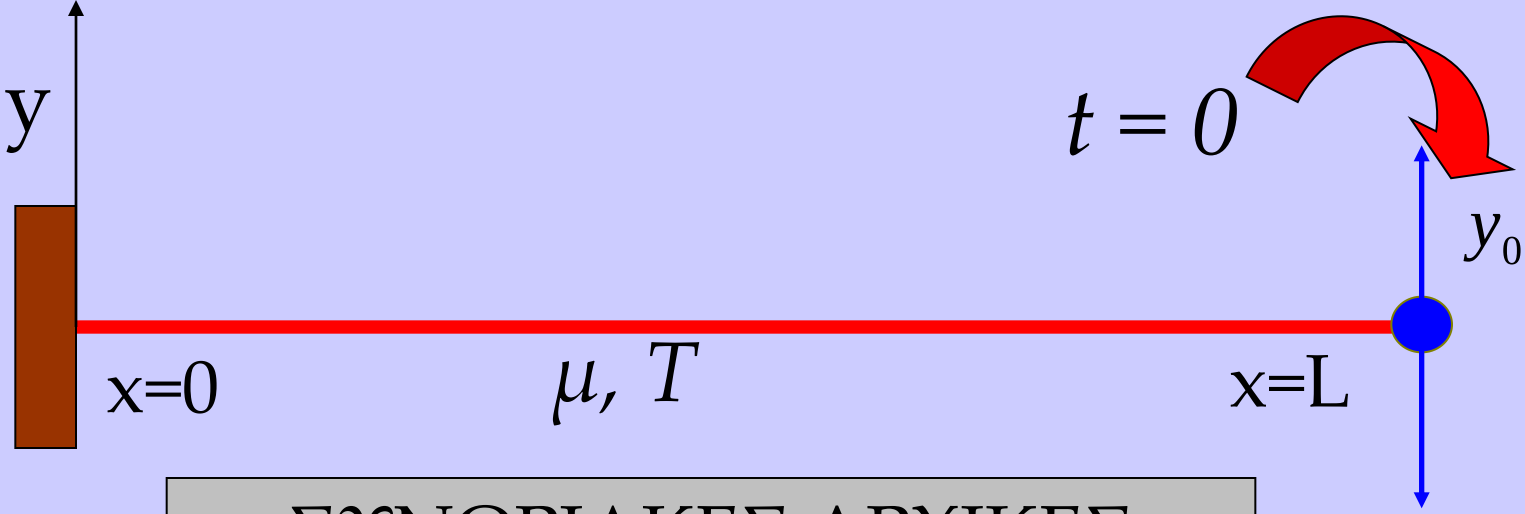
ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΧΟΡΔΗΣ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΠΑΚΤΩΜΕΝΗ ΣΤΟ ΕΝΑ ΑΚΡΟ ΤΗΣ



ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΑΡΧΙΚΕΣ
ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x=0,t)=0$$

(1)

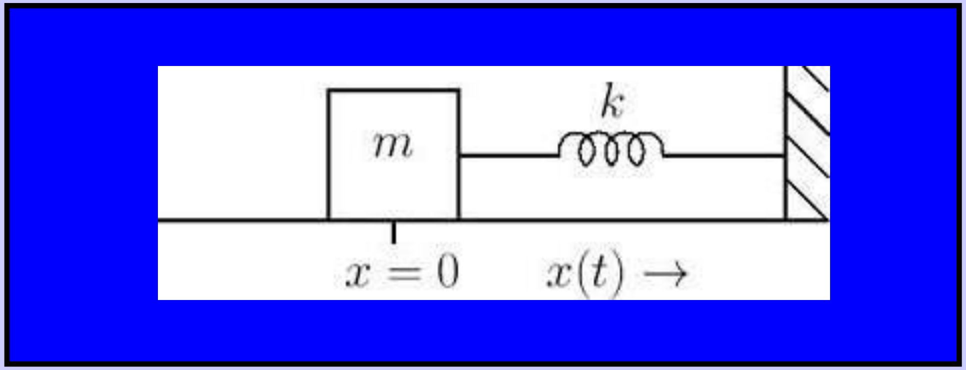
$$y(x=L,t)=y_0\sin\omega t$$

(2)

ΑΝΑΖΗΤΟΥΜΕ ΤΗ ΛΥΣΗ y(x, t) ΣΤΗ

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

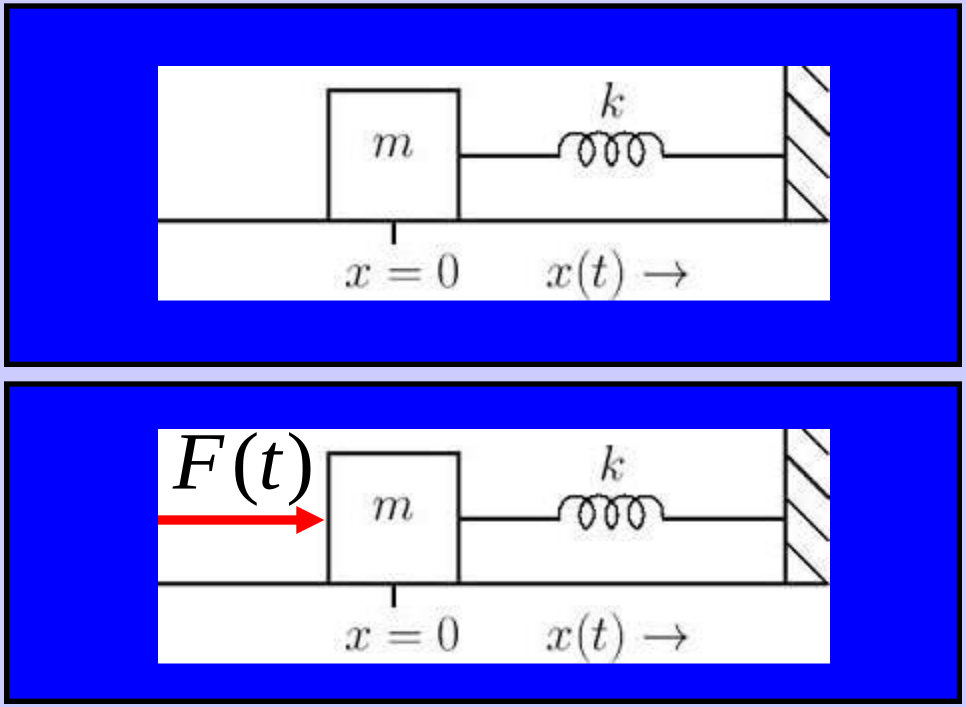
ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$F(t) = F_0 \cos \omega t$$

ΑΡΧΙΖΕΙ ΕΝΑΣ
ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ!

Η ΔΙΕΓΕΡΣΗ
ΘΕΛΕΙ ΝΑ ΕΠΙΒΑΛΕΙ ΤΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΗΣ

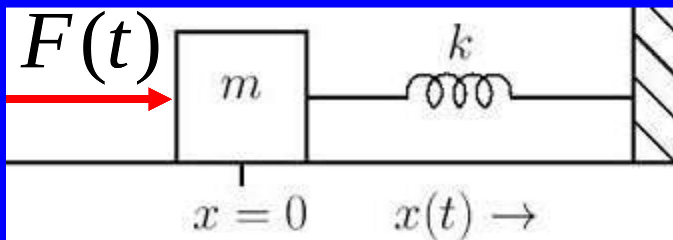
ω.

ΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΘΕΛΕΙ ΝΑ ΔΙΑΤΗΡΗΣΕΙ ΤΗΝ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΤΟΥ

ω_0

ΣΤΗΝ ΑΡΧΗ
ΕΧΟΥΜΕ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑ ΚΑΙ
ΤΩΝ ΔΥΟ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ.
ΟΙ ΕΛΕΥΘΕΡΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΕΛΙΚΑ «ΠΕΘΑΙΝΟΥΝ» ΛΟΓΩ ΑΠΟΣΒΕΣΕΩΝ.
ΤΟ ΑΡΧΙΚΟ ΣΤΑΔΙΟ ΤΗΣ ΣΥΝΥΠΑΡΞΗΣ ΤΩΝ ΔΥΟ ΚΙΝΗΣΕΩΝ ΕΙΝΑΙ ΤΟ **ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΟ ΣΤΑΔΙΟ**.

ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΑΝ ΑΓΝΟΗΣΟΥΜΕ ΤΑ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ;



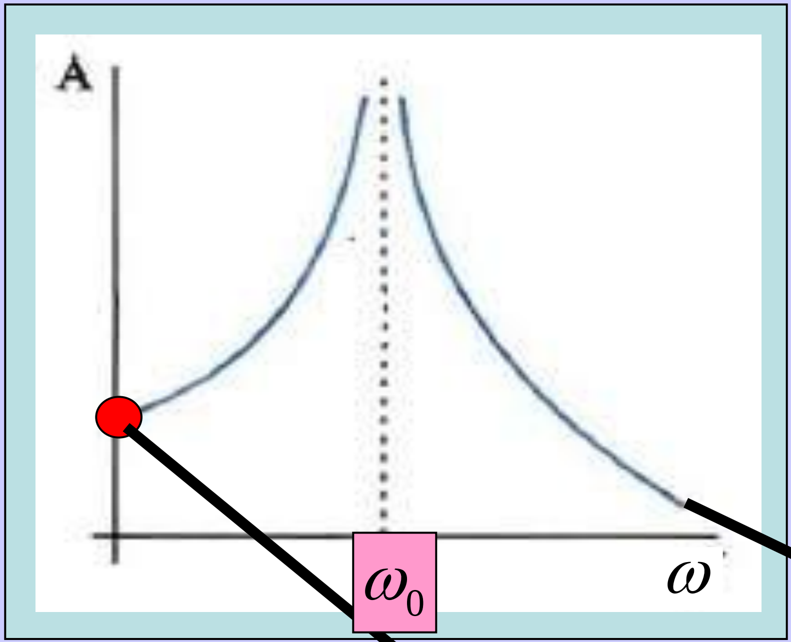
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$m\frac{d^2x(t)}{d^2t} = -kx + F_0 \cos \omega t$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0{}^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

$$x(t) = \frac{F_0/m}{\omega_0{}^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

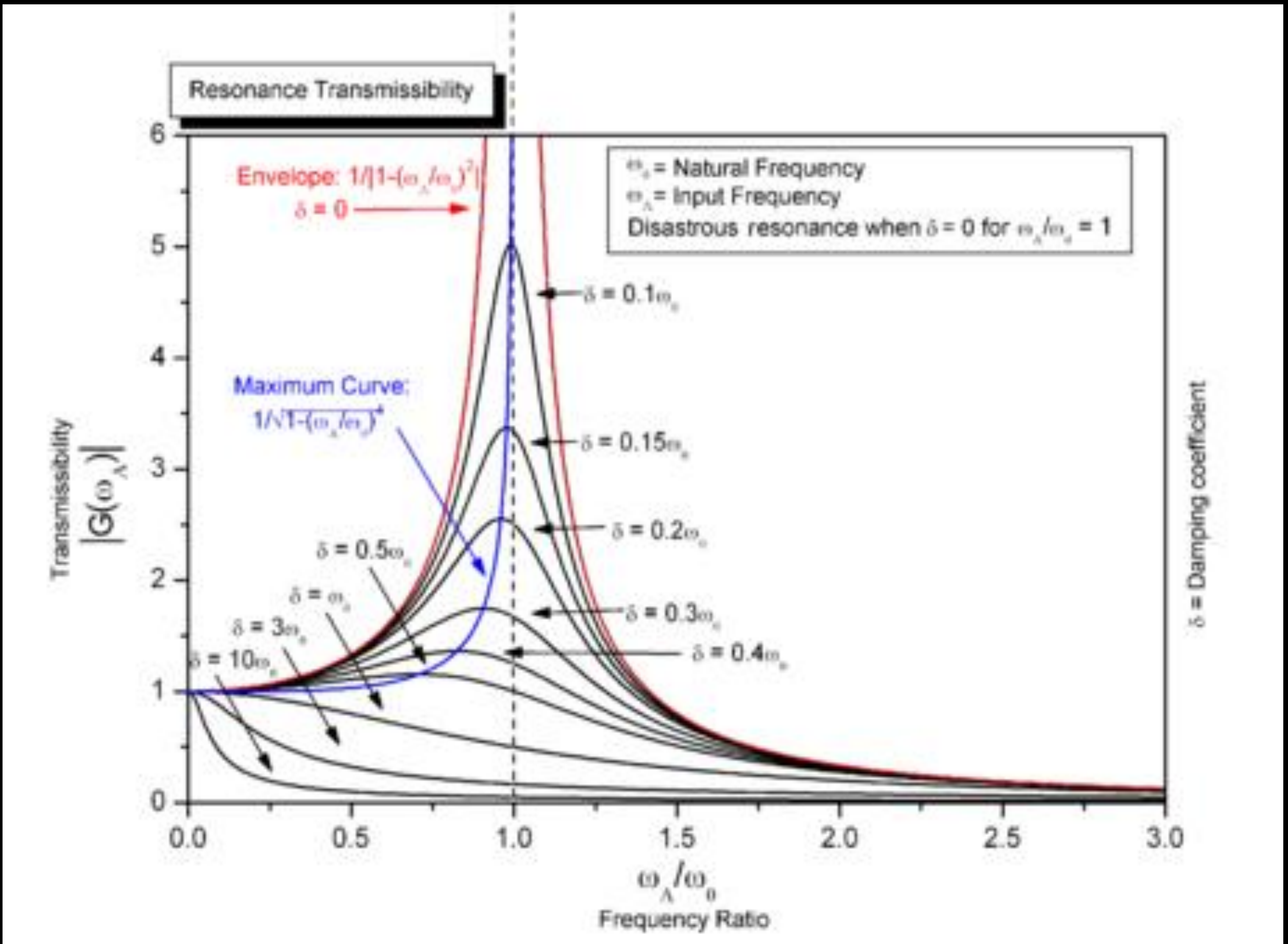


$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+\omega_0{}^2x(t)=\frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

ΓΙΑΤΙ;

$$A_{\omega<<\omega_0}\to\frac{F_0/m}{\omega_0}=\frac{F_0}{k}$$

$$A_{\omega>>\omega_0}\to 0$$

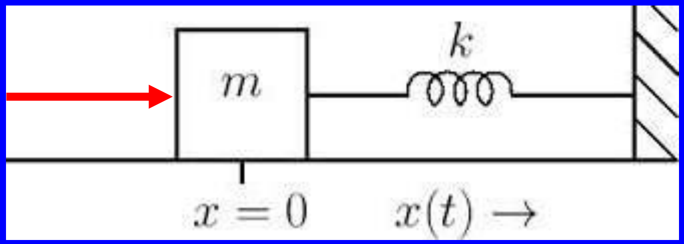


Resonance Transmissibility
Envelope: 1/|1-(ω_A/ω_0)^2|
δ = 0
ω_0 = Natural Frequency
ω_A = Input Frequency
Disastrous resonance when δ = 0 for ω_A/ω_0 = 1
δ = 0.1ω_0
δ = 0.15ω_0
δ = 0.2ω_0
δ = 0.3ω_0
δ = 0.4ω_0
δ = 0.5ω_0
δ = ω_0
δ = 3ω_0
δ = 10ω_0
Maximum Curve:
1/√1-(ω_A/ω_0)^4
Transmissibility
|G(ω_A)|
δ = Damping coefficient
ω_A/ω_0
Frequency Ratio
0
1
2
3
4
5
6
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0


G-BYAT

ΣΥΖΗΤΑΜΕ
ΜΕ ΤΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ!

ΠΡΟΣΠΑΘΟΥΜΕ
ΝΑ ΚΑΤΑΛΑΒΟΥΜΕ ΤΙΣ
ΑΔΥΝΑΜΙΕΣ ΤΟΥΣ.



$$x(t)=\frac{F_0/m}{\omega_0^{\,2}-\omega^2}\cos\omega t$$

ΚΑΤΙ ΔΕΝ ΠΑΕΙ ΚΑΛΑ!

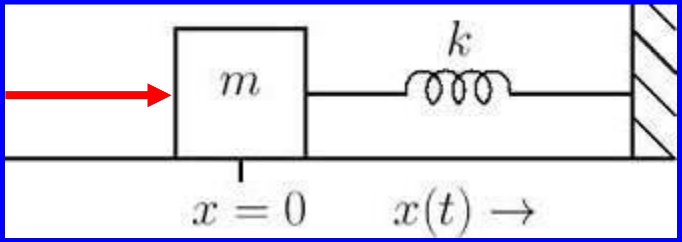
Για t = 0

$$\omega<\omega_0$$

$$x(t)=\frac{F_0/m}{\omega_0^{\,2}-\omega^2}$$

ΑΓΝΟΕΙΤΑΙ Η ΑΔΡΑΝΕΙΑ!

ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΕΝΑ ΣΩΜΑ
ΜΕ ΜΗ ΜΗΔΕΝΙΚΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑ
ΑΚΑΡΙΑΙΑ ΝΑ ΒΡΕΘΕΙ ΣΕ ΘΕΤΙΚΗ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ!



$$x(t) = \frac{F_0/m}{\omega_0^{\,2} - \omega^2}\cos\omega t$$

КАТІ ΔΕΝ ΠΑΕΙ ΚΑΛΑ!

Για t = 0

$$\omega > \omega_0$$

$$x(t) = \frac{F_0/m}{\omega_0^{\,2} - \omega^2} < 0$$

ΠΑΡΑΒΙΑΖΕΤΑΙ Ο Θ.Ν.Δ!

ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΕΝΑ ΣΩΜΑ
ΑΚΑΡΙΑΙΑ
ΝΑ ΒΡΕΘΕΙ ΣΕ ΑΡΝΗΤΙΚΗ ΑΠΟΜΑΚΡΥΝΣΗ
ΑΠΟ ΔΥΝΑΜΗ ΑΝΤΙΘΕΤΗΣ ΦΟΡΑΣ!

$$x(t) = \frac{F_0 / m}{\omega_0{}^2 - \omega^2} \cos \omega t$$

ΔΕΝ ΜΑΣ ΔΙΗΓΕΙΤΑΙ
ΟΛΗ ΤΗΝ ΙΣΤΟΡΙΑ!

Η ΔΙΗΓΗΣΗ
ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΩΣΤΗ
ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΙΣΤΟΡΙΑΣ.

Έστω ότι έχουμε βρει μια λύση:

$$\frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + \omega_0{}^2 x_1(t) = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

Έστω ότι έχουμε βρει μια λύση της εξίσωσης της Ελεύθερης Ταλάντωσης.

$$\frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + \omega_0{}^2 x_2(t) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d^2 [x_1(t) + x_2(t)]}{dt^2} + \omega_0{}^2 [x_1(t) + x_2(t)] = \frac{F_0}{m} \cos \omega t$$

$$x(t) = \frac{F_0 / m}{\omega_0{}^2 - \omega^2} \cos \omega t + B \cos \omega_0 t$$

ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ t = 0 :

x= 0

$$dx / dt = 0$$

$$x(t) = \frac{F_0 / m}{\omega_0{}^2 - \omega^2} \{\cos \omega t - \cos \omega_0 t\}$$

$$\omega t << 1$$

$$\Rightarrow \cos \omega t \approx 1 - \frac{\omega^2 t^2}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \omega_0 t \approx 1 - \frac{\omega^2 t^2}{2}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2$$

ΑΠΟ ΤΙ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ

Ο ΧΡΟΝΟΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ

ΣΤΗ ΜΟΝΙΜΗ

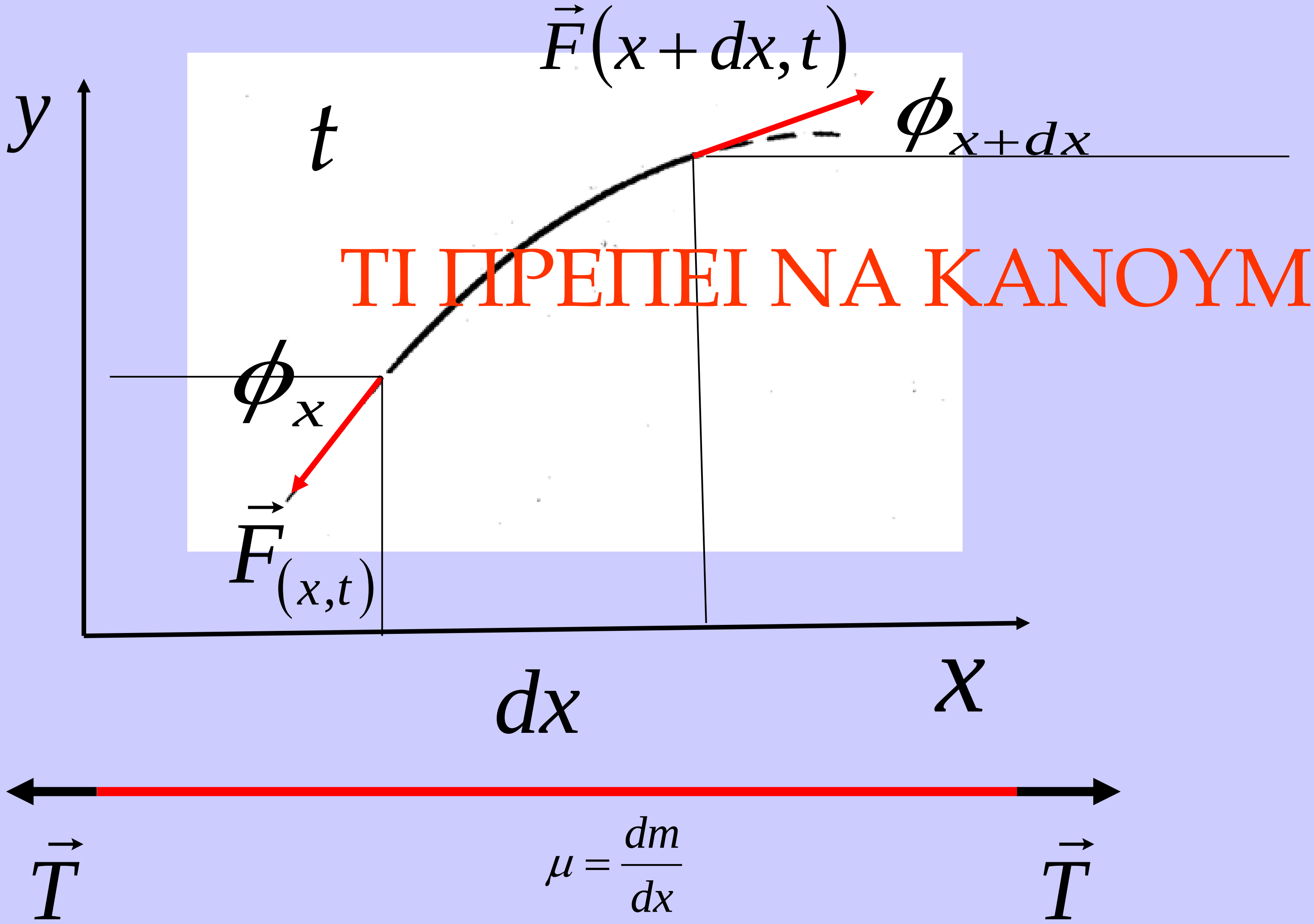
ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ;

ΑΣ ΕΠΑΝΕΛΘΟΥΜΕ

ΣΤΟ ΚΥΡΙΟ ΘΕΜΑ ΜΑΣ.

ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ

ΤΙ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ;



$$\sum \vec{F}_y(x, x+dx, t) = dm \frac{\partial^2 \vec{y}(x,t)}{\partial t^2}$$

ΤΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΣ ΤΜΗΜΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ ΤΗ Δ.Ε:

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{\mathrm{T}}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 t}$$

Η ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΕΞΕΙΔΙΚΕΥΕΤΑΙ ΑΠΟ ΤΙΣ

ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ Η $y(x,t)$

ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΗ

Η ΛΥΣΗ y(x,t) ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ

ΤΗ ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ

ΚΑΙ ΤΙΣ

ΤΙΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ(1) ΚΑΙ (2).

$$\frac{\partial^2 (x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{\mathrm{T}}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 t} \quad (3)$$

$$y(x=0,t)=0 \quad (1)$$

$$y(x=L,t)=y_0 \sin \omega t \quad (2)$$

ΤΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΣ ΤΜΗΜΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ ΤΗ Δ.Ε:

$$\frac{\partial^2 (x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{\mathrm{T}}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 t}$$

$$\boxed{y(x,t) = f(x - \upsilon t)}$$

ΔΙΕΥΚΡΙΝΙΣΗ

$$\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\upsilon^2} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\mathrm{T}}{\mu}}$$

