



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικόν και Καποδιστριακόν  
Πανεπιστήμιον Αθηνών

# Κβαντική Μηχανική II

Ενότητα 6: Άτομα σε μαγνητικά πεδία

Αθανάσιος Λαχανάς

Σχολή Θετικών Επιστημών

Τμήμα Φυσικής

## Περιεχόμενα της ενότητας

### Ατομα σε μαγνητικά πεδία

Φαινόμενο Zeeman

Ομαλό φαινόμενο Zeeman

Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

Το πραγματικό άτομο του  $H\alpha$  !

Φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure

Φαινόμενα Υπέρλεπτης Υφής - Hyperfine structure

## Περιεχόμενα της ενότητας

### Ατομα σε μαγνητικά πεδία

φαινόμενο Zeeman

Ομαλό φαινόμενο Zeeman

Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

### Το πραγματικό άτομο του $H_2$ !

φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure

φαινόμενα Υπέρλεπτης Υφής - Hyperfine structure

## Ατομα σε μαγνητικά πεδία - Φαινόμενο Zeeman

↳ Άτομα σε μαγνητικά πεδία

↳ Φαινόμενο Zeeman

## Αλληλεπίδραση μαγνητικής ροπής & μαγνητικού πεδίου

Τα ηλεκτρόνια, όπως και άλλα σωματίδια, έχουν μαγνητικές ροπές

- ▶ Λόγω της τροχιακής τους στροφορμής που ενδέχεται να έχουν

$$\vec{\mu}_L = \frac{e}{2m_e c} \vec{L}$$

- ▶ Λόγω του σπιν που διαθέτουν

$$\vec{\mu}_S = g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

- ▶ Με την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου αναμένεται πρόσθετη ενέργεια αλληλεπίδρασης

$$U_B = -\vec{\mu}_{o\lambda} \cdot \vec{B}$$

όπου  $\vec{\mu}_{o\lambda}$  η ολική μαγνητική ροπή

Για να μελετηθεί πλήρως το φαινόμενο της επίδρασης εξωτερικού μαγνητικού πεδίου σε άτομα χρειάζεται να καταγραφεί αναλυτικά η Χαμιλτωνιανή του συστήματος  $\Rightarrow$

↳ Άτομα σε μαγνητικά πεδία

↳ Φαινόμενο Zeeman

## Αλληλεπίδραση μαγνητικής ροπής & μαγνητικού πεδίου

Τα ηλεκτρόνια, όπως και άλλα σωματίδια, έχουν μαγνητικές ροπές

- ▶ Λόγω της τροχιακής τους στροφορμής που ενδέχεται να έχουν

$$\vec{\mu}_L = \frac{e}{2m_e c} \vec{L}$$

- ▶ Λόγω του σπιν που διαθέτουν

$$\vec{\mu}_S = g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

- ▶ Με την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου αναμένεται πρόσθετη ενέργεια αλληλεπίδρασης

$$U_B = -\vec{\mu}_{ολ} \cdot \vec{B}$$

όπου  $\vec{\mu}_{ολ}$  η ολική μαγνητική ροπή

Για να μελετηθεί πλήρως το φαινόμενο της επίδρασης εξωτερικού μαγνητικού πεδίου σε άτομα χρειάζεται να καταγραφεί αναλυτικά η Χαμιλτωνιανή του συστήματος  $\Rightarrow$

↳ Ατομα σε μαγνητικά πεδία

↳ φαινόμενο Zeeman

## Αλληλεπίδραση μαγνητικής ροπής & μαγνητικού πεδίου

Τα ηλεκτρόνια, όπως και άλλα σωματίδια, έχουν μαγνητικές ροπές

- ▶ Λόγω της τροχιακής τους στροφορμής που ενδέχεται να έχουν

$$\vec{\mu}_L = \frac{e}{2m_e c} \vec{L}$$

- ▶ Λόγω του σπιν που διαθέτουν

$$\vec{\mu}_S = g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

- ▶ Με την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου αναμένεται πρόσθετη ενέργεια αλληλεπίδρασης

$$U_B = -\vec{\mu}_{ολ} \cdot \vec{B}$$

όπου  $\vec{\mu}_{ολ}$  η ολική μαγνητική ροπή

Για να μελετηθεί πλήρως το φαινόμενο της επίδρασης εξωτερικού μαγνητικού πεδίου σε άτομα χρειάζεται να καταγραφεί αναλυτικά η Χαμιλτωνιανή του συστήματος  $\Rightarrow$

↳ Άτομα σε μαγνητικά πεδία

↳ φαινόμενο Zeeman

## Αλληλεπίδραση μαγνητικής ροπής & μαγνητικού πεδίου

Τα ηλεκτρόνια, όπως και άλλα σωματίδια, έχουν μαγνητικές ροπές

- ▶ Λόγω της τροχιακής τους στροφορμής που ενδέχεται να έχουν

$$\vec{\mu}_L = \frac{e}{2m_e c} \vec{L}$$

- ▶ Λόγω του σπιν που διαθέτουν

$$\vec{\mu}_S = g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

- ▶ Με την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου αναμένεται πρόσθετη ενέργεια αλληλεπίδρασης

$$U_B = - \vec{\mu}_{ολ} \cdot \vec{B}$$

όπου  $\vec{\mu}_{ολ}$  η ολική μαγνητική ροπή

Για να μελετηθεί πλήρως το φαινόμενο της επίδρασης εξωτερικού μαγνητικού πεδίου σε άτομα χρειάζεται να καταγραφεί αναλυτικά η Χαμιλτωνιανή του συστήματος  $\Rightarrow$



