^T$
 - a παριστάνει την επιφάνεια (ή όγκο) μέσα στην οποία υφίσταται η χρωματική ενέργεια
 - Χρώμα άλφα: $[C, a] = [\text{συνεισφορά-ενέργειας}, \text{συνεισφορά-επιφάνειας}]$, $C = r, g, b$
- Η παράσταση άλφα είναι παρόμοια με τις ομογενείς συντεταγμένες στην προβολική γεωμετρία

4. Το Μοντέλο RGB (9)

Διαφάνεια: Χρώμα Άλφα

Παράδειγμα:

- Έστω διαφανές αντικείμενο A με χρώμα άλφα $[C_A, I]^T$ βρίσκεται μπροστά από διαφανές αντικείμενο B με χρώμα άλφα $[C_B, I]^T$
- Το A είναι διαφανές άρα το χρώμα του συνεισφέρει μόνο a_A
 - Πρέπει να μειώσουμε την επιφάνεια κάλυψης του A
 - Η συνεισφορά του είναι $[a_A C_A, a_A]^T$ σε όρους προβολής
- Η συνεισφορά του πίσω αντικειμένου είναι a_B της δικής του διαφάνειας \times το ποσοστό του χρώματος $(1 - a_A)$ που επιτρέπει το A να περάσει: $[\alpha_B(1 - \alpha_A)C_B, \alpha_B(1 - \alpha_A)]^T$
- Η συνολική συνεισφορά των 2 αντικειμένων (γνωστό ως τελεστής *over*) είναι:

$$[\alpha_A C_A + \alpha_B (1 - \alpha_A) C_B, \alpha_A + \alpha_B (1 - \alpha_A)]^T$$

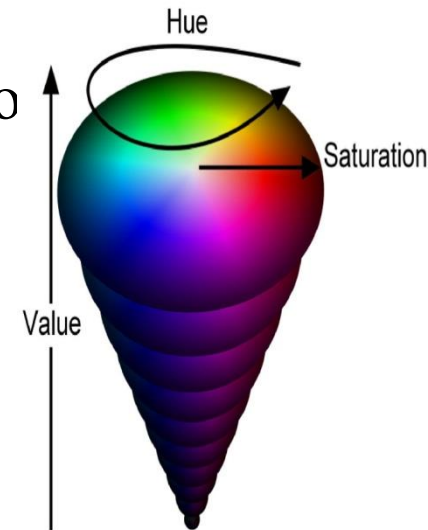
4. Το Μοντέλο RGB (10)

Συμπιεσμένη μορφή RGB

- Το μέγεθος μιας εικόνας μειώνεται, μειώνοντας το bpp
- Επιτυγχάνεται με επαναδειγματοληψία του φάσματος κάθε χρωματικής συνιστώσας
- r:g:b:a δείχνει την κατανομή των bit του bpp σε r, g, b, a
 - Αν δίνονται 3 αριθμοί → δε χρησιμοποιείται διαφάνεια
 - Π.χ. 4:4:4:4, 5:5:5:1, 5:6:5, 3:3:2

5. Το Χρωματικό Μοντέλο HSV

- Οι αναλογίες κόκκινου, πράσινου, μπλε ενός χρώματος ελέγχουν:
 - Απόχρωση
 - Κορεσμό
 - Ένταση
- Ευκολότερο να ορίσουμε ένα χρώμα με τις παραπάνω ιδιότητες
- Ο καλλιτέχνης A.H.Munsell πρότεινε το σύστημα απόχρωση-κορεσμός-τιμή έντασης (HSV)
- Τα χρώματα γεωμετρικά απεικονίζονται πάνω σε κώνο
- **Απόχρωση:**
 - Παράταξη χρωμάτων πάνω σε κύκλο (τροχός χρωμάτων)
 - Απόχρωση είναι η γωνία αναφορικά με αρχική θέση κύκλου
 - Πχ. το κόκκινο είναι στις 0° , το πράσινο στις 120° , το μπλε στις 240°
 - Ο κύκλος αντιστοιχεί σε μια εγκάρσια τομή κώνου



5. Το Μοντέλο HSV (2)

