

ΘΕΜΑ 1 (30 μονάδες) α) Βρείτε τον πίνακα P_{ob} της πλάγιας παράλληλης προβολής στο επίπεδο XY με διεύθυνση προβολής v , συναρτήσε των L_1 και φ (Σχήμα 1). Στη συνέχεια σχεδιάστε στο επίπεδο την πλάγια παράλληλη προβολή του μοναδιαίου κύβου $A(0,0,0)$, $B(1,0,0)$, $\Gamma(1,1,0)$, $\Delta(0,1,0)$, $E(0,1,1)$, $Z(0,0,1)$, $H(1,0,1)$, $\Theta(1,1,1)$ για $L_1=1$ και $\varphi=45^\circ$. Τι παρατηρείτε για το μήκος των πλευρών του που είναι κάθετες στο επίπεδο προβολής XY .

β) Εστω τα σημεία $R_1(1,1)$, $R_2(3,2)$. Να βρεθούν οι συντεταγμένες των pixels που θα φωτισθούν στην οθόνη για το σχεδιασμό του ευθυγράμμου τμήματος R_1R_2 χρησιμοποιώντας i) τον αλγόριθμο της ευθείας και ii) τον αλγόριθμο του Bresenham. Να συγκριθεί η υπολογιστική πολυπλοκότητα των αλγορίθμων αυτών.

ΘΕΜΑ 2 (35 μονάδες) α) Εστω ο κύκλος $x^2 + y^2 = 1$. Δίνεται ο μετασχηματισμός $M =$

$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Αποδείξτε ότι ο M μετασχηματίζει τον κύκλο σε έλλειψη.

β) Δίνεται ένα παράθυρο με κάτω δεξιά και πάνω αριστερή γωνία $(1,1)$ και $(5,5)$ αντίστοιχα και έστω ένα σημείο του $P(2,3)$. Σε ποιο σημείο ενός viewport με κάτω δεξιά και πάνω αριστερή γωνία $(1,1)$ και $(4,4)$ αντίστοιχα, θα παρασταθεί το P έτσι ώστε να μην εμφανίζονται αλλοιώσεις.

γ) Δίνεται το τετράγωνο $A(0,0)$, $B(1,0)$, $\Gamma(1,1)$, $\Delta(0,1)$. Προσδιορίστε τον πίνακα μετασχηματισμού που το μετατρέπει στο τετράγωνο $A'(0,0)$, $B'(-3,0)$, $\Gamma'(-3,-3)$, $\Delta'(-3,0)$.

ΘΕΜΑ 3 (35 μονάδες) α) Εστω P_0, P_1, P_2, P_3 ομοεπίπεδα μη συγγραμμικά ανά τρία σημεία. Εάν $P(t)$ η συσχετιζόμενη με αυτά κυβική καμπύλη Bezier να αποδείξετε ότι ολόκληρη η καμπύλη βρίσκεται μέσα στο χαρακτηριστικό πολύγωνο, περνάει από το αρχικό και τελικό σημείο και τα πιο σημαντικά σημεία της καμπύλης είναι τα $t = \frac{i}{n}$, $i = 1, 2$.

β) Δίνονται τα ακόλουθα σημεία ελέγχου της κυβικής καμπύλης Bezier :

$$P_0(1, 1/2), P_1(4, 4), P_2(6, 1/2), P_3(3, 1)$$

Για $t = \frac{i}{n}$, $i = 1, 2$ να υπολογισθούν δύο σημεία στην καμπύλη Bezier και στη συνέχεια να τη σχεδιάσετε.

Κ Α Λ Η Ε Π Ι Τ Τ Χ Ι Α