↳ Άτομα σε μαγνητικά πεδία

↳ φαινόμενο Zeeman

## Αλληλεπίδραση μαγνητικής ροπής & μαγνητικού πεδίου

Τα ηλεκτρόνια, όπως και άλλα σωματίδια, έχουν μαγνητικές ροπές

- ▶ Λόγω της τροχιακής τους στροφορμής που ενδέχεται να έχουν

$$\vec{\mu}_L = \frac{e}{2m_e c} \vec{L}$$

- ▶ Λόγω του σπιν που διαθέτουν

$$\vec{\mu}_S = g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

- ▶ Με την εφαρμογή μαγνητικού πεδίου αναμένεται πρόσθετη ενέργεια αλληλεπίδρασης

$$U_B = - \vec{\mu}_{ολ} \cdot \vec{B}$$

όπου  $\vec{\mu}_{ολ}$  η ολική μαγνητική ροπή

Για να μελετηθεί πλήρως το φαινόμενο της επίδρασης εξωτερικού μαγνητικού πεδίου σε άτομα χρειάζεται να καταγραφεί αναλυτικά η Χαμιλτωνιανή του συστήματος  $\Rightarrow$

- Ατομα σε μαγνητικά πεδία

- Φαινόμενο Zeeman

■ Η γενική μορφή της Χαμιλτωνιανής για κίνηση σε Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο περιγραφόμενο από τα δυναμικά  $\vec{A}$ ,  $\Phi$  έχει δοθεί στην σελίδα 69. Για σωματίδιο μάζας  $\mu$  και φορτίου  $e$  αυτή παίρνει την μορφή

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \frac{e^2}{2\mu c^2} \vec{A}^2 + \frac{i\hbar e}{2\mu c} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{i\hbar e}{\mu c} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + e\Phi$$

■ Για σταθερό μαγνητικό πεδίο μπορούμε να επιλέξουμε την βαθμίδα  $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}$  για την οποία  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ . Στην περίπτωση αυτή ο όρος ο ανάλογος του  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  μηδενίζεται και προτελευταίος γίνεται  $-\frac{e}{2\mu c} \vec{B} \cdot \vec{L}$  οπότε η Χαμιλτωνιανή παίρνει τελικά την μορφή

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + e\Phi + \frac{e^2}{8\mu c^2} (\vec{B} \times \vec{r})^2 - \frac{e}{2\mu c} \vec{B} \cdot \vec{L}$$

→ Ο τελευταίος όρος είναι γραμμικός ως προς την ένταση του μαγνητικού πεδίου και έχει ακριβώς την μορφή αλληλεπίδρασης της μαγνητικής ροπής ( λόγω τροχιακής στροφορμής ) με το μαγνητικό πεδίο όπως αναμένεται. Αν το σωματίδιο έχει σπιν θα πρέπει να προστεθεί και ο όρος που οφείλεται στην μαγνητική ροπή λόγω του σπιν όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη σελίδα.

→ Να σημειωθεί ότι στην Χαμιλτωνιανή υπάρχει επί πλέον όρος που είναι ανάλογος του τετραγώνου της έντασης του μαγνητικού πεδίου !

↳ Ατομα σε μαγνητικά πεδία

↳ Φαινόμενο Zeeman

- Η γενική μορφή της Χαμιλτωνιανής για κίνηση σε Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο περιγραφόμενο από τα δυναμικά  $\vec{A}$ ,  $\Phi$  έχει δοθεί στην σελίδα 69. Για σωματίδιο μάζας  $\mu$  και φορτίου  $e$  αυτή παίρνει την μορφή

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \frac{e^2}{2\mu c^2} \vec{A}^2 + \frac{i\hbar e}{2\mu c} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{i\hbar e}{\mu c} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + e\Phi$$

- Για σταθερό μαγνητικό πεδίο μπορούμε να επιλέξουμε την βαθμίδα  $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}$  για την οποία  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ . Στην περίπτωση αυτή ο όρος ο ανάλογος του  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  μηδενίζεται και προτελευταίος γίνεται  $-\frac{e}{2\mu c} \vec{B} \cdot \vec{L}$  οπότε η Χαμιλτωνιανή παίρνει τελικά την μορφή

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + e\Phi + \frac{e^2}{8\mu c^2} (\vec{B} \times \vec{r})^2 - \frac{e}{2\mu c} \vec{B} \cdot \vec{L}$$

- ↪ Ο τελευταίος όρος είναι γραμμικός ως προς την ένταση του μαγνητικού πεδίου και έχει ακριβώς την μορφή αλληλεπίδρασης της μαγνητικής ροπής ( λόγω τροχιακής στροφορμής ) με το μαγνητικό πεδίο όπως αναμένεται. Αν το σωματίδιο έχει σπιν θα πρέπει να προστεθεί και ο όρος που οφείλεται στην μαγνητική ροπή λόγω του σπιν όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη σελίδα.
- ↪ Να σημειωθεί ότι στην Χαμιλτωνιανή υπάρχει επί πλέον όρος που είναι ανάλογος του τετραγώνου της έντασης του μαγνητικού πεδίου !

