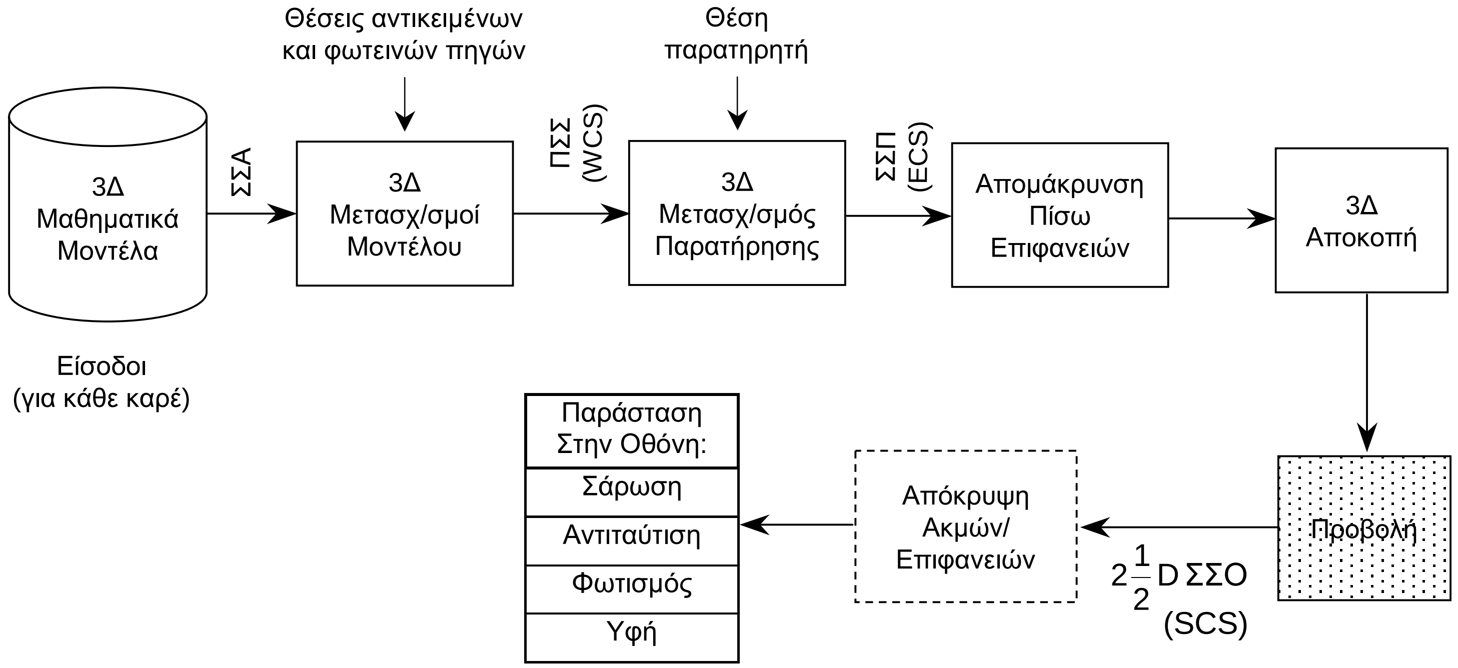
Προβολές

- Απαραίτητες αφού 3Δ αντικείμενα απεικονίζονται σε 2Δ συσκευές.

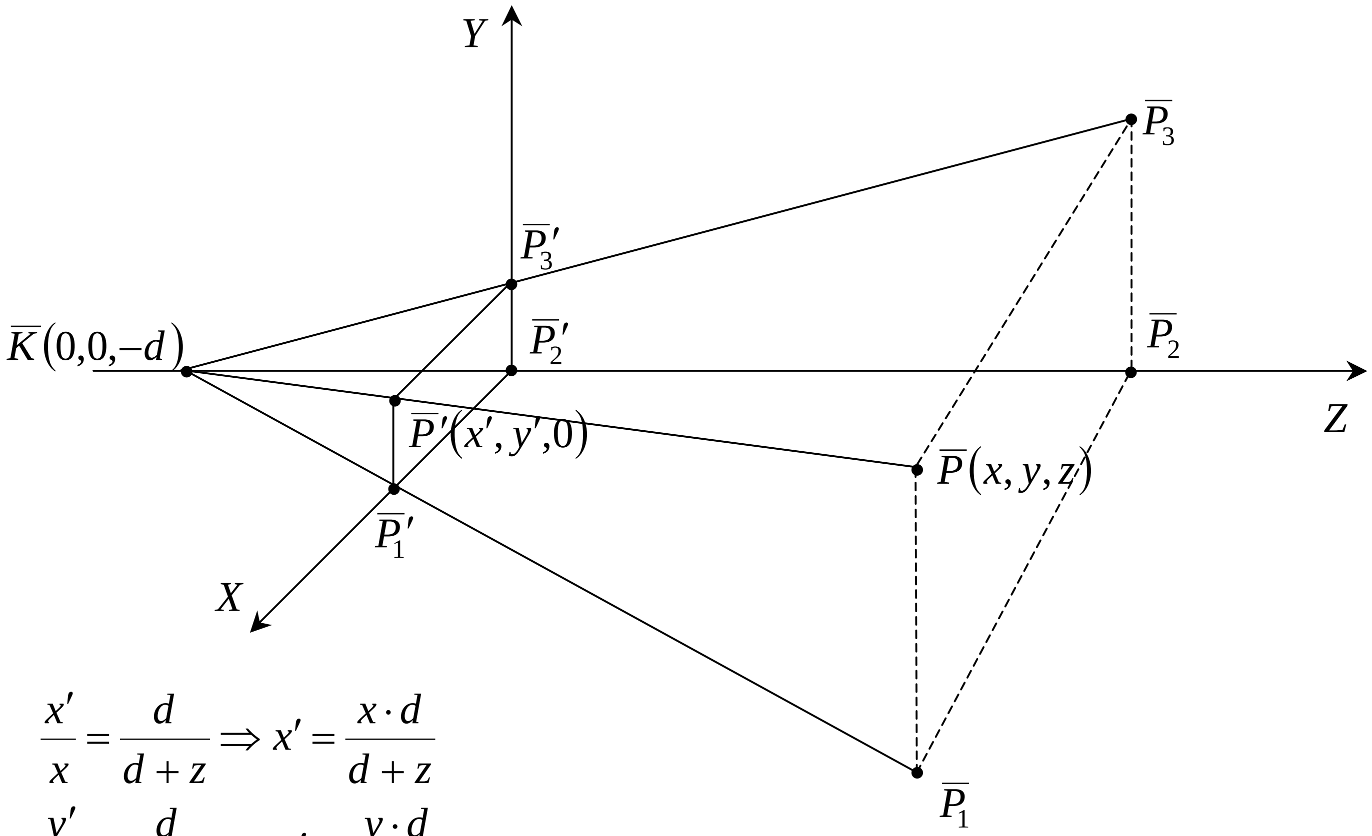


Προβολές

- Προοπτική: πεπερασμένη απόσταση κέντρου προβολής από επίπεδο προβολής.
- Παράλληλη: άπειρη απόσταση κέντρου προβολής από επίπεδο προβολής.
- Ιδιότητες προβολών:
  - Ευθείες προβάλλονται σε ευθείες.
  - Αποστάσεις αλλάζουν (γενικά).
  - 3Δ παράλληλες ευθείες, μη παράλληλες με επίπεδο προβολής, δεν προβάλλονται σε παράλληλες ευθείες.
  - Γωνία μεταξύ ευθειών αλλάζει, εκτός αν επίπεδο γωνίας παράλληλο με επίπεδο προβολής.

Προοπτική Προβολή

- Έστω προβολή στο επίπεδο XY με κέντρο προβολής $\overline{K}(0,0,-d)$



$$\frac{x'}{x} = \frac{d}{d+z} \Rightarrow x' = \frac{x \cdot d}{d+z}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{d}{d+z} \Rightarrow y' = \frac{y \cdot d}{d+z}$$

Προοπτική Προβολή

- Δεν είναι γραμμικός μετασχηματισμός (διαίρεση με z).
  - Δεν μπορεί να δοθεί με μορφή πίνακα.
  - Ωστόσο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μεταβολή του w.