- **Κορεσμός:**
 - Μέγιστος στην επιφάνεια του κώνου (χωρίς τη βάση) → είναι τα αμιγή χρώματα με μέγιστη χρωματικότητα
 - Ο άξονας του κώνου έχει την ελάχιστη χρωματικότητα (αποχρώσεις γκρι)
- **Τιμή έντασης:**
 - Ελάχιστη τιμή (0): απουσία φωτός (μαύρο)
 - Μέγιστη τιμή: το χρώμα έχει τη μέγιστη τιμή έντασης
 - Απεικονίζεται πάνω στον άξονα του κώνου:
 - ◆ 0 : η κορυφή του κώνου
 - ◆ Μέγιστη τιμή: το κέντρο της βάσης του κώνου

6. Το Χρωματικό Μοντέλο CMY(K)

- Αφαιρετικό μοντέλο :
 - Χρησιμοποιείται στη εκτύπωση (& ζωγραφική!)
 - Η αφαιρετική μίξη ξεκινά με το άσπρο (καμβάς ή χαρτί)
 - Καθώς προστίθεται χρώμα, το αποτέλεσμα σκουραίνει & τείνει στο μαύρο
 - Πχ. αν ρίξουμε κυανή μπογιά σε χαρτί, αυτή απορροφά το κόκκινο φως:
αν το χαρτί φωτίζεται με άσπρο φως (άσπρο = κόκκινο + πράσινο + μπλε)
το ανακλώμενο φως θα είναι (κόκκινο + πράσινο + μπλε) – κόκκινο = κυανό
- Το μοντέλο CMY είναι συμπληρωματικό του RGB
 - Βασικά χρώματα : κυανό (\vec{C}), μωβ (\vec{M}), κίτρινο (\vec{Y})
- Ένα χρώμα \vec{F} γράφεται ως γραμμικός συνδυασμός των 3 βασικών χρωμάτων:
$$\vec{F} = c \cdot \vec{C} + m \cdot \vec{M} + y \cdot \vec{Y}$$

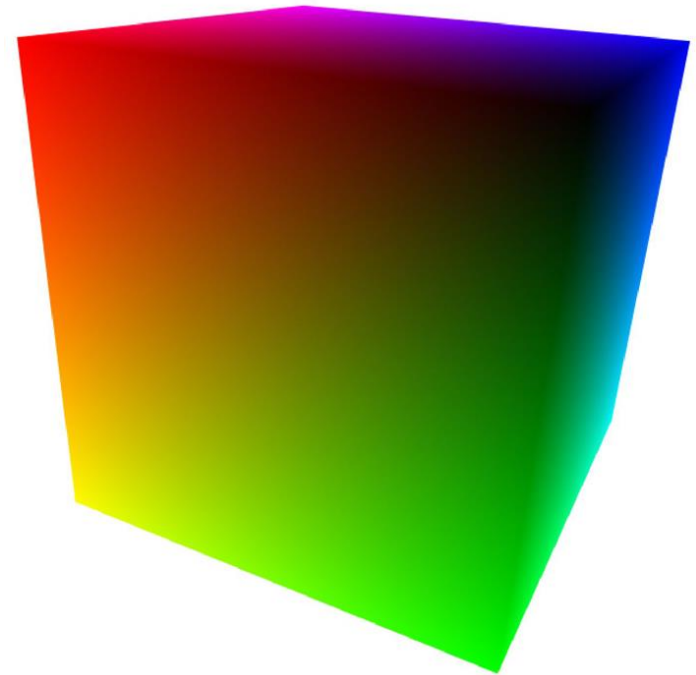
όπου c , m , y : οι χρωματικές συντεταγμένες του \vec{F}

6. Το Μοντέλο CMY(K) (2)

- Το μοντέλο CMY δεν παρέχει αντιλαμβανόμενη γραμμικότητα ούτε διαισθητική χρηστικότητα (όπως και το RGB, συμπλήρωμα)
- Μετατροπές μεταξύ CMY και RGB:

$$\begin{bmatrix} c \\ m \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r \\ g \\ b \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad \begin{bmatrix} r \\ g \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c \\ m \\ y \end{bmatrix}$$

- Ο κύβος CMY:
 - Είναι ο μοναδιαίος κύβος στο χώρο CMY
 - Το άσπρο βρίσκεται στο (0, 0, 0)
 - Το μαύρο βρίσκεται στο (1, 1, 1)
 - Τα υπόλοιπα χρώματα βρίσκονται στις συμπληρωματικές θέσεις από ότι στον RGB κύβο



6. Το Μοντέλο CMY(K) (3)