↳ Ατομα σε μαγνητικά πεδία

↳ Φαινόμενο Zeeman

- Η γενική μορφή της Χαμιλτωνιανής για κίνηση σε Ηλεκτρομαγνητικό πεδίο περιγραφόμενο από τα δυναμικά  $\vec{A}$ ,  $\Phi$  έχει δοθεί στην σελίδα 69. Για σωματίδιο μάζας  $\mu$  και φορτίου  $e$  αυτή παίρνει την μορφή

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \frac{e^2}{2\mu c^2} \vec{A}^2 + \frac{i\hbar e}{2\mu c} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{i\hbar e}{\mu c} \vec{A} \cdot \vec{\nabla} + e\Phi$$

- Για σταθερό μαγνητικό πεδίο μπορούμε να επιλέξουμε την βαθμίδα  $\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r}$  για την οποία  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ . Στην περίπτωση αυτή ο όρος ο ανάλογος του  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  μηδενίζεται και προτελευταίος γίνεται  $-\frac{e}{2\mu c} \vec{B} \cdot \vec{L}$  οπότε η Χαμιλτωνιανή παίρνει τελικά την μορφή

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + e\Phi + \frac{e^2}{8\mu c^2} (\vec{B} \times \vec{r})^2 - \frac{e}{2\mu c} \vec{B} \cdot \vec{L}$$

- ↪ Ο τελευταίος όρος είναι γραμμικός ως προς την ένταση του μαγνητικού πεδίου και έχει ακριβώς την μορφή αλληλεπίδρασης της μαγνητικής ροπής ( λόγω τροχιακής στροφορμής ) με το μαγνητικό πεδίο όπως αναμένεται. Αν το σωματίδιο έχει σπιν θα πρέπει να προστεθεί και ο όρος που οφείλεται στην μαγνητική ροπή λόγω του σπιν όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη σελίδα.
- ↪ Να σημειωθεί ότι στην Χαμιλτωνιανή υπάρχει επί πλέον όρος που είναι ανάλογος του τετραγώνου της έντασης του μαγνητικού πεδίου !

- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία

- └ Φαινόμενο Zeeman

- ▶ Για ασθενές μαγνητικό πεδίο κυριαρχεί ο όρος της μαγνητικής ροπής οπότε ο όρος που είναι ανάλογος του τετραγώνου του μαγνητικού πεδίου μπορεί να παραληφθεί. Η περίπτωση αυτή αναφέρεται ως φαινόμενο **Zeeman** . Για ατομικά συστήματα η έννοια ασθενές μαγνητικό πεδίο αφορά πεδία έντασης  $B \ll 10^9 \text{ Gauss}$
- ▶ Για ισχυρό μαγνητικό πεδίο ο όρος ο ανάλογος του τετραγώνου του μαγνητικού πεδίου είναι σημαντικός και δεν μπορεί να παραληφθεί. Η περίπτωση αυτή αναφέρεται ως φαινόμενο **Paschen - Back** . Για ατομικά συστήματα το φαινόμενο αυτό αφορά σε μαγνητικά πεδία έντασης  $B > 10^9 \text{ Gauss}$

Αν θεωρήσουμε άτομο Υδρογονοειδούς μέσα σε ασθενές μαγνητικό πεδίο και αγνοήσουμε το σπιν του ηλεκτρονίου (συνολικό φαινόμενο **Zeeman** ) τότε ο όρος  $e\Phi$  είναι ο όρος **Coulomb** της ηλεκτροστατικής αλληλεπίδρασης του ηλεκτρονίου με τον πυρήνα και η Χαμιλτωνιανή γράφεται ως

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{e}{2m_e c} \vec{B} \cdot \vec{L}$$

όπου  $m_e$  και  $e$  είναι η μάζα και το φορτίο του ηλεκτρονίου και  $\hat{H}_0$  η Χαμιλτωνιανή του Υδρογονοειδούς όταν δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο (  $B = 0$  ). Οι ιδιοτιμές και οι ιδιοκαταστάσεις της ενέργειας της Χαμιλτωνιανής  $\hat{H}$  είναι εύκολο να βρεθούν !  $\implies$

↳ **Ατομα σε μαγνητικά πεδία**

↳ **Φαινόμενο Zeeman**

- ▶ Για ασθενές μαγνητικό πεδίο κυριαρχεί ο όρος της μαγνητικής ροπής οπότε ο όρος που είναι ανάλογος του τετραγώνου του μαγνητικού πεδίου μπορεί να παραληφθεί. Η περίπτωση αυτή αναφέρεται ως φαινόμενο **Zeeman** . Για ατομικά συστήματα η έννοια ασθενές μαγνητικό πεδίο αφορά πεδία έντασης  $B \ll 10^9 \text{ Gauss}$
- ▶ Για ισχυρό μαγνητικό πεδίο ο όρος ο ανάλογος του τετραγώνου του μαγνητικού πεδίου είναι σημαντικός και δεν μπορεί να παραληφθεί. Η περίπτωση αυτή αναφέρεται ως φαινόμενο **Paschen - Back** . Για ατομικά συστήματα το φαινόμενο αυτό αφορά σε μαγνητικά πεδία έντασης  $B > 10^9 \text{ Gauss}$

Αν θεωρήσουμε άτομο Υδρογονοειδούς μέσα σε ασθενές μαγνητικό πεδίο και αγνοήσουμε το σπιν του ηλεκτρονίου ( ομαλό φαινόμενο **Zeeman** ) τότε ο όρος  $e\Phi$  είναι ο όρος **Coulomb** της ηλεκτροστατικής αλληλεπίδρασης του ηλεκτρονίου με τον πυρήνα και η Χαμιλτωνιανή γράφεται ως

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{e}{2m_e c} \vec{B} \cdot \vec{L}$$

όπου  $m_e$  και  $e$  είναι η μάζα και το φορτίο του ηλεκτρονίου και  $\hat{H}_0$  η Χαμιλτωνιανή του Υδρογονοειδούς όταν δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο (  $B = 0$  ). Οι ιδιοτιμές και οι ιδιοκαταστάσεις της ενέργειας της Χαμιλτωνιανής  $\hat{H}$  είναι εύκολο να βρεθούν !  $\Rightarrow$

- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

## Ομαλό φαινόμενο Zeeman

- Με την απουσία μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή  $\hat{H}_0$  έχει περιστροφική συμμετρία και το φάσμα είναι εκφυλισμένο

$$\hat{H}_0 \psi_{nlm} = E_{nl}^{(0)} \psi_{nlm} \quad , \quad m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$$

- Με την εφαρμογή "ασθενούς" μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή είναι

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{e}{2m_e c} \vec{L} \cdot \vec{B}$$

Η  $\hat{H}$  έχει συμμετρία περιστροφής μόνο γύρω από τον άξονα του  $\vec{B}$ . Αναμένεται άρση του εκφυλισμού γιατί η συμμετρία μικρότερη!