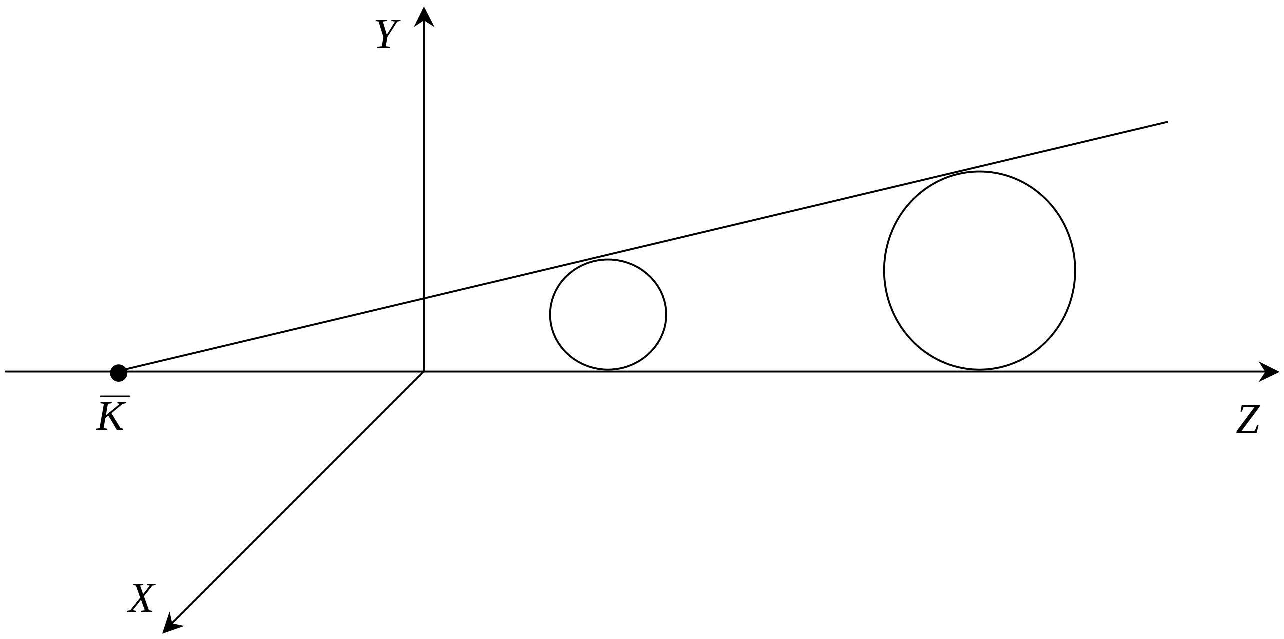
$$P_{pers} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = P_{pers} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot d \\ y \cdot d \\ 0 \\ z + d \end{bmatrix}$$

  - Ακολουθεί διαίρεση με w (αφού πρέπει w=1)

$$\overline{P}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} / w' = \begin{bmatrix} \dfrac{x \cdot d}{z + d} \\ \dfrac{y \cdot d}{z + d} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

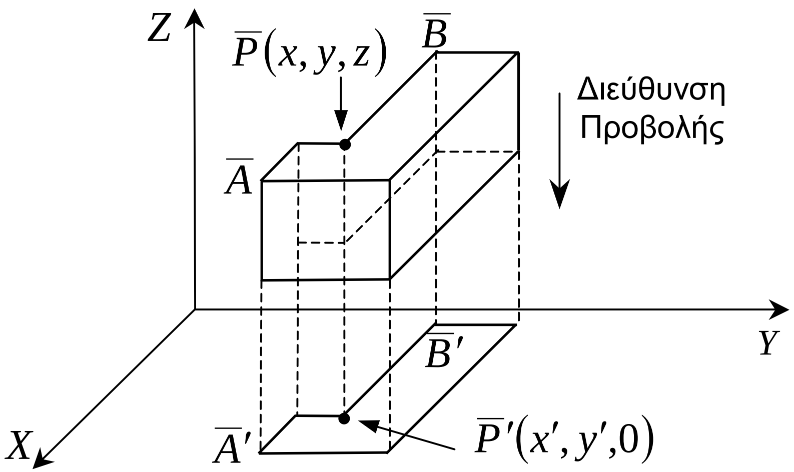
Προοπτική Προβολή

- Χαρακτηριστικό: κεντρική σμίκρυνση (όπως το ανθρώπινο μάτι).



Παράλληλη Προβολή

- Κέντρο προβολής στο άπειρο, δίνεται κατεύθυνση προβολής.
  - Διατηρεί αποστάσεις, χρήσιμο στοιχείο π.χ. στην αρχιτεκτονική.
- Ορθογώνια παράλληλη προβολή: πάνω σε ένα από τα βασικά επίπεδα με κάθετες ακτίνες προβολής.



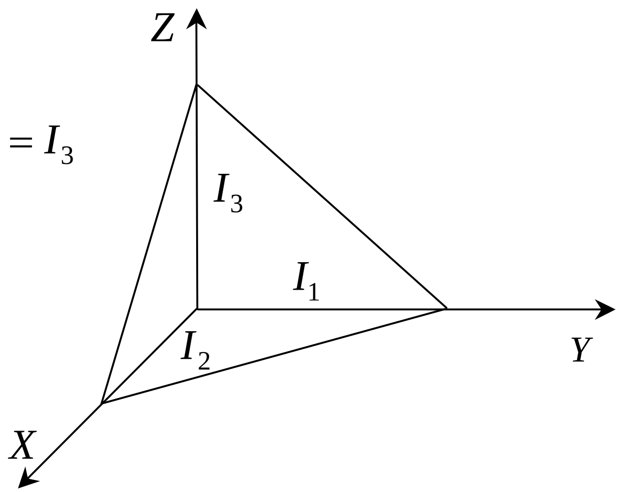
  - Πίνακας μετασχηματισμού για ορθογώνια π.χ. στο XY

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παράλληλη Προβολή

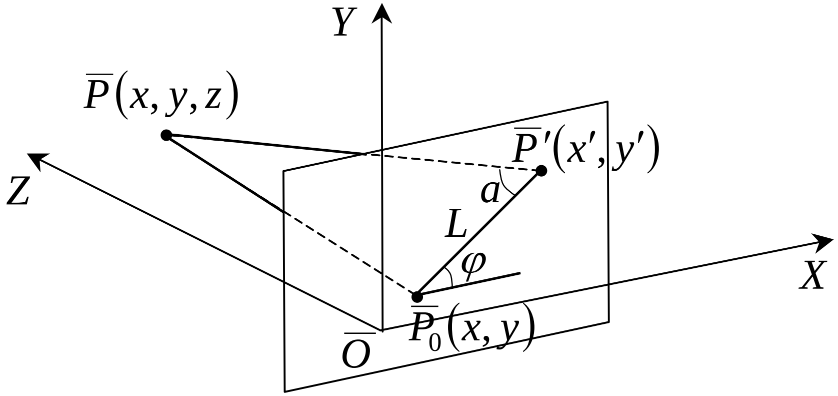
- Παράλληλες προβολές διακρίνονται σε:
  - Ορθογραφικές: ακτίνες προβολής κάθετες στο επίπεδο προβολής.
  - Πλάγιες: ακτίνες όχι κάθετες.
- Ορθογραφικές διακρίνονται σε:
  - Ορθογώνιες: ακτίνες προβολής παράλληλες με X, Y ή Z.
  - Αξονομετρικές: μη ορθογώνιες.
  - Ισομετρικές: ακτίνες προβολής παράλληλες με κύρια διαγώνιο χώρου.

$$I_1 = I_2 = I_3$$



Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Χαρακτηρίζεται από γωνίες α και φ.



$$x' = x + L \cdot \cos\varphi$$
$$y' = y + L \cdot \sin\varphi$$

με $L = \overline{P}'\overline{P}_0$

– Αλλά $\tan a = \dfrac{z}{L} \Leftrightarrow L = z \cdot c$ όπου $c = \dfrac{1}{\tan a}$

– Πίνακας πλάγιας παράλληλης προβολής

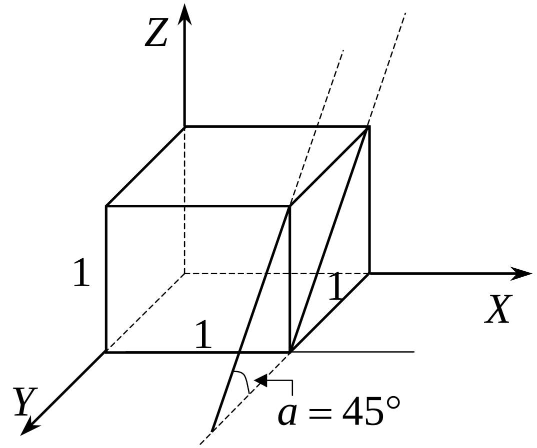
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & c\cos\varphi & 0 \\ 0 & 1 & c\sin\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Ειδικές περιπτώσεις.
  - Cavalier $(a = 45° \Rightarrow c = 1)$

$$P_{Cav} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - Ευθείες κάθετες στο επίπεδο προβολής δεν μεταβάλλουν το μήκος τους.

