

## Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα - Θέματα Ιουνίου 2009 Ομάδα Β

### Θέμα 1

α) Έστω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού σε κανονική μορφή με εφικτή περιοχή F. Δείξτε, με πλήρη απόδειξη, ότι αν η x δεν είναι βασική εφικτή λύση του π.γ.π., τότε αυτή δεν μπορεί να είναι κορυφή της F.

β) Ένας βιοτέχνης κατασκευάζει δύο είδη παιχνιδιών A και B με κέρδος 50 ευρώ και 30 ευρώ ανά μονάδα, αντίστοιχα. Η αγορά δεν μπορεί να απορροφήσει πάνω από 100 παιχνίδια συνολικά. Επίσης ο βιοτέχνης δεν επιθυμεί να εργαστεί για περισσότερο από 2000 ώρες, ενώ με μια ώρα εργασίας κατασκευάζεται το 4% ενός παιχνιδιού A ή το 10% ενός παιχνιδιού B. Να βρεθεί η βέλτιστη κατασκευαστική πολιτική με γραφική επίλυση (δεκτές και μη ακέραιες λύσεις).

### Θέμα 2

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού

$$\begin{aligned} \min & (x_1 - x_2) \\ 2x_1 + 2x_2 & \leq 8 \\ -x_1 + 2x_2 & \geq 2 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

α) Να βρεθεί η άριστη λύση με τη μέθοδο Simplex.

β) Να γραφεί το δυϊκό πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και να βρεθεί η άριστη λύση του με βάση την απάντηση στο (α).

### Θέμα 3

Ένας μηχανολόγος μηχανικός κάνει μελέτη για την ενεργειακή κατανάλωση ενός κτηρίου σε μια απομακρυσμένη περιοχή. Στο κτήριο μπορούν να χρησιμοποιηθούν 3 πηγές ενέργειας, ηλεκτρική γεννήτρια, φωτοβολταϊκή εγκατάσταση στην οροφή και καυστήρας πετρελαίου. Οι ανάγκες του κτηρίου κάθε μέρα υπολογίζονται σε 40 μονάδες για θέρμανση χώρου, 30 μονάδες για θέρμανση νερού και 40 μονάδες για φωτισμό. Το μέγεθος της οροφής επιτρέπει την τοποθέτηση φωτοβολταϊκών με δυναμικότητα 50 μονάδων ενέργειας τη μέρα, ενώ η δυναμικότητα της ηλεκτρογεννήτριας είναι 85 μονάδες και του καυστήρα 75 μονάδες τη μέρα. Στον παρακάτω πίνακα δίνεται το κόστος σε ευρώ ανά μονάδα ενέργειας που παράγεται από κάθε πηγή. Επιπλέον ενέργεια που παράγεται από τη φωτοβολταϊκή εγκατάσταση και δεν καταναλώνεται μπορεί να διοχετευθεί σε διπλανό κτήριο με κέρδος 5 ευρώ ανά μονάδα.

Πηγή	Τύπος Ενέργειας		
	Θέρμανση Νερού	Θέρμανση Χώρου	Φωτισμός
Ηλεκτρογεννήτρια	16	15	20
Φωτοβολταϊκά	10	20	15
Καυστήρας	8	7	25

Να βρεθεί η κατανομή της ενεργειακής κατανάλωσης από τις διάφορες πηγές που ελαχιστοποιεί το καθαρό συνολικό κόστος.

#### **Θέμα 4**

Ο ιδιοκτήτης μιας κατασκευαστικής εταιρείας έχει ένα μηχάνημα που χρησιμοποιεί για την παραγωγή και θέλει να προγραμματίσει τη συντήρηση και ενδεχόμενες αντικαταστάσεις του για τα επόμενα 4 χρόνια. Το μηχάνημα είναι αυτή τη στιγμή ηλικίας 2 ετών. Η τιμή αγοράς νέου μηχανήματος είναι ίση με 1000 ευρώ. Ένα μηχάνημα ηλικίας  $j$  ετών έχει κόστος συντήρησης  $c_j$  και αξία μεταπώλησης ίση με  $m_j$  που ορίζονται ως εξής : Ένα νέο μηχάνημα (ηλικίας 0) έχει κόστος συντήρησης 100 ευρώ για τον πρώτο χρόνο λειτουργίας του, και κάθε επόμενο χρόνο το κόστος συντήρησης αυξάνεται κατά 10% σε σχέση με τον προηγούμενο χρόνο. Η αξία μεταπώλησης πέφτει κάθε χρόνο κατά 10% σε σχέση με τον προηγούμενο χρόνο (δηλαδή η αξία μεταπώλησης στο τέλος του πρώτου χρόνου είναι 900 ευρώ, και ούτω καθεξής). Να βρεθεί η πολιτική συντήρησης - αντικατάστασης που ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος με χρήση δυναμικού προγραμματισμού.

**Διάρκεια 2 ½ ώρες. Καλή επιτυχία!**