- Αν ο άξονας  $z$  επιλεγεί στην κατεύθυνση του  $\vec{B}$

$$[\hat{H}, \hat{L}^2] = [\hat{H}, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$$



- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

## Ομαλό φαινόμενο Zeeman

- Με την απουσία μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή  $\hat{H}_0$  έχει περιστροφική συμμετρία και το φάσμα είναι εκφυλισμένο

$$\hat{H}_0 \psi_{nlm} = E_{nl}^{(0)} \psi_{nlm} \quad , \quad m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$$

- Με την εφαρμογή "ασθενούς" μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή είναι

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{e}{2m_e c} \vec{L} \cdot \vec{B}$$

Η  $\hat{H}$  έχει συμμετρία περιστροφής μόνο γύρω από τον άξονα του  $\vec{B}$ . Αναμένεται άρση του εκφυλισμού γιατί η συμμετρία μικρότερη!

- Αν ο άξονας  $z$  επιλεγεί στην κατεύθυνση του  $\vec{B}$

$$[\hat{H}, \hat{L}^2] = [\hat{H}, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$$





- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

## Ομαλό φαινόμενο Zeeman

- Με την απουσία μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή  $\hat{H}_0$  έχει περιστροφική συμμετρία και το φάσμα είναι εκφυλισμένο

$$\hat{H}_0 \psi_{nlm} = E_{nl}^{(0)} \psi_{nlm} \quad , \quad m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$$

- Με την εφαρμογή "ασθενούς" μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή είναι

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{e}{2m_e c} \vec{L} \cdot \vec{B}$$

Η  $\hat{H}$  έχει συμμετρία περιστροφής μόνο γύρω από τον άξονα του  $\vec{B}$ . Αναμένεται άρση του εκφυλισμού γιατί η συμμετρία μικρότερη !

- Αν ο άξονας  $z$  επιλεγεί στην κατεύθυνση του  $\vec{B}$

$$[\hat{H}, \hat{L}^2] = [\hat{H}, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$$



- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

## Ομαλό φαινόμενο Zeeman

- Με την απουσία μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή  $\hat{H}_0$  έχει περιστροφική συμμετρία και το φάσμα είναι εκφυλισμένο

$$\hat{H}_0 \psi_{nlm} = E_{nl}^{(0)} \psi_{nlm} \quad , \quad m = -l, -l+1, \dots, l-1, l$$

- Με την εφαρμογή "ασθενούς" μαγνητικού πεδίου η Χαμιλτωνιανή είναι

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - \frac{e}{2m_e c} \vec{L} \cdot \vec{B}$$

Η  $\hat{H}$  έχει συμμετρία περιστροφής μόνο γύρω από τον άξονα του  $\vec{B}$ . Αναμένεται άρση του εκφυλισμού γιατί η συμμετρία μικρότερη !

- Αν ο άξονας  $z$  επιλεγεί στην κατεύθυνση του  $\vec{B}$

$$[\hat{H}, \hat{L}^2] = [\hat{H}, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_z] = 0$$



- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
  - └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

Οι ιδιοσυναρτήσεις  $\psi_{nlm}$  είναι και ιδιοσυναρτήσεις της  $\hat{H}$  !

$$\hat{H} \psi_{nlm} = \left( E_{nl}^{(0)} - \frac{e\hbar}{2m_e c} Bm \right) \psi_{nlm}$$

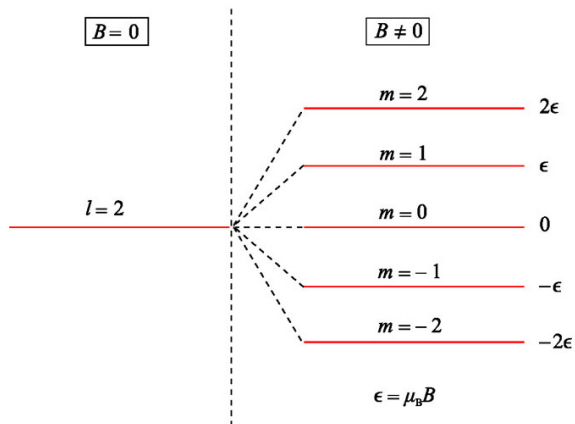
- ▶ Το ενεργειακό φάσμα είναι

$$E_{nlm} = E_{nl}^{(0)} - \frac{e\hbar}{2m_e c} Bm$$

- ▶ Ο εκφυλισμός αίρεται, το κάθε ενεργειακό επίπεδο διαχωρίζεται σε  $2l + 1$  ενεργειακές στάθμες που απέχουν  $\epsilon = \mu_B B$ . Η απόσταση καθορίζεται από την μαγνητόνη Bohr

$$\mu_B = -\frac{e\hbar}{2m_e c} = 0.58 \times 10^{-8} \frac{eV}{\text{Gauss}}$$

- Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- Ομαλό φαινόμενο Zeeman



- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

Τα φάσματα εκπομπής παρουσιάζουν περισσότερες φασματικές γραμμές λόγω του φαινομένου **Zeeman** όταν τα άτομα βρεθούν μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο !

- ▶ Στην αποδιέγερση από στάθμη σε στάθμη δεν είναι διαθέσιμα όλα τα "κανάλια" μετάβασης !
- ▶ Το φωτόνιο έχει spin  $-1$  και η διατήρηση της στροφορμής στην αποδιέγερση επιβάλλει συγκεκριμένους κανόνες !
- ▶ "Κανόνες επιλογής"

$$\Delta l = \pm 1 \quad , \quad \Delta m = 0, \pm 1$$

- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

Τα φάσματα εκπομπής παρουσιάζουν περισσότερες φασματικές γραμμές λόγω του φαινομένου **Zeeman** όταν τα άτομα βρεθούν μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο !

- ▶ Στην αποδιέγερση από στάθμη σε στάθμη δεν είναι διαθέσιμα όλα τα "κανάλια" μετάβασης !
- ▶ Το φωτόνιο έχει spin  $-1$  και η διατήρηση της στροφορμής στην αποδιέγερση επιβάλλει συγκεκριμένους κανόνες !
- ▶ "Κανόνες επιλογής"

$$\Delta l = \pm 1 \quad , \quad \Delta m = 0, \pm 1$$

- Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- Ομαλό φαινόμενο Zeeman

Τα φάσματα εκπομπής παρουσιάζουν περισσότερες φασματικές γραμμές λόγω του φαινομένου **Zeeman** όταν τα άτομα βρεθούν μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο !

- ▶ Στην αποδιέγερση από στάθμη σε στάθμη δεν είναι διαθέσιμα όλα τα "κανάλια" μετάβασης !
- ▶ Το φωτόνιο έχει **σπιν - 1** και η διατήρηση της στροφορμής στην αποδιέγερση επιβάλλει συγκεκριμένους κανόνες !
- ▶ "Κανόνες επιλογής"

$$\Delta l = \pm 1 , \Delta m = 0, \pm 1$$

- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman

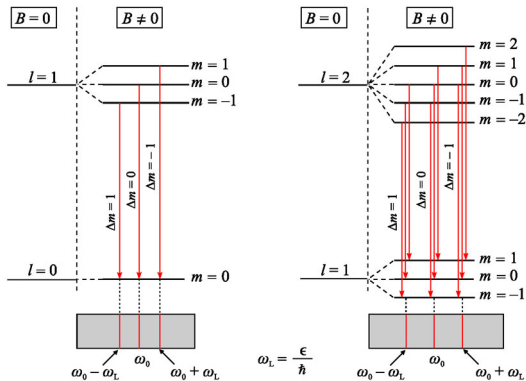
Τα φάσματα εκπομπής παρουσιάζουν περισσότερες φασματικές γραμμές λόγω του φαινομένου **Zeeman** όταν τα άτομα βρεθούν μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο !

- ▶ Στην αποδιέγερση από στάθμη σε στάθμη δεν είναι διαθέσιμα όλα τα "κανάλια" μετάβασης !
- ▶ Το φωτόνιο έχει **σπιν - 1** και η διατήρηση της στροφορμής στην αποδιέγερση επιβάλλει συγκεκριμένους κανόνες !
- ▶ "Κανόνες επιλογής"

$$\Delta l = \pm 1 , \quad \Delta m = 0, \pm 1$$



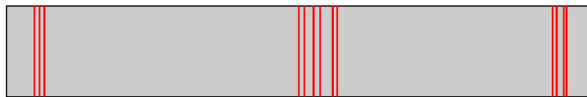
- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ομαλό φαινόμενο Zeeman



φασματικές γραμμές αποδιεγέρσεων ατόμων εντός μαγνητικών πεδίων σύμφωνα με το ομαλό φαινόμενο Zeeman. Για τις περιπτώσεις που εμφανίζονται στο σχήμα η απλή φασματική γραμμή συχνότητας  $\omega_0$ , όταν δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο, διαχωρίζεται σε τρεις φασματικές γραμμές,  $\omega_0 - \omega_L$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega_0 + \omega_L$ , με την παρουσία μαγνητικού πεδίου, λαμβάνοντας υπ όψη τους κανόνες επιλογής.

└ Ατομα σε μαγνητικά πεδία

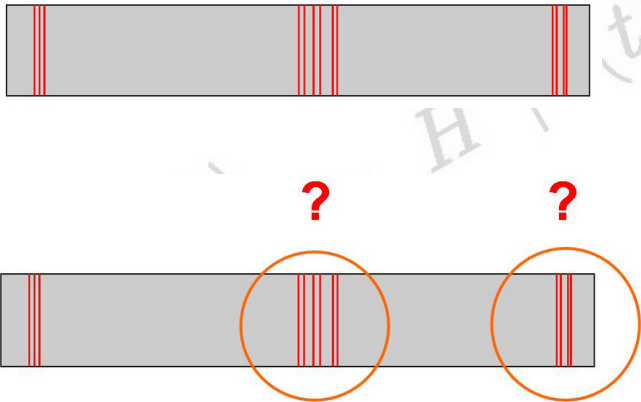
└ Ομαλό φαινόμενο Zeeman



$\hat{H} |\Psi(t)\rangle$

$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$

- Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- Ομαλό φαινόμενο Zeeman



Γιατί εμφανίζονται περισσότερες φασματικές γραμμές στις αποδιεγέρσεις ατόμων εντός μαγνητικών πεδίων από όσες αναμένονται στο ομαλό φαινόμενο Zeeman ;

- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

## Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

Το ηλεκτρόνιο έχει σπιν και επομένως και συνεισφορά στην μαγνητική του ροπή λόγω αυτού

$$\vec{\mu}_s = g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

Αλληλεπιδρά λόγω αυτού με κάθε μαγνητικό πεδίο είτε εξωτερικό η ακόμα και αυτό που δημιουργεί ο πυρήνας του ατόμου, αν το ηλεκτρόνιο είναι ατομικό ηλεκτρόνιο !

- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

## Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

Το ηλεκτρόνιο έχει σπιν και επομένως και συνεισφορά στην μαγνητική του ροπή λόγω αυτού

$$\vec{\mu}_s = g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S}$$

Αλληλεπιδρά λόγω αυτού με κάθε μαγνητικό πεδίο είτε εξωτερικό η ακόμα και αυτό που δημιουργεί ο πυρήνας του ατόμου, αν το ηλεκτρόνιο είναι ατομικό ηλεκτρόνιο !

- ▶ Η σταθερά  $g_s$  για το ηλεκτρόνιο έχει την τιμή  $g_s = 2$  ενώ κανείς θα ανέμενε να είναι μονάδα. Η σχετική κβαντομηχανική ( μέσω της εξίσωσης Dirac ) εξηγεί με κομψό τρόπο τον λόγο για τον οποίο  $g_s = 2$
- ▶ Υπάρχουν μικρές διορθώσεις στην τιμή  $g_s = 2$  οι οποίες οφείλονται στις ηλεκτροασθενείς αλληλεπιδράσεις και είναι εκτός των πλαισίων ερμηνείας της απλής Κβαντομηχανικής θεωρήσης ( σχετικιστικής η μη-σχετικιστικής ). Οι διορθώσεις αυτές λόγω των φαινομένων της Κβαντικής Ηλεκτροδυναμικής ( QED ) υπήρξε σημαντικό σημείο αναφοράς για την κατανόηση του κβαντικού χαρακτήρα των θεμελιωδών δυνάμεων της Φύσης.
- ▶ Αποκλίσεις από την τιμή  $g_s = 2$  που οφείλονται σε αλληλεπιδράσεις μικρής κλίμακας έχουν θεωρητικό και πειραματικό ενδιαφέρον για την αναζήτηση πιθανής ύπαρξης νέας Φυσικής ακόμα και σήμερα

$$g_s = 2 \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} + \dots \right) = 2.00231930436$$

$\alpha$  είναι η σταθερά της λεπτής υφής, Me  $\dots$  είναι οι ανώτερες τάξης διορθώσεις, Στα δεξιά η πειραματική τιμή !

- Ατομα σε μαγνητικά πεδία
  - Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

- ↪ Με την εφαρμογή εξωτερικού μαγνητικού πεδίου η ενέργεια λόγω της σύζευξης αυτού με την μαγνητική ροπή των ηλεκτρονίων λόγω του σπιν τους είναι

$$U_B = -g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S} \cdot \vec{B}$$

- ↪ Επίσης υπάρχει ενέργεια αλληλεπίδρασης λόγω της σύζευξης του "σπιν" με την "τροχιά", η ονομαζόμενη **spin - orbit coupling**, η αλλιώς **LS - coupling**

$$U_{LS} = \frac{g_s}{2} \frac{e^2}{2m_e^2 c^2} \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r^3}$$

- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

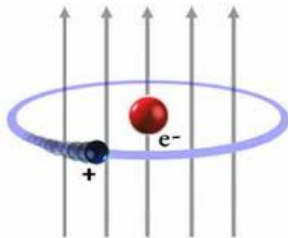
- ↪ Με την εφαρμογή εξωτερικού μαγνητικού πεδίου η ενέργεια λόγω της σύζευξης αυτού με την μαγνητική ροπή των ηλεκτρονίων λόγω του σπιν τους είναι

$$U_B = -g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S} \cdot \vec{B}$$

- ↪ Επίσης υπάρχει ενέργεια αλληλεπίδρασης λόγω της σύζευξης του "σπιν" με την "τροχιά", η ονομαζόμενη **spin - orbit coupling** , η αλλιώς **LS - coupling**

$$U_{LS} = \frac{g_s}{2} \frac{e^2}{2m_e^2 c^2} \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r^3}$$

Για την κατανόηση της ας πάμε στο σύστημα ηρεμίας του ηλεκτρονίου ενός ατόμου. Ο πυρήνας περιστρέφεται ως προς αυτό δημιουργώντας μαγνητικό πεδίο με επακόλουθο την ζεύξη της μαγνητικής ροπής του ηλεκτρονίου, λόγω σπιν, με το δημιουργούμενο μαγνητικό πεδίο από τον περιστρεφόμενο πυρήνα !



- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
- └ Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

## Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

Για την πλήρη κατανόηση του φαινομένου **Zeeman** πρέπει να ληφθεί επομένως υπ όψη η πρόσθετη αλληλεπίδραση στην Χαμιλτωνιανή του συστήματος που έχει την μορφή

$$\hat{H}_{spin} = -g_s \frac{e}{2m_e c} \vec{S} \cdot \vec{B} + \frac{g_s}{2} \frac{e^2}{2m_e^2 c^2} \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r^3}$$

Το φαινόμενο **Zeeman** είναι πιο πολύπλοκο ( ανώμαλο ! )

- Η ζεύξη **LS** υπάρχει ασφαλώς και χωρίς την παρουσία εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Οι διορθώσεις που επάγει στο ενεργειακό φάσμα είναι τάξης μεγέθους

$$\frac{\delta E_n}{E_n} \sim \mathcal{O}(\alpha^2) \sim 10^{-4}$$

- Αυτές οι διορθώσεις είναι πολύ μεγαλύτερες σε τάξη μεγέθους, η τουλάχιστον συγκρίσιμες, από τον διαχωρισμό των σταθμών που επάγει ο όρος σύζευξης εξωτερικού μαγνητικού πεδίου με την μαγνητική ροπή, για μαγνητικά πεδία έντασης  **$B < 10^4 \text{ Gauss}$**  !