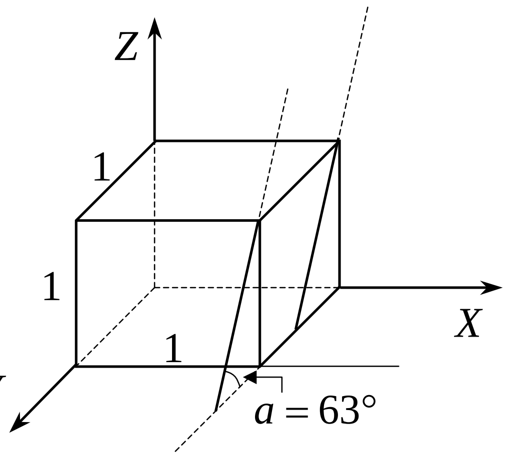


Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Ειδικές περιπτώσεις.
  - Cabinet $(a = 63°,\ \varphi = 30° \Rightarrow c = 1/2)$

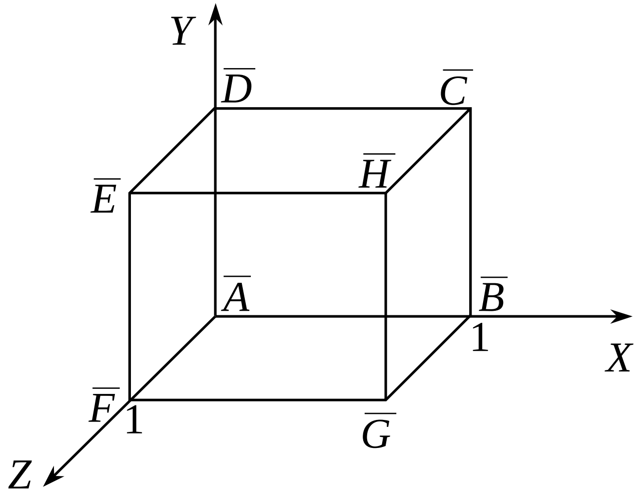
$$P_{Cab} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{4} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - Ευθείες κάθετες στο επίπεδο προβολής μικραίνουν κατά 1/2



Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Εφαρμογή: Cavalier & Cabinet προβολή μοναδιαίου κύβου.

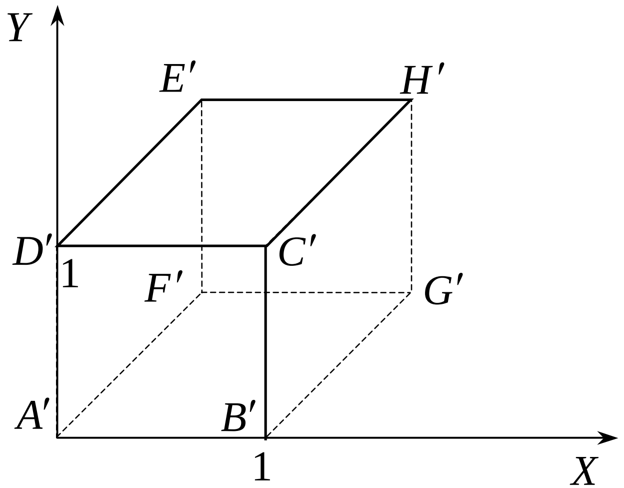


$$V = \left(ABCDEFGH\right) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Εφαρμογή: Cavalier προβολή.

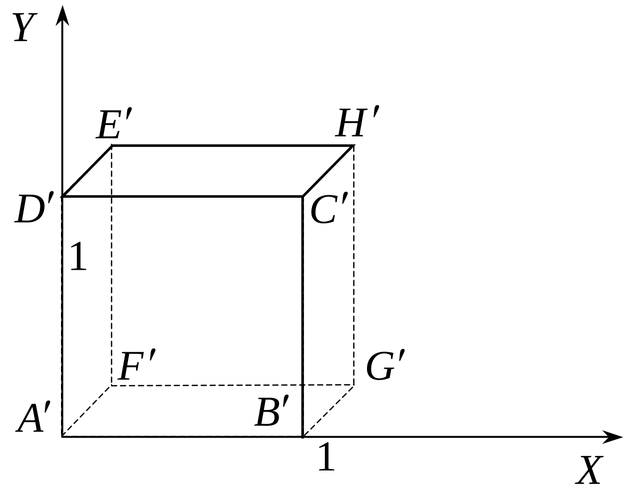
$$V' = P_{Cav} \cdot V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1+\frac{\sqrt{2}}{2} & 1+\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1+\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1+\frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Πλάγια Παράλληλη Προβολή

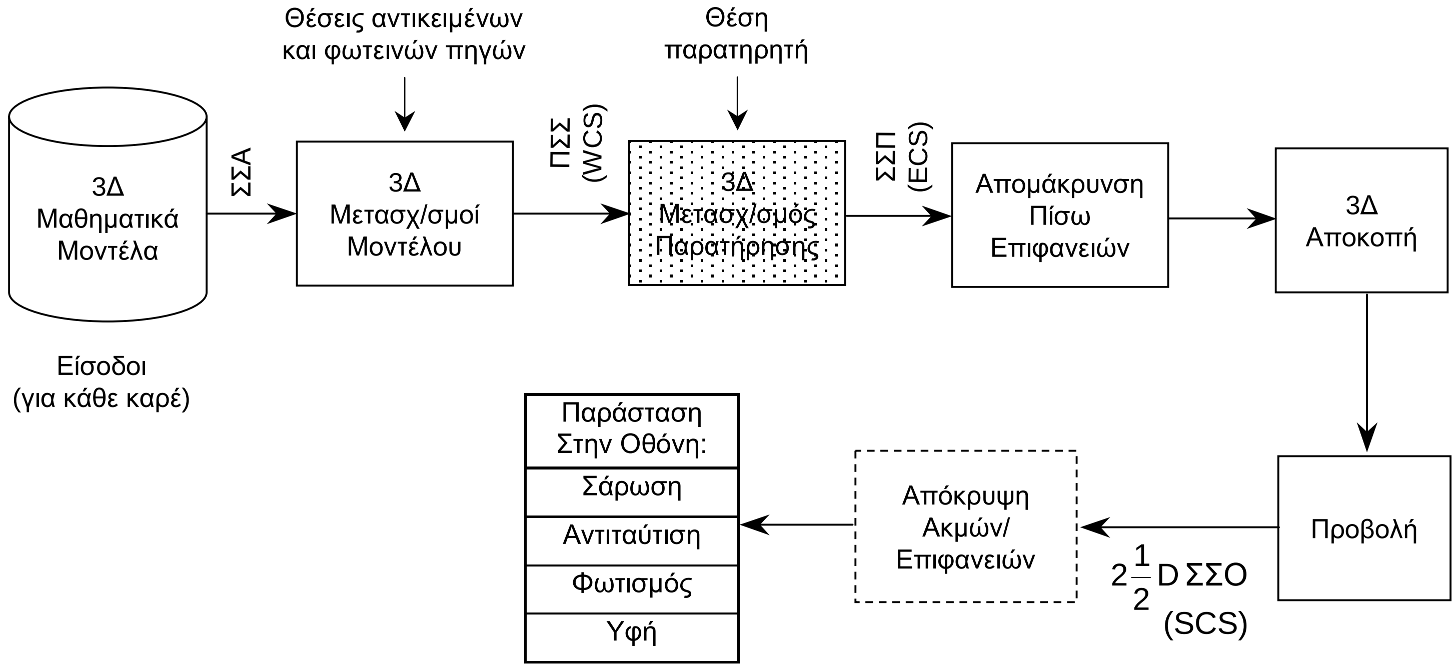
- Εφαρμογή: Cabinet προβολή.

$$V' = P_{Cab} \cdot V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & 1+\frac{\sqrt{3}}{4} & 1+\frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1+\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1+\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Μετασχηματισμός Παρατήρησης

