

## Ενότητα 6: Κβαντική δυναμική

### Άσκηση 6.1

Ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται εντός ομοιογενούς, χρονικώς ανεξάρτητου μαγνητικού πεδίου εντάσεως  $B$  στην θετική  $z$ -κατεύθυνση. Για  $t=0$  το ηλεκτρόνιο ξέρουμε ότι βρίσκεται σε μια ιδιοκατάσταση του τελεστή  $\hat{S} \cdot \hat{n}$  με ιδιοτιμή  $\hbar/2$ , όπου  $\hat{n}$  είναι ένα μοναδιαίο διάνυσμα, επί του  $xz$ -επιπέδου, που σχηματίζει γωνία  $\beta$  με τον  $z$ -άξονα.

- Βρείτε την πιθανότητα να βρίσκεται το ηλεκτρόνιο στην  $s_x = \hbar/2$  κατάσταση σαν συνάρτηση του χρόνου.
- Βρείτε την αναμενόμενη τιμή του  $\hat{S}_x$  σαν συνάρτηση του χρόνου.
- Για δική σας επιβεβαίωση, δείξτε ότι τα αποτελέσματα που βρήκατε έχουν νόημα στις ακραίες περιπτώσεις όπου (α)  $\beta \rightarrow 0$  και (β)  $\beta \rightarrow \pi/2$ .

### Άσκηση 6.2

Θεωρήστε ένα σωματίδιο σε μια διεύθυνση με την εξής Χαμιλτωνειανή

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{x}).$$

Αφού υπολογίσετε τον μεταθέτη  $[[\hat{H}, \hat{x}], \hat{x}]$ , αποδείξτε ότι

$$\sum_{a'} |\langle a'' | \hat{x} | a' \rangle|^2 (E_{a'} - E_{a''}) = \frac{\hbar^2}{2m},$$

όπου  $|a'\rangle$  είναι ιδιοδιάνυσμα ενέργειας με ιδιοτιμή  $E_{a'}$ .