$$\frac{\delta E_n}{E_n} \sim \frac{\mu_B B}{E_n} \sim 10^{-8} \frac{B}{\text{Gauss}}$$



- └ Ατομα σε μαγνητικά πεδία
  - └ Ανώμαλο φαινόμενο Zeeman

- ▶ Ο υπολογισμός του διαχωρισμού των ενεργειακών σταθμών στο ανώμαλο φαινόμενο **Zeeman** είναι τεχνικά πιο δύσκολος από ότι στο ομαλό φαινόμενο και απαιτεί γνώση προσεγγιστικών αριθμητικών μεθόδων γιατί το πρόβλημα δεν επιλύεται αναλυτικά

$$i \hbar \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\Psi(t)\rangle$$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

## Λεπτή και Υπέρλεπτη Υφή του $H_2$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure

## Λεπτή Υφή του $H_2$

Σημαντικές διορθώσεις στο ενεργειακό φάσμα του ατόμου του  $H_2$  επάγονται από

- ▶ Τις σχετικιστικές διορθώσεις της κίνησης του ηλεκτρονίου

$$\sqrt{c^2 p^2 + m_e^2 c^4} = m_e c^2 + \frac{p^2}{2m_e} - \frac{p^4}{8m_e^3 c^2} + \dots$$

Διορθωτικός όρος στην Χαμιλτωνιανή

$$\hat{H}_{rel} = - \frac{\hat{p}^4}{8m_e^3 c^2}$$

- ▶ Τις διορθώσεις από την αλληλεπίδραση σπιν-τροχιάς ( spin - orbit )

$$\hat{H}_{LS} = \frac{g_s}{2} \frac{e^2}{2m_e^2 c^2} \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{r^3}$$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure

## Λεπτή Υφή του $H_2$

Οι διορθώσεις στο ενεργειακό φάσμα είναι της ίδιας τάξης μεγέθους

$$\delta E_n \sim \mathcal{O}(\alpha^2) E_n \sim 10^{-4} E_n$$

- Διορθώσεις "Λεπτής Υφής" ( fine structure )
- Ο ακριβής υπολογισμός των διορθώσεων απαιτεί ιδιαίτερους χειρισμούς

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure

## Λεπτή Υφή του $H_2$

Οι διορθώσεις στο ενεργειακό φάσμα είναι της ίδιας τάξης μεγέθους

$$\delta E_n \sim \mathcal{O}(\alpha^2) E_n \sim 10^{-4} E_n$$

- Διορθώσεις " **Λεπτής Υφής** " ( fine structure )
- Ο ακριβής υπολογισμός των διορθώσεων απαιτεί ιδιαίτερους χειρισμούς
- Ιδίας ισχύος είναι οι σχετικιστικές διορθώσεις **Darwin** . Η συστηματική καταγραφή όλων των όρων γίνεται μέσω της εξίσωσης **Dirac**
- Μικρότερης ισχύος είναι οι διορθώσεις της " **Υπέρλεπτης Υφής** " και αυτές που επάγονται από την Κβαντική Ηλεκτροδυναμική **QED** , ...

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure

Οι διορθώσεις Λεπτής Υφής όπως προκύπτουν από την εξίσωση **Dirac**

$$\Delta E = -(Z\alpha)^4 \frac{m_e c^2}{2} \frac{1}{n^3} \left[ \frac{1}{J+1/2} - \frac{3}{4n} \right]$$

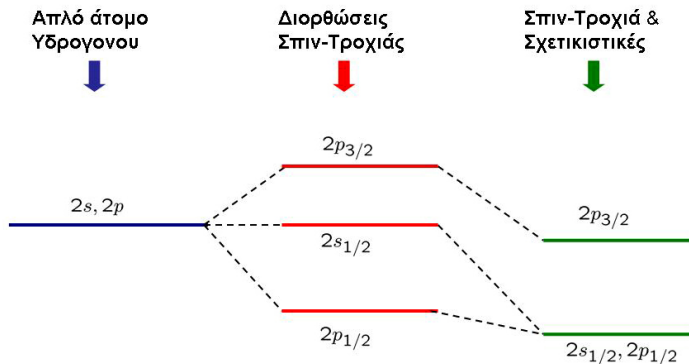
■  $J = \frac{1}{2}$  είναι ο κβαντικός αριθμός της ολικής στροφορμής του ηλεκτρονίου ( τροχιακής και σπιν )

▶  $J = \frac{1}{2}$  όταν  $l = 0$

▶  $J = l - \frac{1}{2}$  η  $J = l + \frac{1}{2}$  όταν  $l > 0$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure

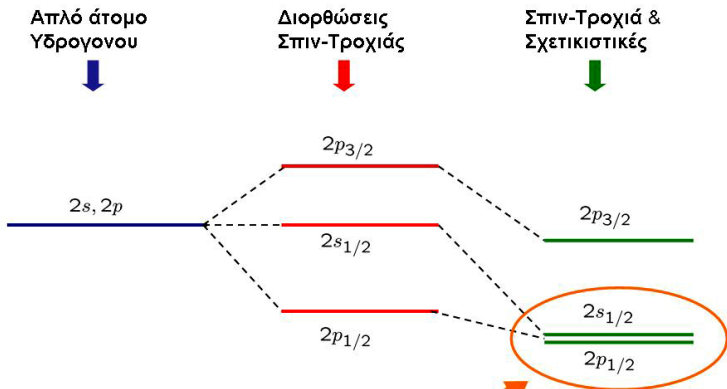


Διορθώσεις στην 1η διεγερμένη στάθμη,  $n = 2$ , του ατόμου του Υδρογόνου.