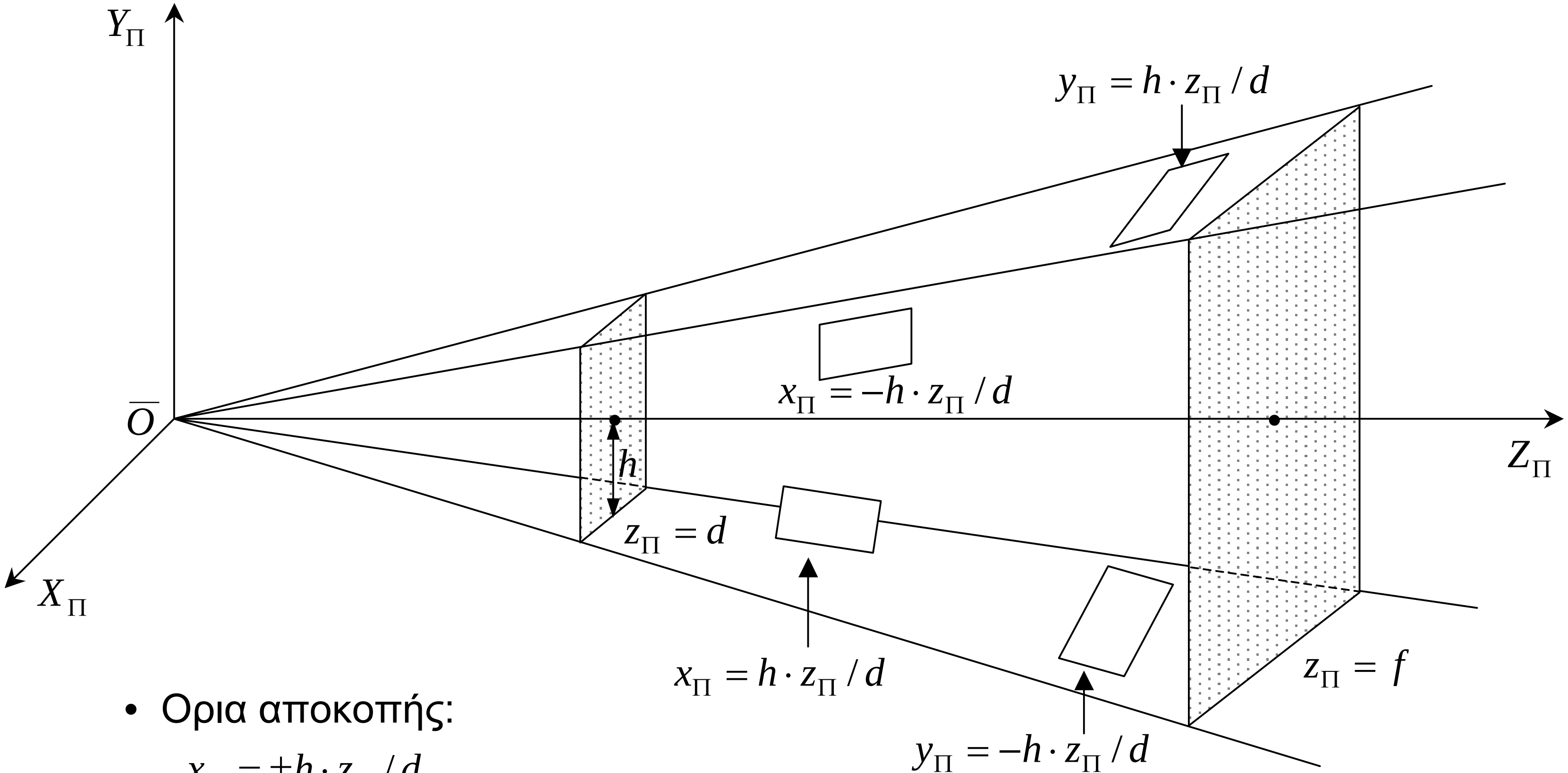
- Παγκόσμιο Σύστημα Συντεταγμένων → Σύστημα Συντεταγμένων Παρατηρητή.
  - Σύνθεση βασικών μετασχηματισμών.
  - Καθορίζει όρια αποκοπής & παραμέτρους προβολής
  - Θα εξετάσουμε ΜΠ Ι και ΜΠ ΙΙ



Μετασχηματισμός Παρατήρησης Ι

- ΜΠ Ι χρησιμοποιεί προοπτική προβολή και καθορίζεται από:
  α. Σημείο παρατήρησης $\overline{O}$
  β. 2 ανύσματα για Y_{Π} και Z_{Π} (αριστερόστροφο).
- ΠΣΣ$\rightarrow$ΣΣΠ βήματα:
  1. Μεταφορά $\overline{O}$ στην αρχή ΠΣΣ.
  2. Στροφές γύρω από X, Y και Z του ΠΣΣ ώστε να ταυτισθούν με αντίστοιχους ΣΣΠ.
  3. Αποκοπή.
  4. Προοπτική Προβολή.
- Χρησιμοποιούνται 3 ακόμα παράμετροι για καθορισμό ορίων αποκοπής:
  γ. Μέγεθος παραθύρου προβολής $2h$.
  δ. Απόσταση d έμπροσθεν επιπέδου αποκοπής από $\overline{O}$ (κάθετο στον Z_{Π}).
  ε. Απόσταση f όπισθεν επιπέδου αποκοπής από $\overline{O}$ (κάθετο στον Z_{Π}).

Μετασχηματισμός Παρατήρησης Ι



- Ορια αποκοπής:

$$x_\Pi = \pm h \cdot z_\Pi / d$$
$$y_\Pi = \pm h \cdot z_\Pi / d$$
$$z_\Pi = d$$
$$z_\Pi = f$$

Μετασχηματισμός Παρατήρησης Ι

- Χαρακτηριστικά ΜΠ Ι:
  - Επίπεδο προβολής ταυτόσημο με έμπροσθεν επίπεδο αποκοπής $z_{\Pi}=d$.
  - Κέντρο προβολής ταυτόσημο με σημείο παρατήρησης.
  - Προοπτική προβολή.
  - Τετράγωνο παράθυρο, συμμετρικό ως προς Z_{Π}.

- Πληροφορία z διατηρείται κατά την προβολή για 2 λόγους:
  - 3Δ αποκοπή ευκολότερη σαν ενδιάμεσο στάδιο της προβολής.
  - Απόκρυψη απαιτεί z πληροφορία.

Προβολή στον ΜΠ Ι

$$x_O = \frac{d \cdot x_\Pi}{h \cdot z_\Pi} \qquad -1 \le x_O \le 1$$

$$y_O = \frac{d \cdot y_\Pi}{h \cdot z_\Pi} \qquad -1 \le y_O \le 1$$

- Μετασχηματισμός Ζ πρέπει να πληρεί:
  - Ευθείες ΣΣΠ $\rightarrow$ ευθείες ΣΣΟ.
  - Επίπεδα ΣΣΠ $\rightarrow$ επίπεδα ΣΣΟ.
  - Κανονικοποιημένες τιμές z_O .
- $z_O = A + B/z_\Pi$ είναι ΟΚ, με περιορισμούς:
  1. $B<0$, ώστε αύξηση $z_\Pi \Rightarrow$ αύξηση z_O.
  2. $z_\Pi \in [d, f] \Rightarrow z_O \in [0, 1]$
- 2 εξισώσεις με 2 αγνώστους:

  $0 = A + B/d \qquad\qquad 1 = A + B/f$
- Επίλυση με περιορισμό 1. δίνει:

  $A = f/(f-d) \qquad\qquad B = -fd/(f-d)$
- Τελικά:

$$z_O = \frac{f(1 - d/z_\Pi)}{f - d} \qquad 0 \le z_\Pi \le 1$$

Προβολή στον ΜΠ Ι

- Παραπάνω μετασχηματισμός μπορεί να χωρισθεί σε:
  - Γραμμικό μέρος (πίνακας).

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = P_{\text{ΜΠΙ}} \cdot \begin{bmatrix} x_{\Pi} \\ y_{\Pi} \\ z_{\Pi} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Με $P_{\text{ΜΠΙ}} = \begin{bmatrix} \frac{d}{h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f}{f-d} & -\frac{fd}{f-d} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

  - Διαίρεση με ομογενή συντεταγμένη (= z_{Π})

$$\begin{bmatrix} x_O \\ y_O \\ z_O \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} / w'$$

