

## ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ

**Αθανάσιος Σκούρας**  
Σύμβουλος του Π.Ι.

**Γεώργιος Πολύζος**  
Μόνιμος Πάρεδρος του Π.Ι.

### ΩΡΑΡΙΑ

#### Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Μαθηματικά	4 ώρες
------------	--------

**Παρατήρηση:** Προβλέπονται 2 ώρες ανά τμήμα για βοήθεια των μαθητών και για την προσωπική τους εργασία.

#### Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

	<b>Ωράριο για διδασκαλία όλων μαζί των μαθητών</b>	<b>Εν δυνάμει ωράριο γι' ανακαλυπτικό εκπαιδευτικό πρόγραμμα (*)</b>
Μαθηματικά	3,5 ώρες	4,5 ώρες

(\*) Ανακαλυπτικό εκπαιδευτικό πρόγραμμα για δύο μαθήματα: 2 ώρες που εντάσσονται στο διατιθέμενο χρόνο της τάξης, στις οποίες αντιστοιχούν 2 ώρες του διδάσκοντος ανά τμήμα.

#### Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

	<b>Ωράριο για διδασκαλία όλων μαζί των μαθητών</b>	<b>Εν δυνάμει ωράριο γι' ανακαλυπτικό εκπαιδευτικό πρόγραμμα (*)</b>
Μαθηματικά	3,5 ώρες	4,5 ώρες

(\*) Ανακαλυπτικό εκπαιδευτικό πρόγραμμα για δύο μαθήματα: 2 ώρες που εντάσσονται στο διατιθέμενο χρόνο της τάξης, στις οποίες αντιστοιχούν 2 ώρες του διδάσκοντος ανά τμήμα.

#### Δ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Μαθηματικά	4 ώρες
------------	--------

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ – ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2008

### Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΓΑΛΛΙΑ) → ΣΤ΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ (ΕΛΛΑΔΑ)

**Παρατήρηση:** τα σημεία του προγράμματος (γνώσεις, ικανότητες και παραδείγματα) που δεν απαιτούνται από το υπόβαθρο είναι γραμμένα με πλάγια γράμματα. Αν η φράση με πλάγια γράμματα έχει μπροστά έναν αστερίσκο, το θέμα στο οποίο αναφέρεται θα απαιτηθεί για το υπόβαθρο σε επόμενη σχολική χρονιά. Το ότι η απαίτηση για το υπόβαθρο έχει μεταταθεί χρονικά, δεν σημαίνει ότι η ικανότητα δεν πρέπει να καλλιεργηθεί - το αντίθετο μάλιστα -, αλλά οι μαθητές θα μπορούν να έχουν περισσότερο χρόνο στη διάθεσή τους για να την αποκτήσουν. Όπου γίνεται αναφορά σε [Θέματα σύγκλισης], υπονοείται η διασύνδεση με άλλα γνωστικά αντικείμενα.

#### 1. Οργάνωση και Διαχείριση Δεδομένων – Συναρτήσεις

Η επίλυση προβλημάτων αναλογιών έχει ήδη δουλευτεί στο Δημοτικό Σχολείο. Συνεχίζεται στην 6<sup>η</sup> Τάξη, με νέα εργαλεία. Οι αναλογίες είναι αντικείμενο συνεχούς και διαδοχικής εκμάθησης κατά τα τέσσερα έτη του Γυμνασίου και επιτρέπει την κατανόηση και την επεξεργασία πολλών εννοιών του προγράμματος σπουδών.

Στο Δημοτικό σχολείο, οι μαθητές βρέθηκαν στην κατάσταση να παίρνουν τις πληροφορίες από πίνακες, διαγράμματα ή γραφήματα. Αυτή η δουλειά συνεχίζεται στο Γυμνάσιο, ιδιαίτερα με το στόχο να κάνουν τους μαθητές ικανούς να δώσουν μία κριτική ερμηνεία της πληροφορίας που παρέχεται από αυτούς τους τύπους παρουσίασης των δεδομένων, πολύ διαφορετικής φύσης, σε σύνδεση με άλλα μαθήματα (Γεωγραφία, Επιστήμες της Ζωής και της Γης, Τεχνολογία ...).