- Το μοντέλο CMYK :
 - Όμοιο με CMY μόνο που περιέχει και το μαύρο χρώμα
 - Το μαύρο χρησιμοποιείται για να επιτρέψει τη διαδικασία σύνθεσης ενός χρώματος \vec{F} με τα ελάχιστα συστατικά του
- Χρήσιμο για εκτυπωτές
 - Αποφυγή σύνθεσης του μαύρου (για κείμενο, διαγράμματα)
 - Οικονομία στο μελάνι
 - Καλύτερη ποιότητα μαύρου

6. Το Μοντέλο CMY(K) (4)

- Μετατροπή από CMY σε CMYK:

$$b = \min(c, m, y)$$

$$c' = \frac{c - b}{1 - b}$$

$$m' = \frac{m - b}{1 - b}$$

$$y' = \frac{y - b}{1 - b}$$

όπου c' , m' , y' , b : οι χρωματικές συνιστώσες του CMYK

6. Το Μοντέλο CMY(K) (5)

- Μετατροπή από RGB (οθόνη) σε CMY (εκτυπωτής):
 - Και τα δυο μοντέλα είναι εξαρτημένα από συσκευή
 - Αρχικά, μετατροπή του RGB σε σύστημα μη εξαρτημένο από συσκευή (πχ. CIE XYZ)
 - Ύστερα, μετατροπή σε CMY χρησιμοποιώντας τους πίνακες μετασχηματισμού των συσκευών:

$$\begin{bmatrix} c \\ m \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XYZ \rightarrow \\ CMY \\ ofprinter \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} RGB \rightarrow \\ XYZ \\ ofdisplay \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r \\ g \\ b \end{bmatrix}$$

Σύνοψη χρωματικών μοντέλων

	Ανεξάρτητο από το υλικό?	Γραμμικό ?	Διαισθητικό ?
CIE XYZ	N	O	O
CIE Yu'v'	N	N	~ O
CIE L*a*b*	N	N	~ O
RGB	O	O	~ O
HSV	O	O	N
CMY	O	O	~ O

Θέματα Διαδικτύου

- Όταν δημιουργούμε εικόνες για το διαδίκτυο:
 - Θα τις δουν πολλοί, με διαφορετικές συσκευές απεικόνισης
 - Η ίδια ψηφιακή εικόνα θα εμφανιστεί διαφορετική σε διαφορετικές οθόνες
- 1. Διαφορές στη διόρθωση γάμμα:
 - Μια εικόνα αποθηκευμένη με διαφορετική διόρθωση γάμμα, από εκείνη της οθόνης που εμφανίζεται, θα είναι πιο φωτεινή ή πιο σκούρα
 - Χρήση “μέσης” διόρθωσης γάμμα, π.χ. 2.2
- 2. Διαφορές στο χρωματικό μοντέλο:
 - Συχνά οι εικόνες αποθηκεύονται με το μοντέλο RGB (εξαρτώμενο συσκευής)
 - ◆ Διαφορές μεταξύ συσκευών παραγωγής και εμφάνισης
 - Μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα από τα ανεξάρτητα συσκευής CIE μοντέλα
 - Αλλά και αυτό έχει μειονεκτήματα:
 - i. Επιπλέον βήμα βαθμονόμησης (σημείο λευκού)
 - ii. Ακριβή μετατροπή αν χρησιμοποιείται ένα ημι-διαισθητικό μοντέλο (√)
 - iii. Μοντέλα RGB ευρέως αποδεκτά για οθόνες

Θέματα Διαδικτύου (2)

sRGB (standard RGB)

- Εύκολο για κατασκευαστές λόγω ομοιότητας με RGB
- Ανεξάρτητο συσκευής λόγω:
 - Χρωματομετρικού ορισμού κόκκινου, πράσινου και μπλε, σε σχέση με το πρότυπο CIE XYZ
 - Γάμμα ίσο με 2.2
 - Σαφώς ορισμένες συνθήκες παρατήρησης
- Χρήσιμο στη βιομηχανία ηλεκτρονικών (π.χ. ψηφιακές μηχανές)

Εικόνες υψηλού δυναμικού εύρους (ΥΔΕ-HDR)

