

Τρίτη ομάδα ασκήσεων για το μάθημα  
ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

1. (α) Ναδειχθεί ότι αν εφαρμοσθεί η απαλοιφή *Gauss* σε πίνακα με αυστηρά κυριαρχική διαγώνιο κατά στήλες (*column diagonally dominant*), τότε διατηρείται η ιδιότητα της αυστηρά κυριαρχικής διαγωνίου σε κάθε βήμα της απαλοιφής.
- (β) Ναδειχθεί ότι ο συντελεστής μεγέθυνσης χρησιμοποιώντας απαλοιφή *Gauss* χωρίς οδήγηση σε πίνακα με αυστηρά κυριαρχική διαγώνιο κατά στήλες φράσσεται από το 2.
2. Έστω  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  άνω *Hessenberg* ( $a_{ij} = 0$  αν  $i > j + 1$ )
  - (α) Χρησιμοποιώντας απαλοιφή του *Gauss* με μερική οδήγηση, διατυπώστε τον αλγόριθμο άνω τριγωνοποίησης του  $A$ . Να εκτιμηθεί η πολυπλοκότητά του.
  - (β) Αποδείξτε ότι  $|a_{ij}^{(k)}| \leq k + 1$ , αν  $|a_{ij}| \leq 1$ .
  - (γ) Αν  $|a_{ij}| \leq 1$  υπολογίστε φράγμα για το συντελεστή μεγέθυνσης του σφάλματος  $\rho$ . Τι συμπεραίνετε για την ευστάθεια της τριγωνοποίησης;