ΟΠΟΥ ΣΤΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑ
ΣΥΝΑΝΤΑΜΕ ΤΗΝ ΠΟΣΟΤΗΤΑ

$$\boxed{\upsilon = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

ΑΥΤΟ ΘΑ ΓΙΝΕΤΑΙ
ΓΙΑ ΛΟΓΟΥΣ ΣΥΝΤΟΜΙΑΣ ΓΡΑΦΗΣ

ΑΝΑΖΗΤΟΥΜΕ ΛΥΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ:

$$y(x,t) = f(x)\sin\omega t$$

ΤΙ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΜΙΑ ΤΕΤΟΙΑ ΛΥΣΗ;

ΓΙΑΤΙ ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΕΙΤΑΙ
ΜΙΑ ΤΕΤΟΙΑ ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ;

ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΕΙΤΑΙ Η ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΤΗΣ ω

ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΑΝΑΖΗΤΟΥΜΕ ΛΥΣΗ:

ΔΙΚΑΙΟΛΟΓΕΙΤΑΙ Η ΠΑΡΟΥΣΙΑ ΤΗΣ f(x);

$$y(x,t) = f(x)\cos\omega t$$

$$y(x,t) = f(x)\sin\omega t$$

ΤΕΛΙΚΑ

ΑΥΤΟ ΠΟΥ ΑΝΑΖΗΤΟΥΜΕ ΕΙΝΑΙ Η

f(x)

ΑΝ ΥΠΑΡΧΕΙ!

$$y(x,t) = f(x)\sin\omega t$$

$$\frac{\partial^2 (x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{\mathrm{T}}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 t}$$

$$\frac{d^2 f(x)}{d^2 x} + \frac{\omega^2}{\upsilon^2} f(x) = 0$$

$$f(x) = A\sin(\frac{\omega}{\upsilon} x) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon} x)$$

$$y(x,t) = f(x)\sin\omega t$$

$$f(x) = A\sin\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right) + B\cos\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)$$

$$y(x,t) = \left\{A\sin\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right) + B\cos\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)\right\}\sin\omega t$$

ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ
ΣΤΗΝ ΑΡΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin\omega t$$

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ A, B;

ΘΑ ΚΑΘΟΡΙΣΤΟΥΝ ΑΠΟ ΤΙΣ
ΔΥΟ ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ-ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin\omega t$$

ΠΡΩΤΗ ΣΥΝΟΡΙΑΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ:

$$y(x=0,t) = 0$$

$$y(x=0,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}0) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon}0)\}\sin\omega t = B\sin\omega t = 0$$

$$B = 0$$

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin\omega t$$

$$y(x,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x)\}\sin\omega t$$

ΔΕΥΤΕΡΗ ΣΥΝΟΡΙΑΚΗ ΣΥΝΘΗΚΗ

$$y(x=L,t) = y_0 \sin\omega t$$

$$y(x=L,t) = \{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}L)\}\sin\omega t = y_0 \sin\omega t$$

$$\boxed{y(x=L,t)=\{A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}L)\}\sin\omega t=y_0\sin\omega t}$$

$$\boxed{A=\frac{y_0}{\sin(\dfrac{\omega L}{\upsilon})}}$$

Σ
Υ
Ν
Ο
Ψ
Η

$$y(x,t) = f(x)\sin\omega t$$

$$f(x) = A\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x) + B\cos(\frac{\omega}{\upsilon}x)$$

$$B = 0$$

$$\boxed{A = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})}}$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})}\sin(\frac{\omega}{\upsilon}x)\sin\omega t$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} \sin(\frac{\omega}{\upsilon} x) \sin \omega t$$

ΤΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ Η ΕΞΙΣΩΣΗ ΑΥΤΗ;

$$\boxed{y(x,t) = X(x) \cdot T(t)}$$

ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ ΚΥΜΑ;

$$\boxed{y(x,t) = f(x - \upsilon t)}$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} \sin(\frac{\omega}{\upsilon} x) \sin(\omega t)$$

ΕΣΤΩ ΣΕ ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΧΟΡΔΗ ΙΔΙΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΔΙΑΔΙΔΕΤΑΙ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ω:

$\mu \quad T$

$$\frac{\omega}{\upsilon} = \frac{\omega}{\frac{\omega}{k}} = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{2\pi}{\lambda} L)} \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x) \sin \omega t$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{2\pi}{\lambda}L)}\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)\sin\omega t$$

ΤΙ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΤΟ λ;

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(kL)}\sin(kx)\sin\omega t$$

ΤΙ ΑΠΕΙΚΟΝΙΖΕΙ ΤΟ k;

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} \sin(\frac{\omega}{\upsilon} x) \sin \omega t$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(kL)} \sin(kx) \sin \omega t$$

ΜΙΑ ΜΟΡΦΗ ΛΥΣΗ!

ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΡΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟ ΧΡΟΝΟ ΣΤΗΝ ΑΡΜΟΝΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

ΥΠΑΡΧΕΙ ΛΥΣΗ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ω

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} \sin(\frac{\omega}{\upsilon} x) \sin \omega t$$

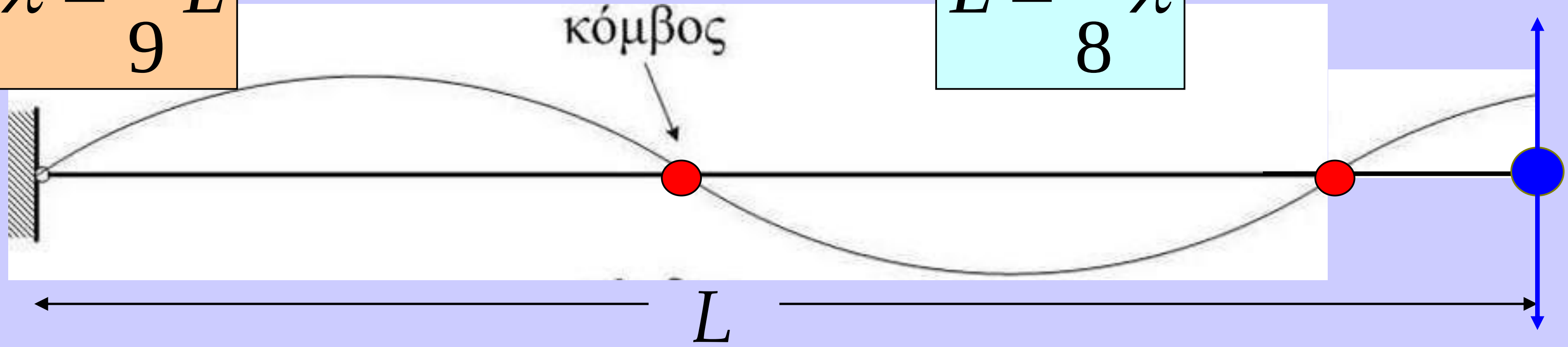
$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(kL)} \sin(kx) \sin \omega t$$

$$\sin(kL) \neq 0$$

ΥΠΑΡΧΕΙ ΛΥΣΗ ΓΙΑ ΚΑΘΕ ω

$$\lambda = \frac{8}{9} L$$

$$L = \frac{9}{8} \lambda$$

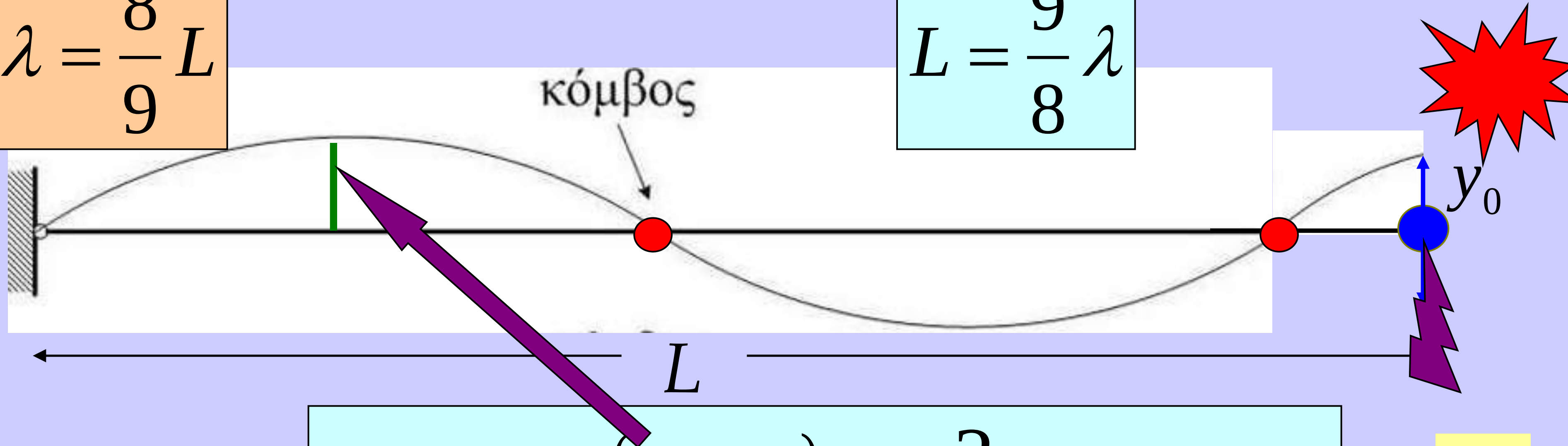


$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{2\pi}{\lambda} L)} \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x) \sin \omega t$$

$$y(x,t) = \left\{ y_0 \sqrt{2} \right\} \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x) \sin \omega t$$

$$\lambda = \frac{8}{9}L$$

$$L = \frac{9}{8}\lambda$$



$$y(x,t) = \left\{\sqrt{2}y_0\right\}\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)\sin\omega t$$