Στόχοι
<i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i> <ul style="list-style-type: none"><li>- να καταστούν σαφείς οι βασικοί συλλογισμοί που επιτρέπουν την αναγνώριση και τη διαχείριση των καταστάσεων όπου εμφανίζονται οι αναλογίες,</li><li>- να μνηθούν οι μαθητές στην παρουσίαση, στη χρήση και στην ερμηνεία των δεδομένων σε διαφορετικές μορφές (πίνακες, γραφικές παραστάσεις...).</li></ul>



#### Γνώσεις

##### 1.1. Αναλογίες

- Ιδιότητα της γραμμικότητας
- Πίνακας αναλογιών
- Ποσοστά

##### 1.2. Οργάνωση και αναπαράσταση

- Συνήθειες αναπαραστάσεις: πίνακες
- Προσανατολισμός επάνω σ' έναν άξονα
- Συνήθειες αναπαραστάσεις: - ραβδοδιαγράμματα
  - κυκλικά ή ημικυκλικά διαγράμματα
  - γραφικές παραστάσεις σε καρτεσιανό επίπεδο

## 2. Αριθμοί και Πράξεις

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- να εδραιωθεί το νόημα των πράξεων, ν' αναπτυχθεί οι πράξεις από μνήμης, οι πράξεις στο χέρι και η χρήση των μικροϋπολογιστών σε λογικά πλαίσια, να τονωθεί και να επεκταθεί η γνώση των δεκαδικών αριθμών,</li><li>- να δοθεί μία νέα σημασία στην κλασματική γραφή ως πηλίκο δύο ακεραίων,</li><li>- να γίνει γνωστό το πώς επιλέγουμε την κατάλληλη γραφή ενός αριθμού ανάλογα με την κατάσταση,</li><li>- να γίνεται αντιληπτή η τάξη μεγέθους ενός αριθμού.</li></ul>

### Γνώσεις

#### 2.1. Ακέραιοι και Δεκαδικοί Αριθμοί

- Συμβολισμοί
- Διάταξη
- Δεκαδική τιμή κατά προσέγγιση

#### 2.2. Πράξεις

- Πρόσθεση, Αφαίρεση, Πολλαπλασιασμός και Διαίρεση
- Πολλαπλάσια και Διαιρέτες
- Έννοια των πράξεων
- Στοιχειώδεις τεχνικές υπολογισμού
- Τάξη μεγέθους

#### 2.3. Αριθμοί σε κλασματική μορφή

- Κλασματική γραφή
- *Ακριβές πηλίκο*
- *Ένα πηλίκο δεν αλλάζει όταν πολλαπλασιάζουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή του με τον ίδιο αριθμό.*

## 3. Γεωμετρία

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- να συμπληρωθεί η γνώση των ιδιοτήτων των συνήθων επιπέδων και στερεών σχημάτων</li><li>- να κατακτηθούν οι τεχνικές κατασκευών (χρήση των κατάλληλων εργαλείων και λογισμικών, κινητοποίηση των γνώσεων στους υπολανθάνοντες συλλογισμούς),</li><li>- ν' αναγνωρίζονται τα συνήθη επίπεδα σχήματα μέσα σ' ένα πολύπλοκο σχήμα,</li><li>- ν' αρθρώνονται χωρίς φορμαλισμό απλοί συλλογισμοί με χρήση των ιδιοτήτων των συνήθων σχημάτων ή της συμμετρίας ως προς άξονα,</li><li>- να γίνεται η μετάβαση από ένα αντικείμενο του χώρου στις αναπαραστάσεις του.</li></ul>

## Γνώσεις

### 3.1. Επίπεδα σχήματα

- Έννοιες της παραλληλίας και της καθετότητας
- Κύκλος
- Ιδιότητες των συνήθων τετραπλεύρων
- Ιδιότητες και κατασκευή των συνήθων τριγώνων
- Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος
- Διχοτόμος γωνίας
- Γεωμετρικές κατασκευές

### 3.2. Συμμετρία ως προς άξονα

### 3.3. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο

## 4. Μεγέθη και μέτρα

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- να συμπληρωθούν οι γνώσεις σχετικά με τα μήκη, τα εμβαδά, τη μάζα και τη χρονική διάρκεια,</li><li>- να γίνει γνωστό το πώς επιλέγουμε μία κατάλληλη μονάδα και το πώς κάνουμε αλλαγή μονάδων,</li><li>- να εδραιωθεί η έννοια της γωνίας, να βεβαιωθεί η γνώση του χειρισμού των εννοιών του εμβαδού και της περιμέτρου,</li><li>- να τεθεί η έννοια του όγκου και ν' αρχίσει η μελέτη του συστήματος μονάδων μέτρησης όγκων.</li></ul>