- **Ερώτηση:** Πώς δημιουργούμε εικόνες σε *αθάνατο* φορμάτ ;
 - Αδύνατο να προβλέψουμε τη μελλοντική τεχνολογία
 - Λογικό να θεωρήσουμε ότι το ανθρώπινο οπτικό σύστημα θα παραμείνει ίδιο
- *Δυναμικό εύρος* μιας εικόνας: ο λόγος της υψηλότερης ως προς την χαμηλότερη τιμή έντασης
- Το ανθρώπινο μάτι έχει τρομερές δυνατότητες αντίληψης δυναμικού εύρους (10.000:1)
 - Με λίγα δευτερόλεπτα προσαρμογής, αυτό αυξάνεται σε $\sim 10^9:1$
- Το δυναμικό εύρος τυπικών οθονών είναι $\sim 1000:1$
- Η κωδικοποίηση 24-bit RGB έχει δυναμικό εύρος 90:1
 - Παριστά οριακά ό,τι μπορεί να εμφανισθεί σε μια οθόνη (διαφορά 1 τάξη μεγέθους)
 - Παριστά ανεπαρκώς ό,τι μπορεί να αντιληφτεί το ανθρώπινο μάτι (>2 τάξεις μεγέθους)
 - Το δυναμικό εύρος του συμβατικού φιλμ κάμερας είναι υψηλότερο από εκείνο του 24-bit RGB, πράγμα που το καθιστά πιο 'αθάνατο'

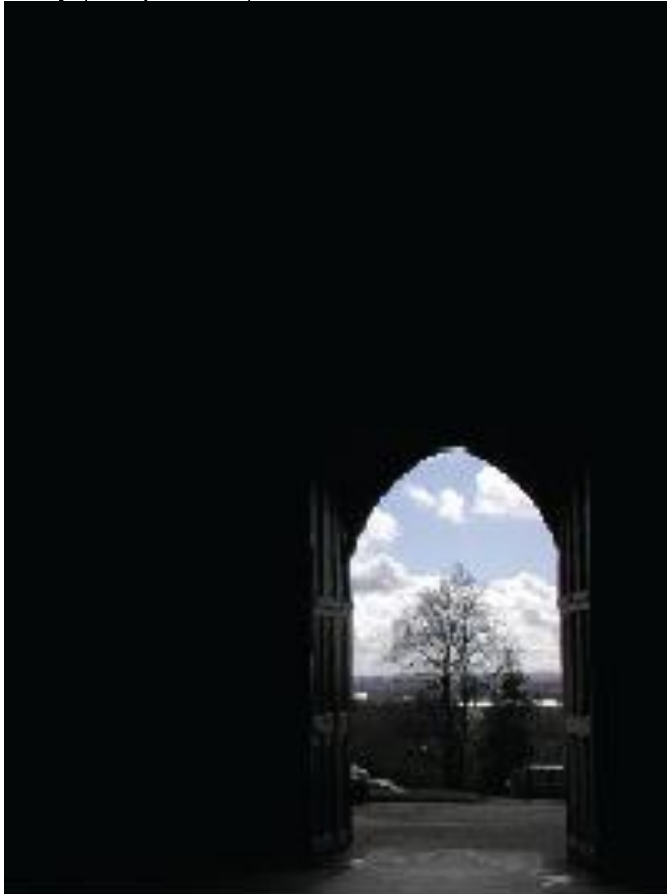
Εικόνες υψηλού δυναμικού εύρους (HDR) (2)

- HDR εικόνες παράγονται:
 - Με ειδικό φωτογραφικό εξοπλισμό
 - Με συνδυασμό πολλαπλών εικόνων μιας σκηνής τραβηγμένης με διαφορετικά επίπεδα φωτεινότητας
 - Συνθετικά (τεχνικές ολικού φωτισμού)
- *Τονική Απεικόνιση*: Συμπύεση εικόνων HDR στο δυναμικό εύρος οθονών με δεδομένες προθέσεις διατήρησης χαρακτηριστικών
 - Απούσα είναι η ικανότητα να εμφανίζεται ένα ευρύ δυναμικό εύρος ταυτόχρονα (πχ. οδήγηση τη νύχτα με προβολείς)
- Πλεονεκτήματα για τη δημιουργία εικόνων HDR:
 - Εικόνες μπορούν να αποθηκεύονται στο δυναμικό εύρος που αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος, για μελλοντική χρήση
 - Δυνατότητα εφαρμογής διαφορετικών μεθόδων τονικής απεικόνισης, για διαφορετικές προθέσεις