ΔΕΣΜΟΙ

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi$$

$$x = 0, \frac{4}{9}L, \frac{8}{9}L$$

ΚΟΙΛΙΕΣ

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$$

$$x = \frac{2}{9}L, \frac{6}{9}L$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{2\pi}{\lambda}L)} \sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)\sin\omega t$$

ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΣ:

Η ΣΧΕΣΗ ΙΣΧΥΕΙ ΓΙΑ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΠΟΥ

ΔΕΝ ΜΗΔΕΝΙΖΟΥΝ ΤΟΝ ΠΑΡΟΝΟΜΑΣΤΗ.

ΕΞΑΙΡΟΥΝΤΑΙ ΟΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ:

$$\frac{\omega L}{\upsilon} = n\pi$$

$$\sin(kL) = 0$$

ΤΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΟΤΑΝ

$$\frac{\omega L}{\upsilon} = n\pi$$

$$\sin(kL) = 0$$

ΑΠΕΙΡΙΖΕΤΑΙ ΤΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΠΛΑΤΟΣ!

ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΣΥΜΒΕΙ ΑΥΤΟ;

ΟΧΙ!

1.Η ΜΕΛΕΤΗ ΓΙΝΕΤΑΙ ΣΕ ΠΡΟΤΥΠΟ ΧΟΡΔΗΣ. ΣΤΙΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ

$$\frac{\omega L}{\upsilon} = n\pi$$ (ΑΠΕΙΡΙΣΜΟΣ ΠΛΑΤΟΥΣ)

ΠΑΡΑΒΙΑΖΟΝΤΑΙ ΟΛΕΣ ΟΙ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ! ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ Η

$$\frac{\partial^2 (x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{\mathrm{T}}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial^2 t}$$

ΚΑΙ ΚΑΤΑ ΠΡΟΕΚΤΑΣΗ Η ΛΥΣΗ

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{2\pi}{\lambda} L)} \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x) \sin \omega t$$

(ΑΠΕΙΡΙΣΜΟΣ ΠΛΑΤΟΥΣ)

2. Απώλεια ενέργειας
στο εσωτερικό της χορδής.

3. Απώλεια ενέργειας
λόγω σύζευξης με αλλα συστήματα.
Ακτινοβολία ηχητικών κυμάτων.

4. Ισχυρή αλληλεπίδραση με τον διεγέρτη
που οδηγεί σε παραμόρφωση
της αρμονικής διαταραχής
που αυτός θέλει
να αναγκάσει να κάνει το άκρο της χορδής.

Η ΜΕΛΕΤΗ
ΤΗΣ ΔΙΕΥΘΕΤΙΣΗΣ

$$\frac{\omega L}{\upsilon} = n\pi$$

$$\boxed{\sin(kL) = 0}$$

ΠΟΥ ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ
ΓΙΝΕΤΑΙ
ΜΕ ΤΙΣ ΕΠΙΦΥΛΑΞΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΦΕΡΑΜΕ

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{2\pi}{\lambda}L)}\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)\sin\omega t$$

$$\frac{\omega L}{\upsilon} = n\pi$$

$$\frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} = \infty$$

$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L} = n\frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2L}$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} \sin(\frac{\omega}{\upsilon} x) \sin \omega t$$

$$\frac{\omega L}{\upsilon} = n\pi$$

$$\sin(\frac{\omega_n}{\upsilon} x) = \sin(\frac{n\pi}{L} x) = \sin\left\{\frac{2\pi}{\frac{2L}{n}} x\right\} = \sin(\frac{2\pi}{\lambda_n} x)$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$y(x,t)=\frac{y_0}{\sin(n\pi)}\sin(\frac{2\pi}{\lambda_n}x)\sin 2\pi\nu_n t$$

$$\nu_n=n\frac{\upsilon}{2L}=n\frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2L}$$

$$\lambda_n=\frac{2L}{n}$$

$\Downarrow$

ΙΔΙΟ-ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ ΕΙΝΑΙ ΑΠΕΙΡΕΣ

ΕΝΑΣ ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ ΕΧΕΙ

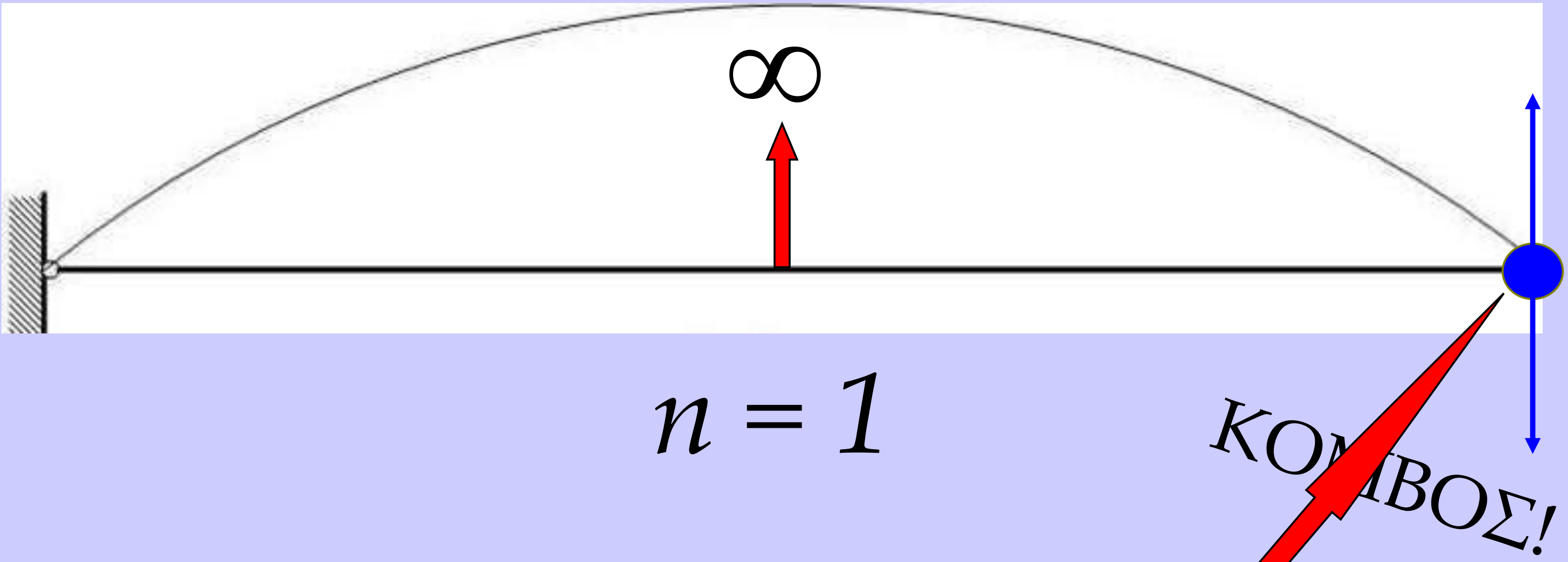
ΜΙΑ

ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ.

Η ΧΟΡΔΗ ΕΧΕΙ

ΑΠΕΙΡΕΣ.