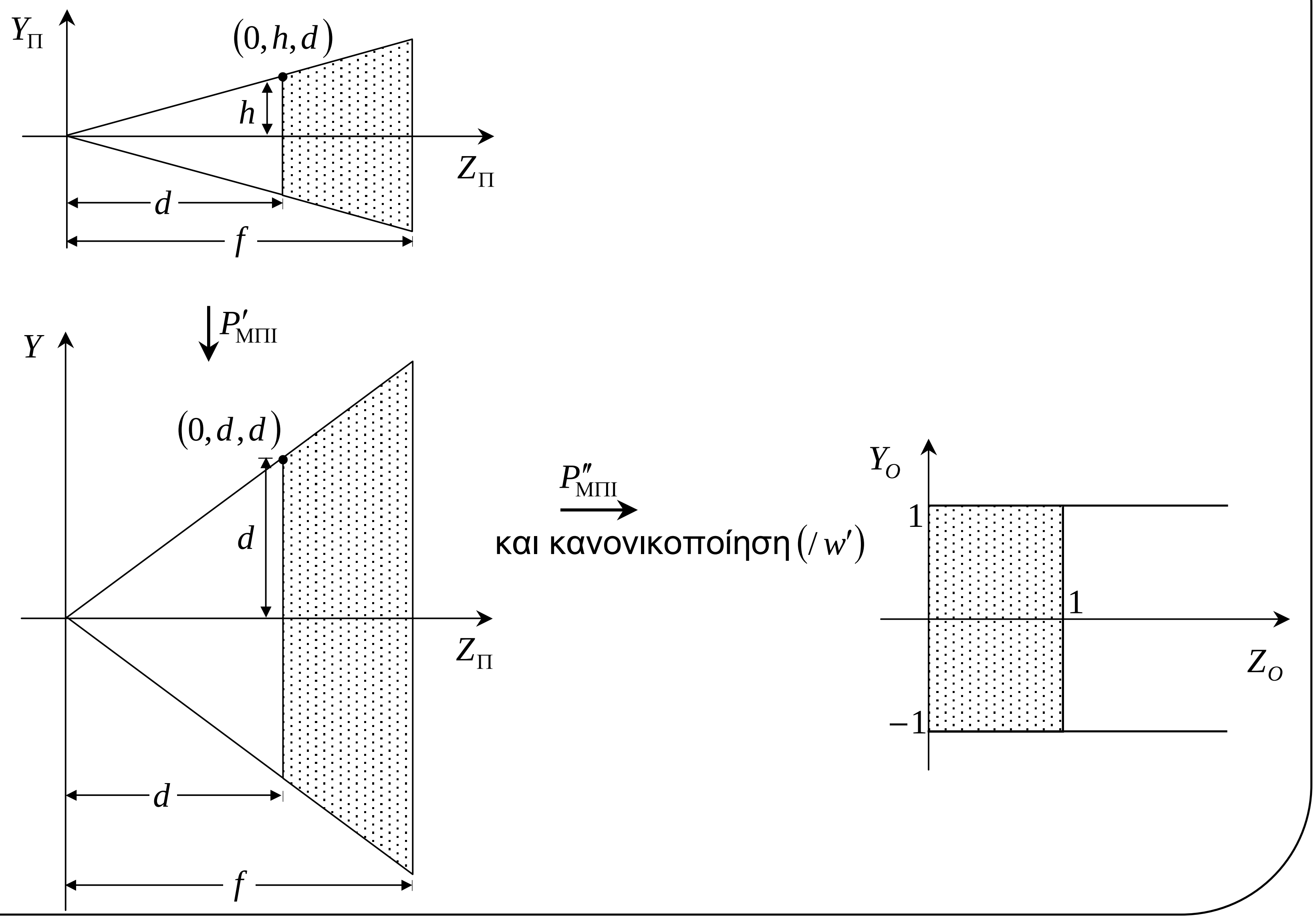
Προβολή στον ΜΠ Ι

- $P_{\text{ΜΠΙ}}$ πιο κατανοητός αν γραφεί:

$$P_{\text{ΜΠΙ}} = P''_{\text{ΜΠΙ}} \cdot P'_{\text{ΜΠΙ}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{f}{f-d} & -\dfrac{fd}{f-d} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dfrac{d}{h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{d}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- $P'_{\text{ΜΠΙ}}$ είναι αλλαγή κλίμακας κατά d/h :
  - Πυραμίδα αποκοπής γίνεται κανονική πυραμίδα.
  - π.χ. $[0,h,d,1] \rightarrow [0,d,d,1]$
- $P''_{\text{ΜΠΙ}}$ μετατρέπει κανονική πυραμίδα σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο:
  - Εμπροσθεν επίπεδο αποκοπής $z_{\Pi}=d$ γίνεται XY .
  - Οπισθεν επίπεδο αποκοπής $z_{\Pi}=f$ γίνεται $z=1$.
  - π.χ. $[0,d,d,1] \rightarrow [0,d,0,d]$ δηλ. $[0,1,0,1]$

Προβολή στον ΜΠ Ι



Αποκοπή στο ΜΠ Ι

- Τιμή w' ορίζει και τα όρια αποκοπής:

$$-w' \le x' \le w'$$
$$-w' \le y' \le w'$$
$$0 \le z' \le w'$$

- Αποκοπή γίνεται μετά την εφαρμογή $P_{M\Pi I}$ αλλά πριν τη διαίρεση με το w'

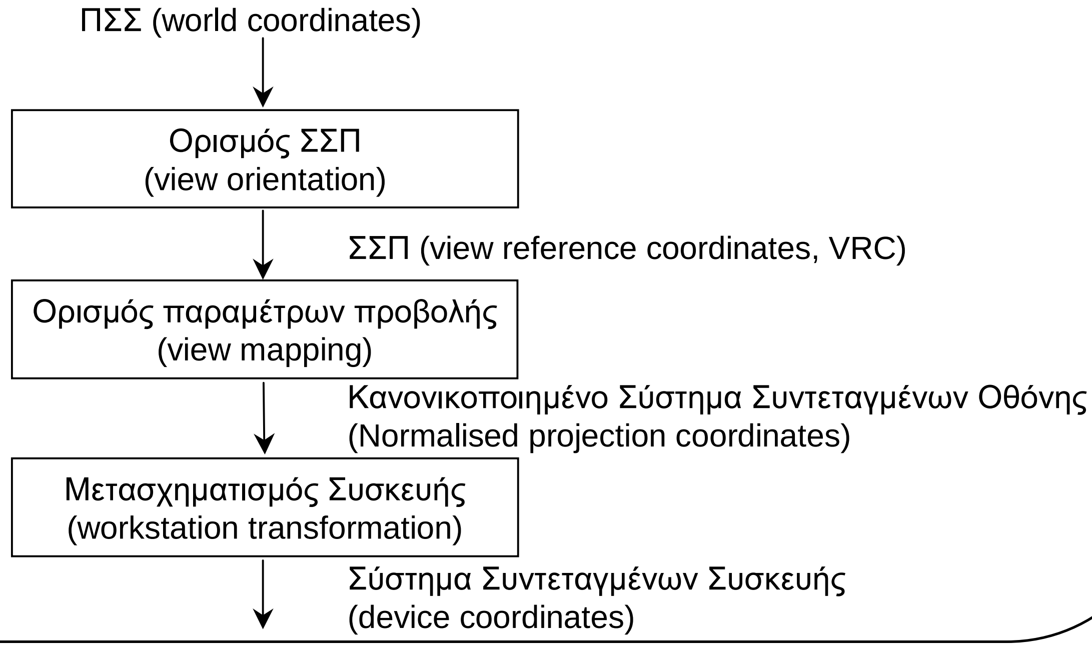
Μετασχηματισμός Παρατήρησης ΙΙ

- Από PHIGS, GKS-3Δ. Γενικός αλλά δύσχρηστος (πολλές παράμετροι).
- Χαρατηριστικά:

α. Κέντρο ΣΣΠ $\overline{VRP}$ (view reference point) ≠ κέντρο προβολής $\overline{PRP}$ (projection reference point). Επιτρέπονται πολλαπλές και διαφορετικές προβολές (προοπτική ή παράλληλη, ορθογώνια ή πλάγια).

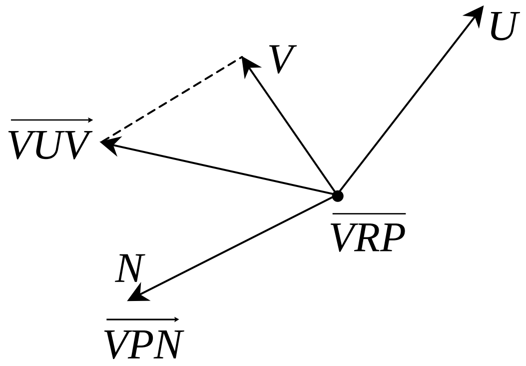
β. Επίπεδο προβολής και έμπροσθεν επίπεδο αποκοπής μπορεί να διαφέρουν.

γ. Παράθυρο προβολής δεν είναι απαραίτητα τετράγωνο και μπορεί να βρίσκεται οπουδήποτε πάνω στο επίπεδο προβολής.