Ο συμβολισμός είναι  $nL_J$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Λεπτής Υφής - Fine structure



Διορθώσεις QED  $\sim m_e c^2 \alpha^5 \ln \alpha$

Lamb-Retherford 1947



↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Υπέρλεπτης Υφής - Hyperfine structure

## Υπέρλεπτη Υφή του $H_2$

Πρόσθετες διορθώσεις, μικρότερης τάξης μεγέθους, οφείλονται λόγω της ύπαρξης μαγνητικής ροπής των πυρήνων

- ▶ Αν φορτίο πυρήνα =  $-Ze$  και Σπιν πυρήνα =  $\vec{I}$

$$\vec{M} = -g_N \frac{Ze}{2M_N c} \vec{I}$$

όπου  $g_N$  = γυρομαγνητικός λόγος του πυρήνα

- ▶ Η μαγνητική ροπή του πυρήνα δημιουργεί μαγνητικό πεδίο

$$\vec{B}_N = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad \vec{A} = \frac{\vec{M} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$\vec{B}_N = \frac{3\vec{r}(\vec{r} \cdot \vec{M})}{r^5} - \frac{\vec{M}}{r^3} + \frac{8\pi}{3} \vec{M} \delta(\vec{r})$$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Υπέρλεπτης Υφής - Hyperfine structure

■ Οι διορθώσεις που επάγονται λόγω της ζεύξης της μαγνητικής ροπής του ηλεκτρονίου  $\vec{\mu}$  με το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}_N$

$$\hat{H}_{hyper} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_N$$

έχουν την μορφή

$$\hat{H}_{hyper} = \frac{\vec{M} \cdot \vec{\mu}}{r^3} - \frac{3(\vec{\mu} \cdot \vec{r})(\vec{M} \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{8\pi}{3} (\vec{M} \cdot \vec{\mu}) \delta(\vec{r})$$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Υπέρλεπτης Υφής - Hyperfine structure

■ Οι διορθώσεις που επάγονται λόγω της ζεύξης της μαγνητικής ροπής του ηλεκτρονίου  $\vec{\mu}$  με το μαγνητικό πεδίο  $\vec{B}_N$

$$\hat{H}_{hyper} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_N$$

έχουν την μορφή

$$\hat{H}_{hyper} = \frac{\vec{M} \cdot \vec{\mu}}{r^3} - \frac{3(\vec{\mu} \cdot \vec{r})(\vec{M} \cdot \vec{r})}{r^5} - \frac{8\pi}{3} (\vec{M} \cdot \vec{\mu}) \delta(\vec{r})$$

■ Οι διορθώσεις "Υπέρλεπτης Υφής" ( hyperfine structure ) είναι της τάξης μεγέθους

$$\delta E_n \sim \frac{m_e}{M_N} \mathcal{O}(\alpha^2) E_n \sim 10^{-7} E_n$$

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Υπέρλεπτης Υφής - Hyperfine structure

Για το Υδρογόνο, λόγω αυτής της αλληλεπίδρασης, η βασική κατάσταση ( $n = 1$ ) διαχωρίζεται ενεργειακά σε δύο καταστάσεις με συνολικό σπιν του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου ίσο με  $S = 0, 1$ . Η ενεργειακή τους διαφορά είναι

$$\Delta E = 4.34 \times 10^{-7} \frac{\alpha^2 m_e c^2}{2} = 5.90 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

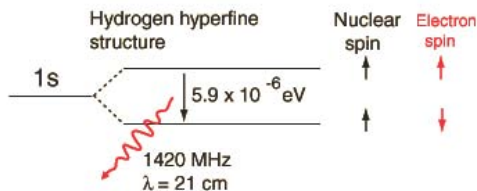
Το μήκος κύματος και η συχνότητα της ακτινοβολίας για μετάβαση από την  $S = 1$  στην  $S = 0$  ανήκει στην περιοχή των ραδιοκυμάτων

$$\lambda = 21.1 \text{ cm} \quad , \quad \nu = 1420 \text{ megacycles}$$

Η ανάλυση της έντασης της φασματικής αυτής γραμμής δίνει πληροφορίες για την κατανομή του Υδρογόνου και την κίνηση των νεφών Υδρογόνου στον ενδοαστρικό χώρο !

↳ Το πραγματικό άτομο του  $H_2$  !

↳ Φαινόμενα Υπέρλεπτης Υφής - Hyperfine structure



Η βασική στάθμη του Υδρογόνου διαχωρίζεται σε δύο όταν ληφθούν υπ όψη τα φαινόμενα υπέρλεπτης υφής. Σε αυτήν με την μεγαλύτερη ενέργεια το ολικό σπίν του πρωτονίου - ηλεκτρονίου είναι  $S = 1$  ενώ σε αυτήν με την μικρότερη το ολικό τους σπιν είναι  $S = 0$ . Η αποδιέγερση από την στάθμη μεγαλύτερης ενέργειας στην μικρότερη παράγει ακτινοβολία με χαρακτηριστικό μήκος κύματος  $\lambda = 21 \text{ cm}$

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.1

Η έκδοση 1.0 είναι διαθέσιμη [εδώ](#).





# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών. Αθανάσιος Λαχανάς. «Κβαντική Μηχανική II. Ενότητα 6: Άτομα σε μαγνητικά πεδία». Έκδοση: 0.1. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/PHYS9/>.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