ΤΙ ΚΟΙΝΟ ΕΧΟΥΝ;
ΕΙΝΑΙ ΙΔΙΟ-ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ



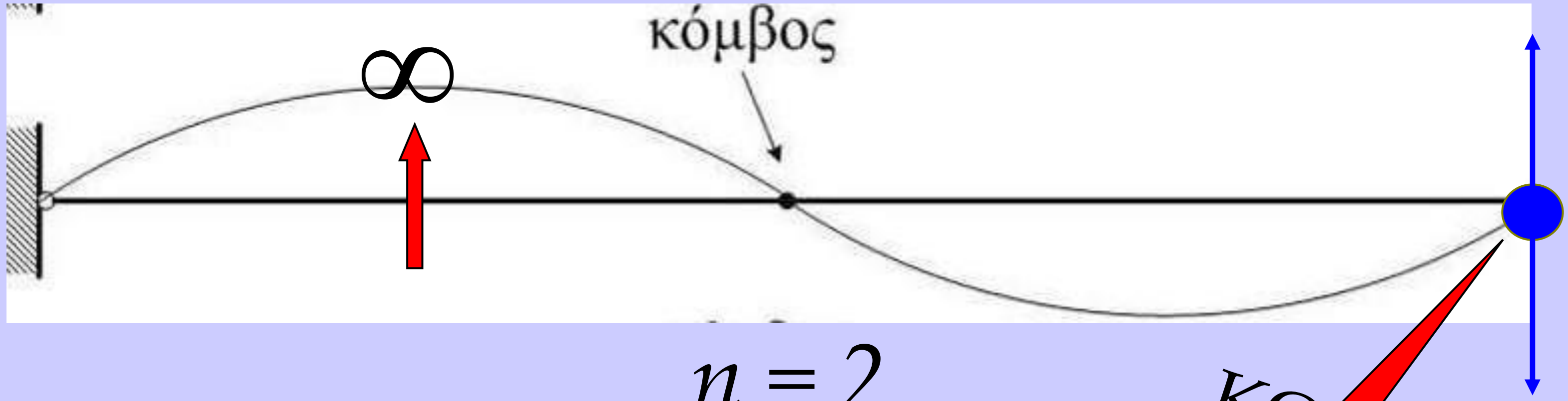
$$n = 1$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$\lambda_1 = 2L$$

$$\nu_1 = \frac{\upsilon}{2L}$$

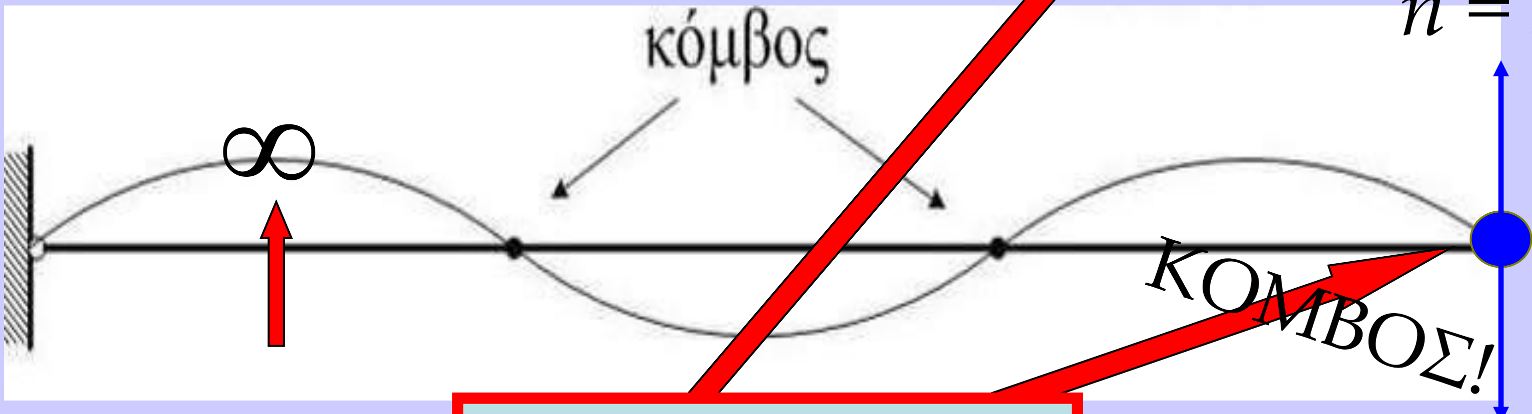
ΠΑΡΑΔΟΞΟ!



$n = 2$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad \nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

$n = 3$



ΠΑΡΑΔΟΞΟ!

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(n\pi)} \sin(\frac{2\pi}{\lambda_n} x) \sin 2\pi\nu_n t$$

Τ0 ΠΛΑΤΟΣ
ΣΤΙΣ ΚΟΙΛΙΕΣ
ΑΠΕΙΡΙΖΕΤΑΙ
ΚΑΙ ΓΙΑ

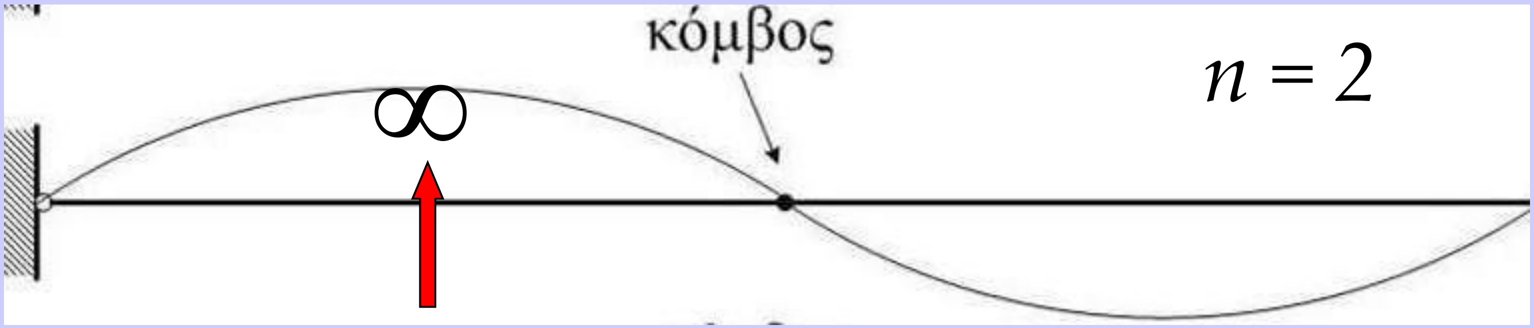
$$y_0 \to 0$$

ΠΡΟΣΟΧΗ!

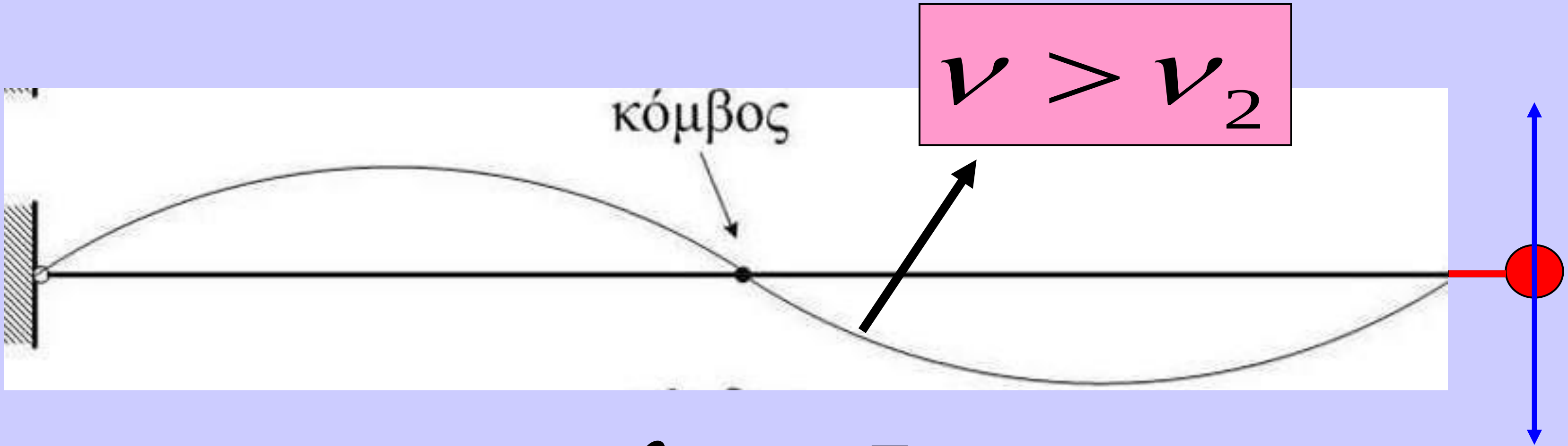
$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L} = n\frac{\sqrt{\dfrac{T}{\mu}}}{2L}$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$\boxed{\nu_n \cdot \lambda_n = \upsilon}$$