Μετασχηματισμός Παρατήρησης ΙΙ

- Ορισμός ΣΣΠ (view orienation) με 3 παραμέτρους (δεξιόστροφο):
  α. Κέντρο ΣΣΠ $\overline{VRP}$
  β. Κάθετο άνυσμα στο επίπεδο προβολής $\overrightarrow{VPN}$
  γ. "Ανω" άνυσμα $\overrightarrow{VUV}$ (προβολή $\overrightarrow{VUV}$ στο κάθετο επίπεδο στο $\overrightarrow{VPN}$ που περνά από $\overline{VRP}$ ορίζει $Y(V)$).



$$\vec{U} = \overrightarrow{VUV} \times \overrightarrow{VPN}$$

$$\vec{V} = \overrightarrow{VPN} \times \vec{U}$$

- Μετατροπή ΠΣΣ$\rightarrow$ΣΣΠ όπως και στο ΜΠ Ι

Μετασχηματισμός Παρατήρησης ΙΙ

- Ορισμός Παραμέτρων Προβολής (view mapping) με 6 παραμέτρους:

  α. Κέντρο προβολής $\overline{PRP}$

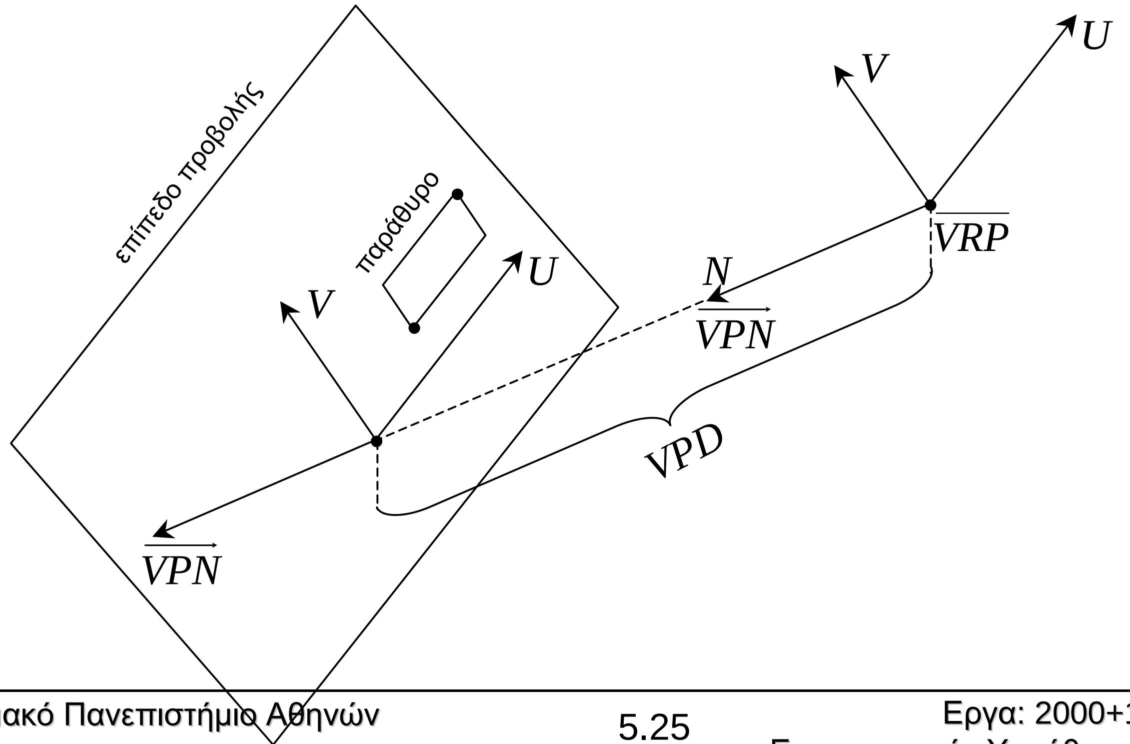
  β. Είδος προβολής: προοπτική ή παράλληλη.

  γ. Απόσταση VPD επιπέδου προβολής από $\overline{VRP}$ (το επίπεδο προβολής είναι παράλληλο με επίπεδο UV).

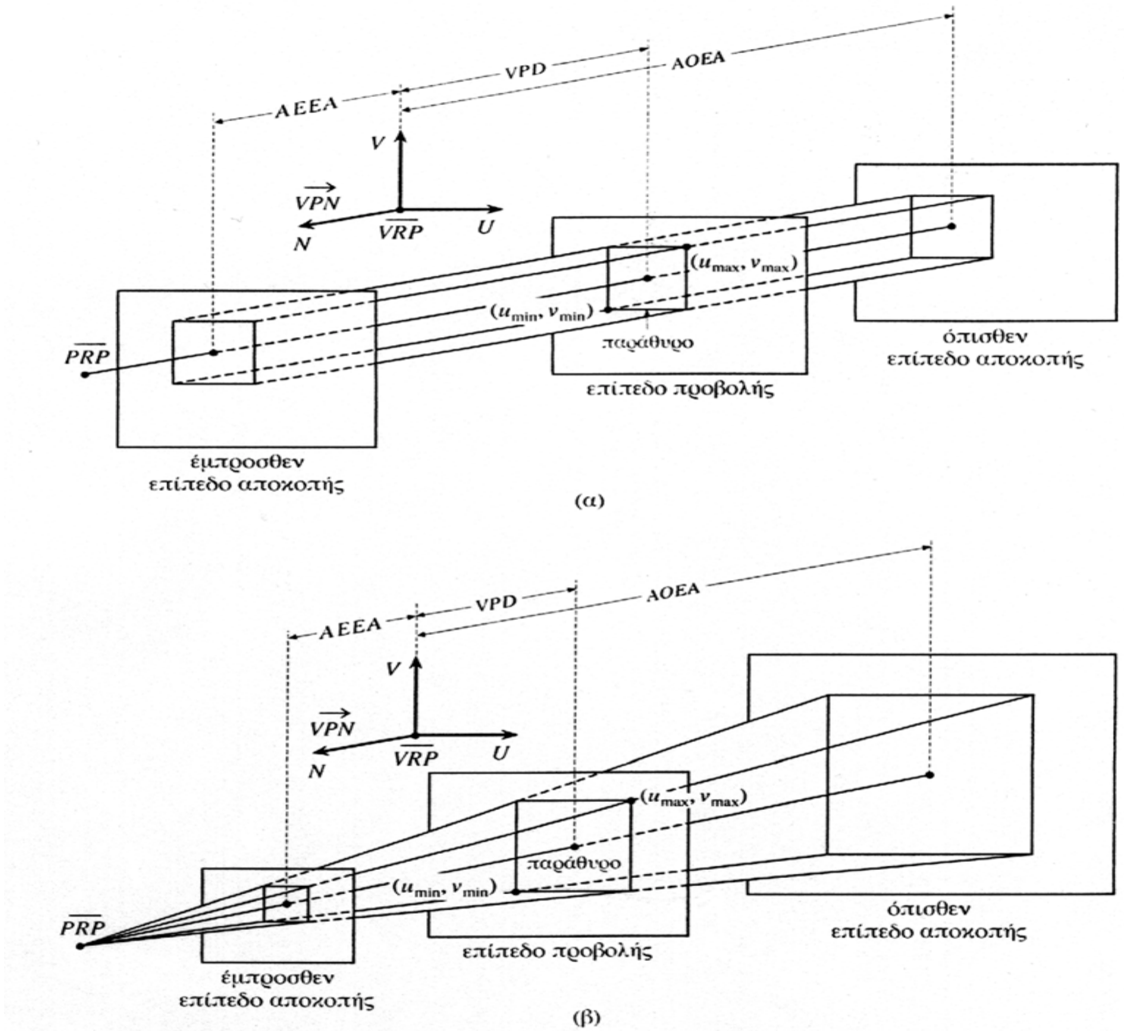
  δ. Απόσταση έμπροσθεν και όπισθεν επιπέδων αποκοπής ΑΕΕΑ και ΑΟΕΑ (επίσης παράλληλα με UV).

  ε. Ορια παραθύρου στο επίπεδο προβολής $(u_{\min}, v_{\min}),\ (u_{\max}, v_{\max})$

  ζ. Ορια viewport στο κανονικοποιημένο σύστημα συντεταγμένων (0…1) .



Ορισμός Παραμέτρων Προβολής στο ΜΠ ΙΙ



- Αν $\overline{PRP}$ δεν είναι πάνω στην ευθεία που περνάει από το κέντρο του παραθύρου και είναι παράλληλη του $\overrightarrow{VPN}$ τότε έχουμε πλάγια προβολή.

