

Περιεχόμενα

I	Έναρξη μαθήματος	5
1	Πολυωνυμικές σχέσεις και ταυτότητες, μέρος I	9
1.1	Εισαγωγή	9
1.2	Στον δρόμο για έναν ορισμό	10
1.3	Ασκήσεις και προβληματισμοί	11
2	Πολυωνυμικές σχέσεις και ταυτότητες, μέρος II	13
2.1	Τα συστήματα	13
2.1.1	Υποδείξεις για ερύτερη μελέτη	14
2.1.2	Άσκηση	14
2.1.3	Υποδείξεις για την παραπάνω άσκηση	15
II	Πολυώνυμα μίας μεταβλητής	17
3	Πολυώνυμα τρίτου βαθμού	19
3.1	Μάθημα 2, συνέχεια	19
3.1.1	Έρευνα στο διαδίκτυο	19
3.1.2	Εξίσωση τρίτου βαθμού-μέθοδος <i>Cardano</i>	19
3.2	Ασκήσεις και προβληματισμοί	21
3.3	Σκέψεις για επίλυση ενός συστήματος με δύο εξισώσεις τρίτου βαθμού	22
4	Πολυώνυμα τετάρτου και μεγαλύτερου βαθμού	23
4.1	Εξίσωση τετάρτου βαθμού	23
4.1.1	Έρευνα στο <i>internet</i>	23
4.1.2	Επίλυση με ριζικά	23
4.1.3	Η δυστυχία του να μην υπάρχει αλγόριθμος!	24
4.1.4	Πάντα υπάρχει ελπίδα!	26
4.2	Σχετικά με τους κοινούς παράγοντες	27
4.2.1	Η μέθοδος με τον Μέγιστο Κοινό Διαιρέτη	27
4.2.2	Η ορίζουσα του <i>Sylvester</i>	27
4.3	Άσκηση	28

5	Ο αλγόριθμος της διαίρεσης	29
5.1	Γενικά για τον δακτύλιο των πολυωνύμων	29
5.2	Προαιρετική άσκηση για εξάσκηση	31
III	Πολυώνυμα πολλών μεταβλητών	33
6	Ο αλγόριθμος της διαίρεσης	35
6.1	Γενικά	35
6.2	Βήματα διαίρεσης	36
6.3	Παράδειγμα διαίρεσης στον δακτύλιο $\mathbb{F}[x, y]$	37
6.4	Παράδειγμα διαίρεσης στον δακτύλιο $\mathbb{F}[x, y, z]$	40
6.5	Σχόλια πάνω στον αλγόριθμο της διαίρεσης πολυωνύμων πολλών μεταβλητών	45
6.5.1	Η λεξικογραφική διάταξη	45
6.6	Πηλίκο και υπόλοιπο	46
6.7	Ασκήσεις	47
7	Βάσεις Groebner I	49
7.1	Ιδεώδη μονονύμων	49
7.2	Ασκήσεις	56
8	Βάσεις Groebner ενός ιδεώδους. Επανάληψη	57
8.1	Ξανά το σύστημα	57
8.2	Ευρύτερη μελέτη	59
8.3	Ασκήσεις	62
9	Βάσεις Groebner ενός Ιδεώδους	63
9.1	Επαναλήψεις -σχέψεις -σχόλια	63
9.2	Πολυωνυμικοί συνδυασμοί	64
9.3	Βάσεις Groebner	66
9.4	Χαλαρή μελέτη χωρίς προθεσμίες	67
10	Βάσεις Groebner ενός ιδεώδους	69
10.1	Τρίτο μέρος	69
10.2	Η περίπτωση του δακτυλίου πολυωνύμων μίας μεταβλητής	70
10.3	Η περίπτωση του δακτυλίου πολυωνύμων δύο μεταβλητών	71
11	Και άλλα για τις βάσεις Groebner	73
11.1	Γενικά	73
11.2	Ελαχιστοποιημένες και ανηγμένες Βάσεις Groebner	73
11.3	Ταυτότητες στο Γυμνάσιο-Λύκειο	76
11.4	Καί άλλα για πολυωνυμικές ταυτότητες	77

<i>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</i>	3
12 Ο Αλγόριθμος του Buchberger	79
12.1 Ο Αλγόριθμος του Buchberger	79
12.2 Ασκήσεις	81
IV Εφαρμογές	83
12.3 Τεχνητή Νοημοσύνη	85
12.4 Το Θεώρημα βάσης του Hilbert	85
12.5 Αυτόματη απόδειξη Γεωμετρικών Θεωρημάτων	86
12.6 Τεχνητή Νοημοσύνη και Γραμμική άλγεβρα	88
13 Βάσεις Groebner και Ρομποτική	91
13.1 Ασκήσεις	93