

# ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

## 1<sup>η</sup> ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

### Θεωρητική επεξεργασία

Δίνεται το  $n \times n$  σύστημα  $A \underline{x} = \underline{b}$  όπου τα στοιχεία του πίνακα  $A=(a_{ij})$  προσδιορίζονται από τις σχέσεις:

$a_{ii} = 1$ ,  $a_{in} = 1$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $a_{ij} = -1$ , για  $i > j$  και  $a_{ij} = 0$ , διαφορετικά.

- (i) Τριγωνοποιήστε τον  $A$  με απαλοιφή Gauss με μερική οδήγηση
- (ii) Δείξτε ότι ο πίνακας  $A$  είναι αντιστρέψιμος
- (iii) Αποδείξτε ότι  $|a_{ij}^{(k)}| \leq 2^{k-1}$  και  $a_{ij}^{(k)} = 2^{k-1}$  για  $k=n$
- (iv) Υπολογίστε το συντελεστή μεγέθυνσης  $p = \frac{\max_{i,j,k} |a_{ij}^{(k)}|}{\max_{i,j} |a_{ij}|}$

Τι συμπεραίνετε για την ευστάθεια της απαλοιφής Gauss με μερική οδήγηση για ένα τέτοιο σύστημα;

### Εργαστηριακή επεξεργασία

Να προσδιορισθεί αριθμητικά η λύση του συστήματος  $A \underline{x} = \underline{b}$  όπου  $A$  ο παραπάνω πίνακας για διάφορες τιμές του  $n$  και διάφορα  $\underline{b}$ .

Για  $n=60$  πως επηρεάζει τη λύση ο μεγάλος συντελεστής μεγέθυνσης  $p=2^{60}$ ;

Να μελετήσετε μεταβολές στη λύση του συστήματος που επέρχονται εάν διαταράξουμε ελαφρά τα αρχικά δεδομένα.

Είναι η λύση του συστήματος ευσταθής;