Ουρές Αναμονής - 6^η δέσμη ασκήσεων

1. Θεωρούμε δύο ουρές O_1, O_2. Η ουρά O_i έχει Poisson(λ_i) εξωτερική διαδικασία αφίξεων, ένα υπηρέτη και εκθετικούς μ_i χρόνους εξυπηρέτησης. Συνδέουμε τις O_1 και O_2 έτσι ώστε κάθε πελάτης που φεύγει από την O_i να πηγαίνει στην άλλη ουρά με πιθανότητα p_i ή να αναχωρεί οριστικά από το σύστημα με πιθανότητα $q_i = 1 - p_i$.

   α. Να βρεθεί ικανή και αναγκαία συνθήκη για την στασιμότητα(ευστάθεια) του παραπάνω Μαρκοβιανού δικτύου.

   β. Βρείτε την αντίστοιχη στάσιμη κατανομή.

2. Θεωρούμε ένα δίκτυο πέντε ουρών O_1, O_2, ..., O_5. Για κάθε $i = 1, 2, 3, 4$ η ουρά O_i έχει Poisson($i\lambda$) εξωτερική διαδικασία αφίξεων και έναν υπηρέτη με εκθετικούς (μ_i) χρόνους εξυπηρέτησης. Κάθε πελάτης που ολοκληρώνει την εξυπηρέτηση του στην ουρά O_i πηγαίνει στην O_{i+1} με πιαθανότητα $\frac{1}{i}$ ή επαναλαμβάνει την εξυπηρέτηση του στην O_i με πιθανότητα $\frac{i-1}{i}$ για $\iota = 1, 2, 3, 4$. Η ουρά O_5 έχει Poisson(5λ) διαδικασία αφίξεων και άπειρους υπηρέτες με εκθετικούς χρόνους εξυπηρέτησης και κάθε πελάτης που ολοκληρώνει την εξυπηρέτηση του σ'αυτή αναχωρεί από το δίκτυο.

   α. Να βρεθεί ικανή και αναγκαία συνθήκη για την στασιμότητα(ευστάθεια) του παραπάνω Μαρκοβιανού δικτύου.

   β. Βρείτε την αντίστοιχη στάσιμη κατανομή.

   γ. Να υπολογιστεί ο μέσος αριθμός πελατών στο δίκτυο καθώς και στο υποσύνολο του δικτύου που απαρτίζεται από τις ουρές O_2 και O_3.

   δ. Να υπολογιστεί ο μέσος χρόνος παραμονής ενός πελάτη στο δίκτυο.

   ε. Να βρεθεί η κατανομή του αριθμού των επισκέψεων ενός πελάτη στην ουρά O_i, για $i = 2, 3, 4$.

3. Θεωρούμε ένα δίκτυο τριών ουρών O_1, O_2, O_3. Η ουρά O_i για κάθε $i = 1, 2, 3$ έχει Poisson(λ_i) εξωτερική διαδικασία αφίξεων και i υπηρέτες με εκθετικούς (μ_i) χρόνους εξυπηρέτησης. Κάθε πελάτης που ολοκληρώνει την εξυπηρέτηση του στην ουρά O_i αναχωρεί από το δίκτυο με πιθανότητα $\frac{i}{i+1}$, ενώ διαφορετικά πηγαίνει στην O_{i+1}, όπου $O_{i+1} = O_1$ για $i = 3$. Έστω $\lambda_i = i$ για κάθε $i = 1, 2, 3$.

   α. Να βρεθεί ικανή και αναγκαία συνθήκη για την στασιμότητα(ευστάθεια) του παραπάνω Μαρκοβιανού δικτύου.

   β. Βρείτε την αντίστοιχη στάσιμη κατανομή.

   γ. Να υπολογιστούν η κατανομή του αριθμού των επισκέψεων ενός πελάτη στον σταθμό O_2, δεδομένου ότι ο πελάτης εισέρχεται στο δίκτυο από τον σταθμό O_2, καθώς και το μέσο πλήθος επισκέψεων σε αυτόν.

4. Θεωρούμε ένα δίκτυο τριών ουρών O_1, O_2, O_3. Η ουρά O_1 έχει Poisson(λ) εξωτερική διαδικασία αφίξεων και έναν υπηρέτη με εκθετικούς μ χρόνους εξυπηρέτησης. Κάθε πελάτης που ολοκληρώνει την εξυπηρέτηση του στην ουρά O_1 πηγαίνει στην O_2 ή στην O_3 με πιθανότητες $\frac{1}{3}$ και $\frac{2}{3}$, αντίστοιχα. Οι ουρές O_2 και O_3 έχουν άπειρους υπηρέτες και εκθετικούς μ χρόνους εξυπηρέτησης. Κάθε πελάτης που ολοκληρώνει την εξυπηρέτηση του στην ουρά O_i $i = 2, 3$ αναχωρεί με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ από το δίκτυο ή επιστρέφει με πιθανότητα $\frac{1}{2}$ στην ίδια ουρά O_i.

   α. Να βρεθεί ικανή και αναγκαία συνθήκη για την στασιμότητα(ευστάθεια) του παραπάνω Μαρκοβιανού δικτύου.

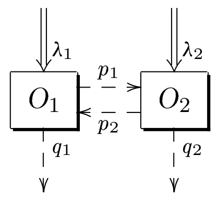
   β. Βρείτε την αντίστοιχη στάσιμη κατανομή.

   γ. Να υπολογιστεί ο μέσος συνολικός αριθμός πελατών στο δίκτυο και ο μέσος αριθμός πελατών στην ουρά O_2.

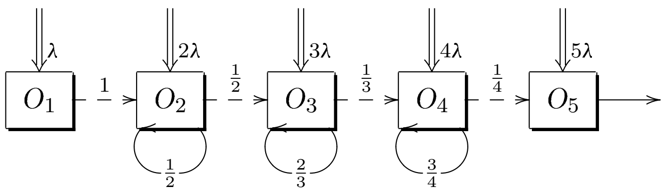
   δ. Να υπολογιστεί ο μέσος αριθμός σταθμών που θα επισκεφτεί ένας πελάτης μέχρι να αναχωρήσει από το δίκτυο.

   ε. Να υπολογιστούν ο μέσος χρόνος παραμονής ενός πελάτη στο δίκτυο.

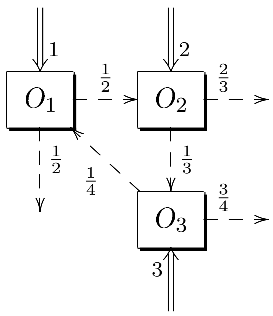
1. Σχηματικά



2. Σχηματικά



3. Σχηματικά



4. Σχηματικά