$L=2\lambda$



$$\lambda_2 = L$$

$$\nu_2 = 2\frac{\upsilon}{2L}$$

$$\lambda_2 \nu_2 = \upsilon$$

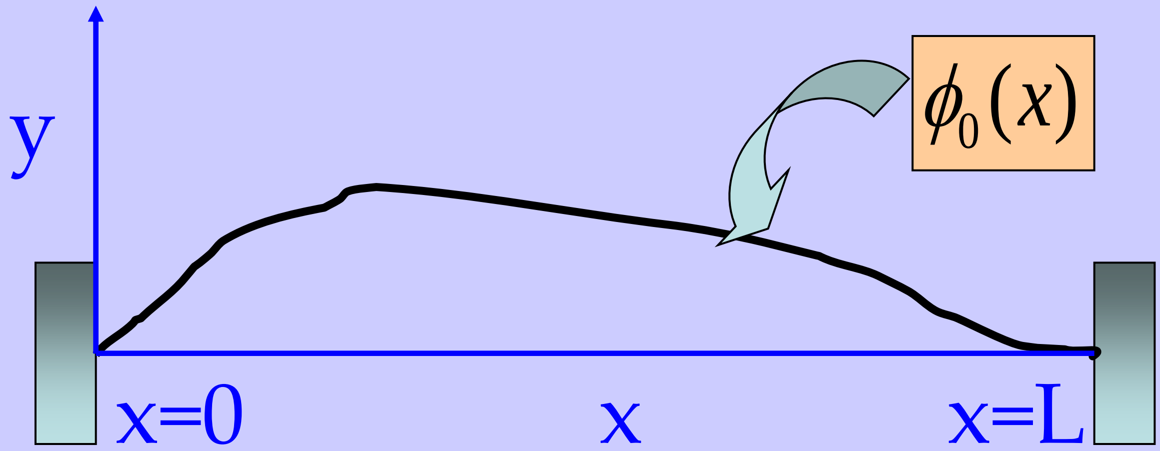
$$\boldsymbol{\nu > \nu_2}$$

$$\boldsymbol{\lambda < \lambda_2}$$

Η ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ ΣΑΣ
ΤΙ ΛΕΕΙ;
Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ ΘΑ ΕΙΝΑΙ
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ
ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΗ
ΜΙΓΑΔΙΚΗ;

ΜΙΑ

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ



ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x=0,t)=0$$

$$y(x=L,t)=0$$

ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$y(x,t=0)=\phi_0(x)$$

$$u_y(x,t=0)=\frac{\partial y(x,t=0)}{\partial t}$$

$$y_n(x,t) = \left\{A_n \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_n}\right)x\right\}\cos(2\pi\nu_n t)$$

$$\nu_n = n\frac{\upsilon}{2L}$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}$$

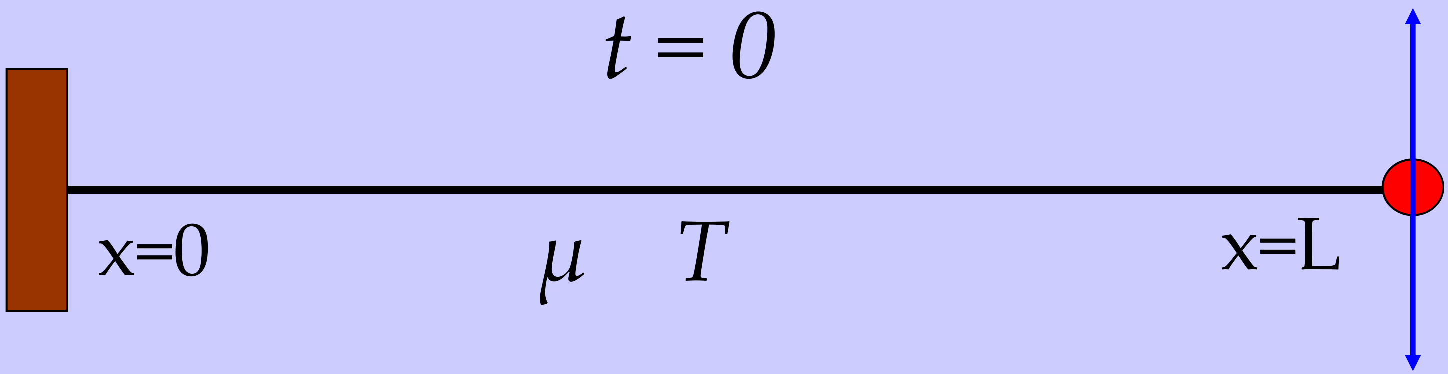
ΕΙΝΑΙ ΤΥΧΑΙΟ ΠΟΥ ΑΝΑΠΤΥΣΟΣΟΝΤΑΙ ΤΕΤΟΙΑ ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ;

ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ:

ΕΧΟΥΜΕ ΕΣΤΙΑΣΕΙ ΣΤΗΝ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ.

ΕΧΟΥΜΕ ΑΓΝΟΗΣΕΙ ΤΑ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ!

ΑΛΛΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ



$$y(x=0,t)=0 \quad (1)$$

$$u_y(x=L,t)=\frac{\partial y(x=L,t)}{\partial t}=$$

$$=u_0\cos\omega t \quad (2)$$

ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ-ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

ΤΟ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΣ ΤΜΗΜΑ ΤΗΣ ΧΟΡΔΗΣ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ ΤΗ Δ.Ε:

$$\frac{\partial^2 (x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\frac{\mathrm{T}}{\mu}} \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \qquad (3)$$

$$\boxed{y(x=0,t)=0} \quad (1)$$

$$\boxed{u_y(x=L,t) = \frac{\partial y(x=L,t)}{\partial t} = = u_0 \cos \omega t}$$

Η ΛΥΣΗ y(x,t) ΤΗΣ (3) ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ

ΤΙΣ ΣΥΝΟΡΙΑΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ(1) ΚΑΙ (2).

Η ΛΥΣΗ ΕΙΝΑΙ:

$$y(x,t)=\frac{u_0}{\omega\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})}\sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)\sin\omega t$$

$$\nu_n=n\frac{\upsilon}{2L}=n\frac{\sqrt{\frac{T}{\mu}}}{2L}$$

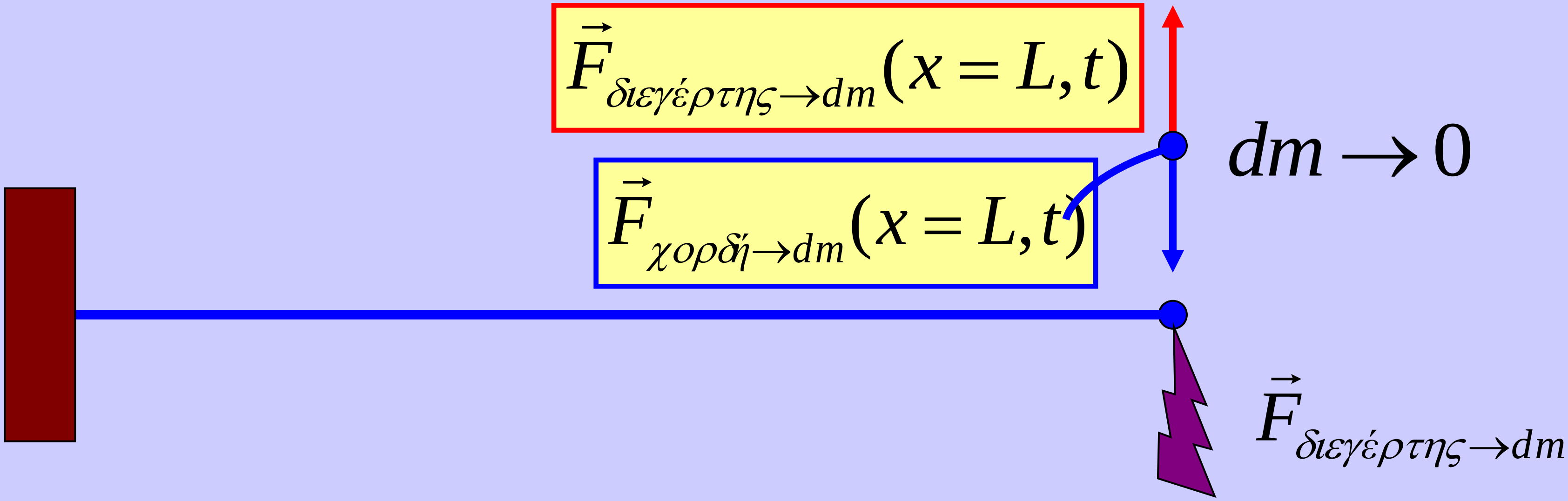
$$\lambda_n=\frac{2L}{n}$$

ΜΙΑ ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ
ΜΙΑ ΔΙΑΦΟΡΟΠΟΙΗΣΗ

$$y(x,t) = \frac{u_0}{\omega \sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} \sin(\frac{2\pi}{\lambda} x) \sin \omega t$$

$$y(x,t) = \frac{y_0}{\sin(\frac{\omega L}{\upsilon})} \sin(\frac{\omega}{\upsilon} x) \sin \omega t$$

ΑΛΛΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ



$$\vec{F}_{y\,\chi o\rho\delta\acute{\eta}\to dm} + \vec{F}_{y\,\delta\iota\varepsilon\gamma\acute{\varepsilon}\rho\tau\eta\varsigma\to dm} = (dm)\frac{\partial^2 \vec{y}(x=L,t)}{\partial^2 t} \to 0$$

$$\vec{F}_{y\,\chi o\rho\delta\acute{\eta}\to dm} + \vec{F}_{y\,\delta\iota\varepsilon\gamma\acute{\varepsilon}\rho\tau\eta\varsigma\to dm} = 0$$

$$F_{y_{\delta\iota\varepsilon\gamma\acute{\varepsilon}\rho\tau\eta\varsigma \to dm}} = -F_{y_{\chi o\rho\delta\acute{\eta} \to dm}} = -T\left\{\frac{\partial y(x=0,t)}{\partial x}\right\}$$

$$y(x,t) = \left\{A\sin\left(\frac{\omega}{\upsilon}x\right)\right\}\sin\omega t$$

$$F_{y_{\delta\iota\varepsilon\gamma\acute{\varepsilon}\rho\tau\eta\varsigma \to dm}} = -TA\left(\frac{\omega}{\upsilon}\right)\cos\left(\frac{\omega}{\upsilon}L\right)\cancel{\sin\omega t} = F_0\cancel{\sin\omega t}$$

$$A = -\frac{F_0}{kT\cos(kL)}$$

$$y(x,t) = -\frac{F_0}{kT\cos(kL)}\sin(kx)\sin(\omega t)$$

$$y(x,t) = -\frac{F_0}{kT\cos(kL)}\sin(kx)\sin(\omega t)$$

$$\cos(kL) = 0$$

$$kL = \frac{2n-1}{2}\pi$$

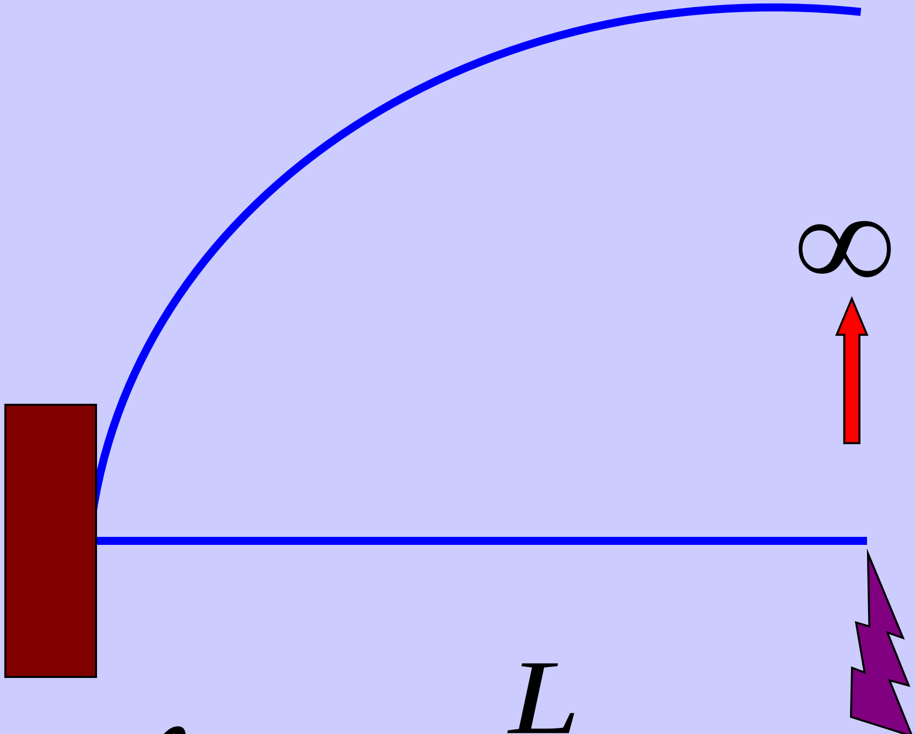
$$n = 1,2,3,\ldots$$

ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ

$$\lambda_n = \frac{L}{\frac{2n-1}{4}}$$

$$L = n_{\text{ΠΕΡΙΤ.}}\frac{\lambda}{4}$$

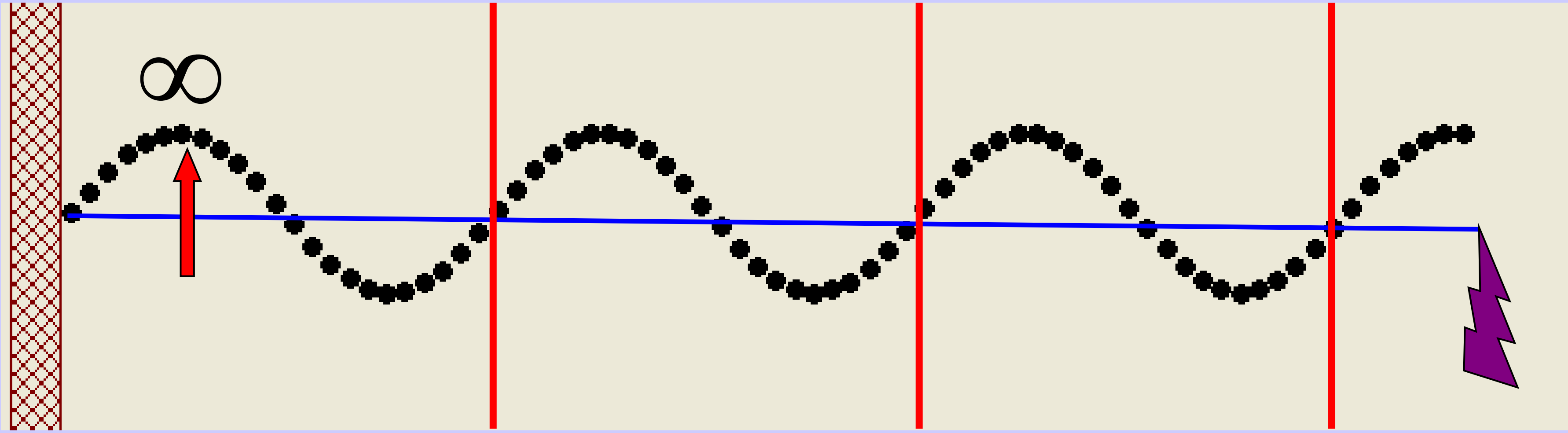
$$f_n = \frac{2n-1}{4}\frac{\upsilon}{L}$$



n=1

$$\lambda_n = \frac{\dfrac{L}{2n-1}}{4}$$

$$L = n_{\text{ΠΕΡΙΤ.}} \cdot \frac{\lambda}{4}$$



n=13

$$\lambda_n = \frac{L}{\dfrac{2n-1}{4}}$$

$$L = n_{\text{ПЕРІТ.}} \frac{\lambda}{4}$$

Η ΔΙΑΙΣΘΗΣΗ ΣΑΣ
ΤΙ ΛΕΕΙ;
Η ΕΜΠΕΔΗΣΗ
ΣΤΙΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ
ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΥ
ΘΑ ΕΙΝΑΙ
ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ
ΦΑΝΤΑΣΤΙΚΗ
ΜΙΓΑΔΙΚΗ;
ΣΤΙΣ ΑΛΛΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ;

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Οι Εικόνες, τα Σχήματα, τα Διαγράμματα και οι Φωτογραφίες που χρησιμοποιούνται στο παρόν έργο αποτελούν αντικείμενο πνευματικής ιδιοκτησίας (copyright)