Εικόνες υψηλού δυναμικού εύρους (HDR) (3)

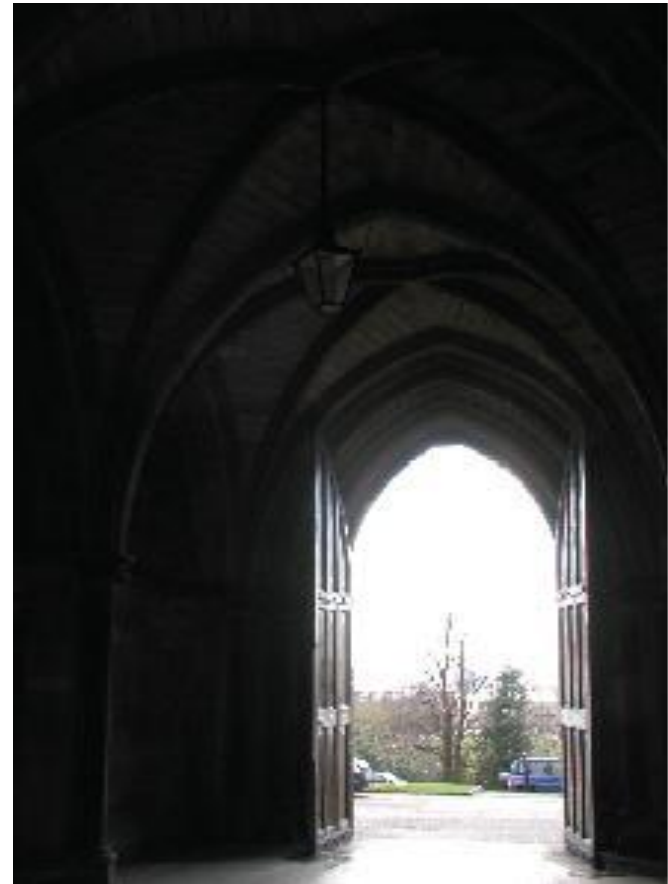
- Φωτογραφικό παράδειγμα HDR :

Μια σκοτεινή λήψη χάνει
πληροφορία από το εσωτερικό
της αψίδας



Γραφικά & Οπτικοποίηση: Αρχές & Αλγόριθμοι

Μια φωτεινή λήψη χάνει
πληροφορία από τα σύννεφα



Κεφάλαιο 11

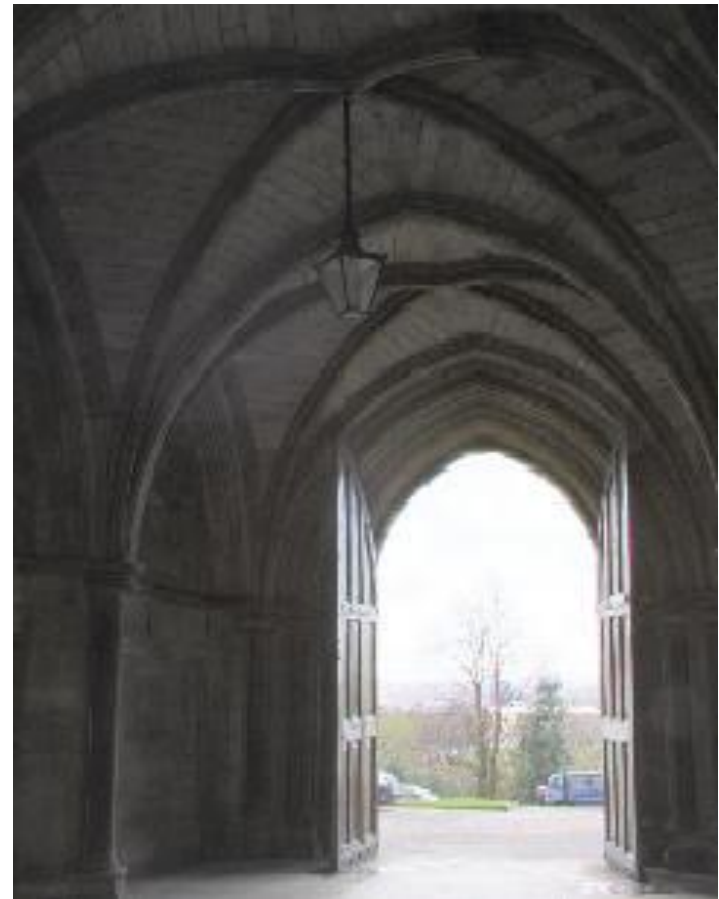
Εικόνες υψηλού δυναμικού εύρους (HDR) (4)