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Ταύτιση δεδομένων με ΜΠ Ι και χρήση αντίστοιχου μετασχηματισμού ΜΠ Ι:
  - Ταύτιση $\overline{PRP}$ με $\overline{VRP}$:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -PRP_u \\ 0 & 1 & 0 & -PRP_v \\ 0 & 0 & 1 & -PRP_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

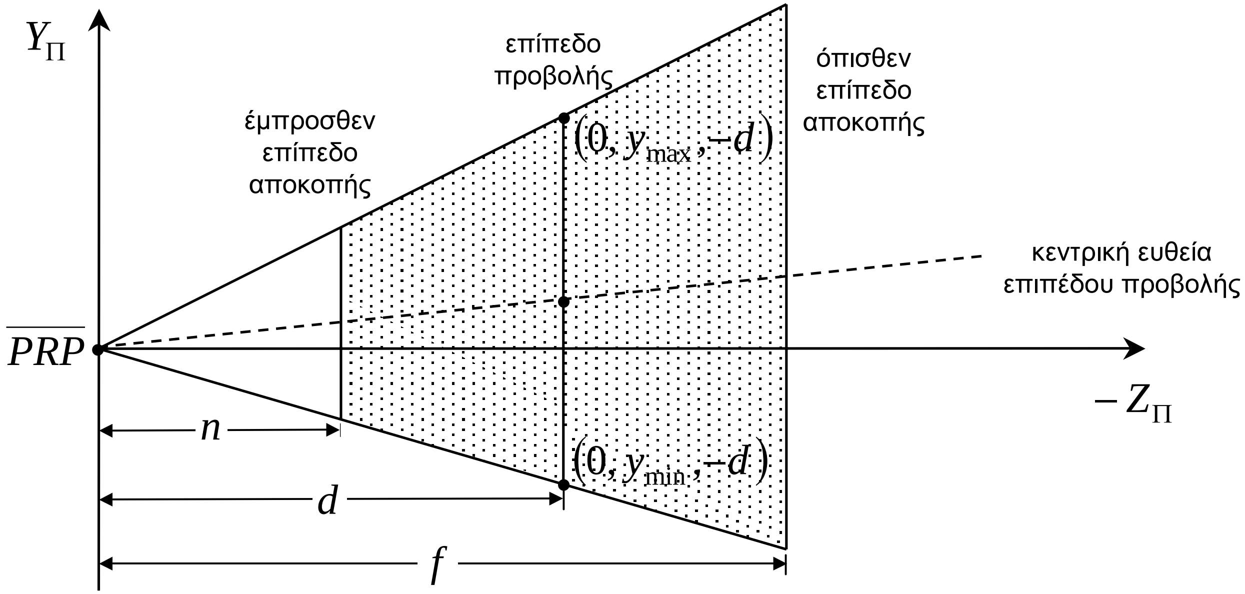
  - T εφαρμόζεται στα αντικείμενα της σκηνής και στα σημεία ορισμού παραθύρου:

$$[x_{\min}, y_{\min}, z, 1]^T = T \cdot [u_{\min}, v_{\min}, n, 1]^T$$
$$[x_{\max}, y_{\max}, z, 1]^T = T \cdot [u_{\max}, v_{\max}, n, 1]^T$$

  - Μετατροπή $VPD, AEEA, AOEA$. Αν $VPD', AEEA', AOEA'$ προσημασμένα μεγέθη:

$$d = |VPD' - PRP_n|$$
$$n = |AEEA' - PRP_n|$$
$$f = |AOEA' - PRP_n|$$

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

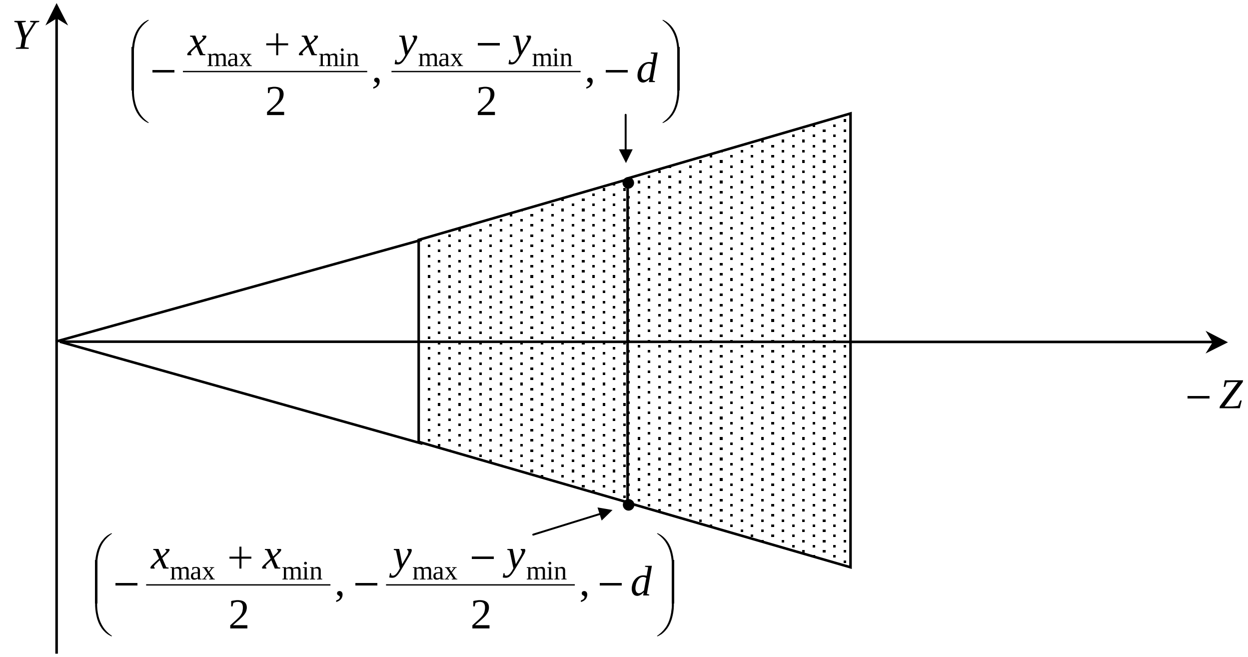


- Διαφορές από ΜΠ Ι:
  - Δ1. Πυραμίδα δεν είναι συμμετρική ως προς Z_Π.
  - Δ2. Επίπεδο προβολής δεν ταυτίζεται με έμπροσθεν επίπεδο αποκοπής.
  - Δ3. Z_Π έχει αντίθετη φορά.
- Η Δ3 δεν επηρεάζει τους μετασχηματισμούς.

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Η Δ1 αντιμετωπίζεται με μια αρχική στρέβλωση των x και y.

$$P^{O}_{M\Pi\ II} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{x_{\max}+x_{\min}}{2d} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{y_{\max}+y_{\min}}{2d} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Προοπτική Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Μετατροπή σε κανονική πυραμίδα (45^o πλευρές). Αντίστοιχο $P'_{\mathrm{M\Pi\ I}}$

$$P'_{M\Pi\ II} = \begin{bmatrix} \frac{2d}{x_{\max} - x_{\min}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2d}{y_{\max} - y_{\min}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Π.χ. Μετατροπή κέντρου αρχικού παραθύρου

$$P'_{M\Pi\ II} \cdot P^{\mathrm{O}}_{M\Pi\ II} \cdot \begin{bmatrix} \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2} \\ \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \\ -d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Μετατροπή σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Αντίστοιχο $P''_{M\Pi\ I}$ ($d \to n$ λόγω της Δ2):

$$P''_{M\Pi\ II} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f}{f-n} & -\frac{fn}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Συνοψίζοντας για προοπτική προβολή στο ΜΠ ΙΙ:
  - Μετασχηματισμός Τ για κέντρο $\overline{PRP}$
  - $P_{M\Pi\ II} = P''_{M\Pi\ II} \cdot P'_{M\Pi\ II} \cdot P^{O}_{M\Pi\ II}$
  - (Αποκοπή).
  - Διαίρεση με w.

Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

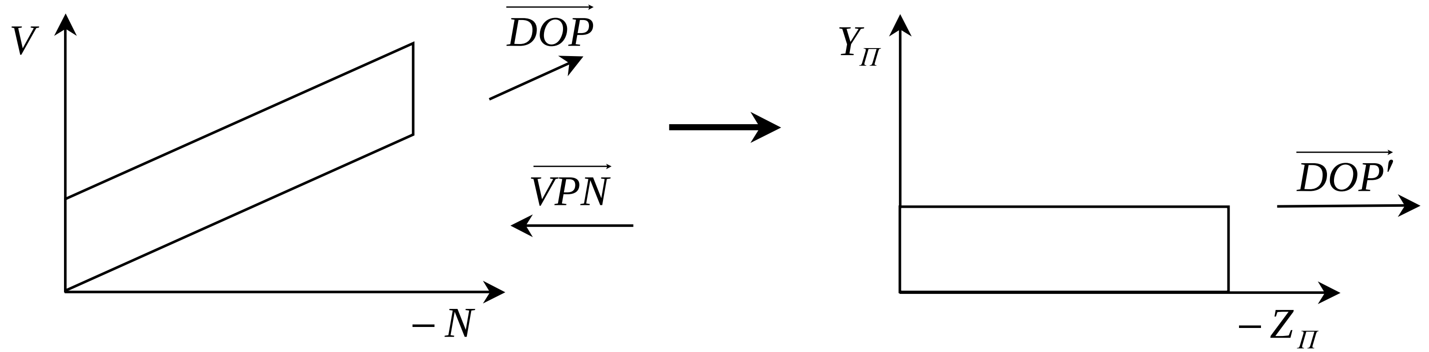
- Υλοποιείται με μετατροπή όγκου αποκοπής στο μοναδιαίο κύβο.
- Διεύθυνση προβολής δίνεται από κέντρο παραθύρου $(\overline{CW})$ και $\overline{PRP}$:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DOP} &= \overline{CW} - \overline{PRP} \\ &= \left[\frac{u_{\max}+u_{\min}}{2}, \frac{v_{\max}+v_{\min}}{2}, n, 1\right]^T - \left[PRP_u, PRP_v, PRP_n, 1\right]^T \\ &= \left[\frac{u_{\max}+u_{\min}}{2} - PRP_u, \frac{v_{\max}+v_{\min}}{2} - PRP_v, n - PRP_n, 0\right]^T \\ &= \left[DOP_u, DOP_v, DOP_n, 0\right]^T\end{aligned}$$

- Αν $DOP_u \neq 0$ ή $DOP_v \neq 0$ τότε η προβολή είναι πλάγια.

Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Μετατροπή $\overrightarrow{DOP}$ ώστε να ταυτισθεί με $\overrightarrow{VPN}$



- Απαιτείται στρέβλωση u και v κατά μήκος N με πίνακα $L'_{M\Pi\, II}$

$$\overrightarrow{DOP'} = [0,0,DOP_n,0]^T = L'_{M\Pi\, II} \cdot [DOP_u, DOP_v, DOP_n, 0]^T$$

άρα

$$DOP_u + a \cdot DOP_n = 0 \Rightarrow a = -DOP_u / DOP_n$$

$$DOP_v + \beta \cdot DOP_n = 0 \Rightarrow \beta = -DOP_v / DOP_n$$

Ο πίνακας της στρέβλωσης είναι:

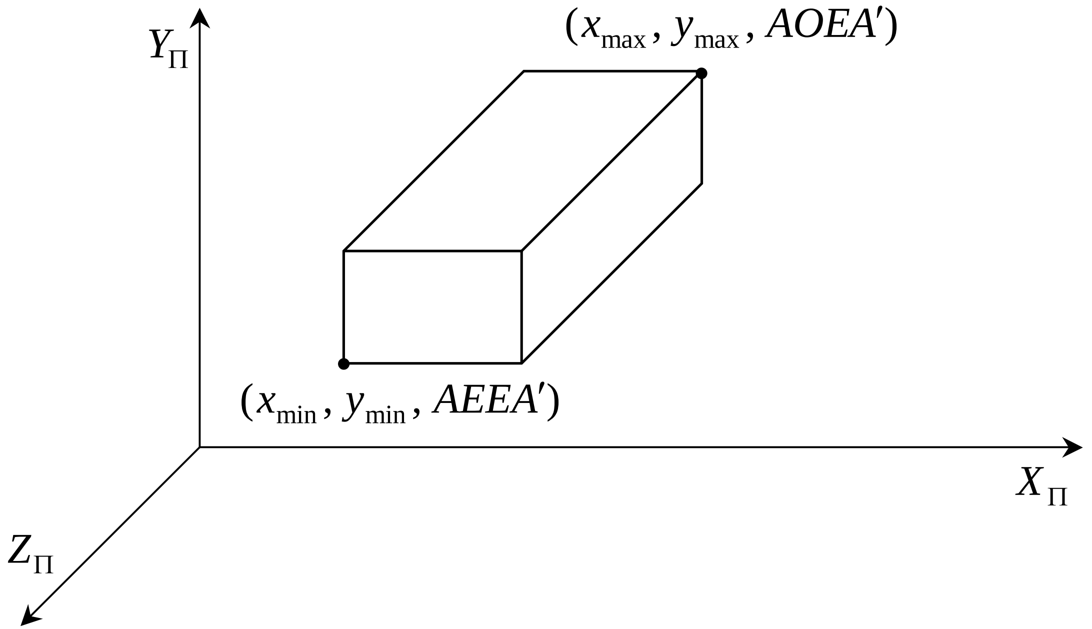
$$L'_{M\Pi\, II} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -DOP_u / DOP_n & 0 \\ 0 & 1 & -DOP_v / DOP_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Ο $L'_{M\Pi\, II}$ εφαρμόζεται στα αντικείμενα και στις κορυφές του παραθύρου:

$$[x_{\min}, y_{\min}, z, 1]^T = L'_{M\Pi\, II} \cdot [u_{\min}, v_{\min}, n, 1]^T$$
$$[x_{\max}, y_{\max}, z, 1]^T = L'_{M\Pi\, II} \cdot [u_{\max}, v_{\max}, n, 1]^T$$

- Νέος χώρος αποκοπής: ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές παράλληλες με επίπεδα XY, YZ και XZ.



Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Μετατροπή ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου στο μοναδιαίο κύβο:
  - Μεταφορά:

$$L''_{M\Pi\ II} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_{\min} \\ 0 & 1 & 0 & -y_{\min} \\ 0 & 0 & 1 & -AEEA' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - Αλλαγή κλίμακας:

$$L'''_{M\Pi\ II} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{x_{\max}-x_{\min}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{y_{\max}-y_{\min}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{AOEA'-AEEA'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

  - Τελικά:

$$L_{M\Pi\ II} = L'''_{M\Pi\ II} \cdot L''_{M\Pi\ II} \cdot L'_{M\Pi\ II}$$

Αποκοπή στον ΜΠ ΙΙ

- Μετά από κανονικοποίηση ($P''_{M\Pi\ II}$ ή $L'''_{M\Pi\ II}$).
- Όρια αποκοπής:
  - Για την προοπτική προβολή (πριν από διαίρεση με w):

$$-w \le x \le w$$
$$-w \le y \le w$$
$$0 \le z \le w$$

  - Για την παράλληλη προβολή:

$$0 \le x \le 1$$
$$0 \le y \le 1$$
$$0 \le z \le 1$$

- Π.χ. για Cohen-Sutherland χρησιμοποιούμε 6-bit κωδικούς:

	Σημασία για σημείο (x, y, z) με προβολή:	
	Προοπτική	Παράλληλη
Bit 0 = 1	z < 0	z < 0
Bit 1 = 1	z > w	z > 1
Bit 2 = 1	x < -w	x < 0
Bit 3 = 1	x > w	x > 1
Bit 4 = 1	y < -w	y < 0
Bit 5 = 1	y > w	y > 1

Αποκοπή στον ΜΠ ΙΙ

- Εύρεση τομής ευθύγραμμου τμήματος s με επίπεδο αποκοπής:
  - Παραμετρική εξίσωση s από $\overline{a} = [a_x, a_y, a_z, 1]$ σε $\overline{b} = [b_x, b_y, b_z, 1]$

$$\overline{a} + \mu \cdot \left(\overline{b} - \overline{a}\right) \qquad 0 \le \mu \le 1$$

  - Π.χ. για y-συντεταγμένη τομής με επίπεδο y=1 (παράλληλη προβολή):

$$a_y + \mu \cdot \left(b_y - a_y\right) = 1 \Rightarrow \mu = \frac{1 - a_y}{b_y - a_y}$$

  - Π.χ. για y-συντεταγμένη τομής με επίπεδο $y=w=z$ (προοπτική προβολή):

$$a_y + \mu \cdot \left(b_y - a_y\right) = a_z + \mu \cdot \left(b_z - a_z\right)$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{a_z - a_y}{\left(b_y - a_y\right) - \left(b_z - a_z\right)}$$

Μετασχηματισμός Viewport στον ΜΠ ΙΙ

- Μετασχηματισμός κανονικοποιημένων συντεταγμένων σε viewport $\left[x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}\right]$, $\left[x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}\right]$ εντός του μοναδιαίου κύβου.
- Απαιτείται αλλαγή κλίμακας και μεταφορά $T \cdot S$
- Παράλληλη προβολή: όρια κανονικοποιημένων συντεταγμένων $0 \leq x, y, z \leq 1$

$$S = \begin{bmatrix} x_{\max} - x_{\min} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{\max} - y_{\min} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{\max} - z_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{\min} \\ 0 & 1 & 0 & y_{\min} \\ 0 & 0 & 1 & z_{\min} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Μετασχηματισμός Viewport στον ΜΠ ΙΙ

- Προοπτική προβολή: όρια κανονικοποιημένων συντεταγμένων $-1 \le x, y \le 1$, $0 \le z \le 1$

$$S' = \begin{bmatrix} \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{\max} - z_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \\ 0 & 0 & 1 & z_{\min} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- z συντεταγμένη φυλάσσεται για απόκρυψη.