- Φωτογραφικό παράδειγμα HDR :

HDR εικόνα με τονική απεικόνιση ιστογράμματος



HDR εικόνα με τονική απεικόνιση Reinhard



Εικόνες υψηλού δυναμικού εύρους (HDR) (5)

- Μπορούμε να αποθηκεύσουμε εικόνες HDR αν αυξήσουμε τα bpp
 - Πχ. 32 bits ανά χρωματική συνιστώσα, δίνοντας συνολικά 96 bpp
- Οι HDR κωδικοποιήσεις χρησιμοποιούν έξυπνα την ιδέα της Ελάχιστης Αντιληπτής Διαφοράς (ΕΑΔ-JND)
 - JND: η ελάχιστη διαφορά έντασης που μπορεί να εντοπίσει το ανθρώπινο μάτι σε ένα δεδομένο επίπεδο έντασης
- Λογαριθμική σχέση ανάμεσα σε JNDs και επίπεδα έντασης:
 - Είναι λογικό να διαχωρίσουμε τη συνιστώσα έντασης ενός εικονοστοιχείου από τη χρωματική συνιστώσα και να αποθηκεύσουμε χωριστά την πρώτη κωδικοποιημένη σε λογαριθμική κλίμακα
 - Αυτή την προσέγγιση ακολουθούν οι HDR κωδικοποιήσεις, όπως το RGBE του Radiance και το LogLuv στο οποίο θα εστιάσουμε

Εικόνες υψηλού δυναμικού εύρους (HDR) (6)

- Το 32-bit LogLuv έχει:
 - 32 bpp
 - ◆ 15 bits για την τιμή έντασης
 - ◆ 1 bit για το πρόσημο της έντασης (επιτρέπεται αρνητική ένταση)
 - ◆ 16 bits για τη χρωματικότητα
- Λογαριθμική μετατροπή μεταξύ της πραγματικής έντασης L και της (ακέραιας) αποθηκευόμενης τιμής κατά LogLuv L_e :

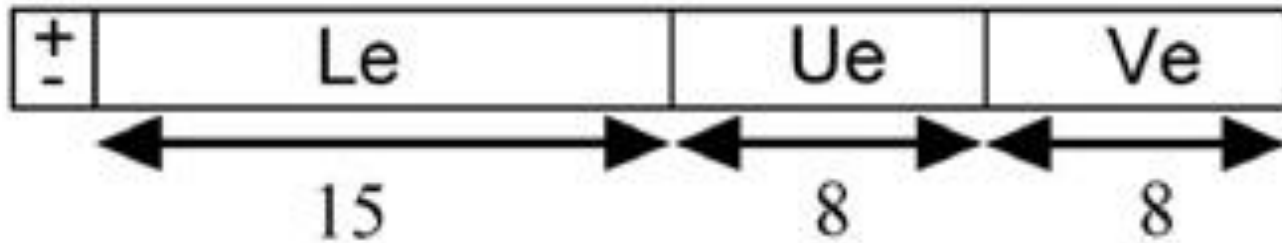
$$L_e = \lfloor c_1 (\log_2 L + c_2) \rfloor,$$

$$L = 2^{\lfloor L_e / c_1 - c_2 \rfloor}$$

- Το παραπάνω περιέχει ολόκληρο το εύρος της αντιληπτής έντασης σε μικρά, μη αντιληπτά, βήματα

Εικόνες υψηλού δυναμικού εύρους (HDR) (7)

- Κατανομή των bits στο 32-bit LogLuv:





Τέλος Ενότητας

Εισαγωγή

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



ΣΗΜΕΙΩΜΑΤΑ

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών,
Θεοχάρης Θεοχάρης. «Γραφικά Ι. Ενότητα 6: Το χρώμα στα γραφικά και
στην οπτικοποίηση». Έκδοση: 1.01. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη
δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/DI104/>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση του ακόλουθου έργου:

«Γραφικά και Οπτικοποίηση. Αρχές και Αλγόριθμοι.» Θ. Θεοχάρης, Τ. Παπαϊωάννου, Ν. Πλατής, Ν. Μ. Πατρικαλάκης.