## Γνώσεις

### 4.1. Μήκος, μάζα, χρονική διάρκεια

### 4.2. Γωνίες

### 4.3. Εμβαδά: μέτρηση, σύγκριση και υπολογισμός εμβαδών

### 4.4. Όγκοι

## Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΓΑΛΛΙΑ) → Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΕΛΛΑΔΑ)

**Παρατήρηση:** τα σημεία του προγράμματος (γνώσεις, ικανότητες και παραδείγματα) που δεν απαιτούνται από το υπόβαθρο είναι γραμμένα με πλάγια γράμματα. Αν η φράση με πλάγια γράμματα έχει μπροστά έναν αστερίσκο, το θέμα στο οποίο αναφέρεται θα απαιτηθεί για το υπόβαθρο σε επόμενη σχολική χρονιά. Το ότι η απαίτηση για το υπόβαθρο έχει μετατεθεί χρονικά, δεν σημαίνει ότι η ικανότητα δεν πρέπει να καλλιεργηθεί - το αντίθετο μάλιστα -, αλλά οι μαθητές θα μπορούν να έχουν περισσότερο χρόνο στη διάθεσή τους για να την αποκτήσουν.

## 1. Οργάνωση και Διαχείριση Δεδομένων – Συναρτήσεις

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- να στερεωθεί η γνώση του ελέγχου των πρωταρχικών συλλογισμών που επιτρέπουν το χειρισμό των καταστάσεων όπου εμπλέκονται οι αναλογίες,</li><li>- η μύηση των μαθητών στον προσανατολισμό επάνω σε μία βαθμολογημένη ευθεία ή σ' ένα επίπεδο εφοδιασμένο με σύστημα αναφοράς,</li><li>- να κατακτηθούν και να ερμηνευθούν τα πρώτα στατιστικά εργαλεία (οργάνωση και αναπαράσταση δεδομένων, συχνότητες) που χρησιμεύουν σε άλλα μαθήματα και στην καθημερινή ζωή, να υπάρξει εξοικείωση με τις αλγεβρικές παραστάσεις.</li></ul>

### Γνώσεις

#### 1.1 Αναλογίες

- Ιδιότητα της γραμμικότητας
- Πίνακας αναλογιών
- Πέρασμα στη μονάδα ή «κανόνας των τριών»
- Ποσοστά
- Κλίμακα
- [Θέματα σύγκλισης]

#### 1.2 Αλγεβρικές παραστάσεις

[Θέματα σύγκλισης]

#### 1.3 Δραστηριότητες με γραφικά

- Προσανατολισμός σε μία βαθμολογημένη ευθεία
- Προσανατολισμός στο επίπεδο
- [Θέματα σύγκλισης]

#### 1.4 Αναπαράσταση και διαχείριση δεδομένων

- Πληθυσμοί
- Συχνότητες
- Κλάσεις
- Πίνακας δεδομένων, γραφικές αναπαραστάσεις δεδομένων
- [Θέματα σύγκλισης]

## 2. Αριθμοί και πράξεις

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- να εδραιωθεί και ν' αναπτυχθεί η πρακτική των πράξεων από μνήμης, των πράξεων στο χέρι και η χρήση των μικροϋπολογιστών σε λογικά πλαίσια,</li><li>- να βεβαιωθεί η γνώση της χρήσης των αριθμητικών παραστάσεων με θετικούς δεκαδικούς αριθμούς και της πρόβλεψης της τάξης μεγέθους ενός αποτελέσματος,</li><li>- τη μύηση στους αριθμούς με πρόσημο και στις πράξεις με αριθμούς σε κλασματική</li></ul>

- γραφή,
- την εξοικείωση των μαθητών με τους συλλογισμούς που οδηγούν σε αλγεβρικές παραστάσεις,
  - την εκμάθηση της επιλογής και της ερμηνείας της κατάλληλης γραφής ενός αριθμού ή μίας αλγεβρικής παράστασης, ανάλογα με την κατάσταση,
  - την εκμάθηση της εκτέλεσης απλών μετασχηματισμών γραφής,
  - τη μύηση στην έννοια της εξίσωσης.

## Γνώσεις

### **2.1 Θετικοί ακέραιοι και δεκαδικοί αριθμοί: πράξεις, διαιρετότητα επί των ακεραίων**

- \* Σειρά των πράξεων
- Επιμεριστικότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση
- Διαίρεση με έναν δεκαδικό
- Πολλαπλάσια και διαιρέτες, διαιρετότητα

### **2.2 Θετικοί αριθμοί σε κλασματική γραφή: νόημα και πράξεις**

- Έννοια της κλασματικής γραφής
- Πρόσθεση και αφαίρεση
- \* Πολλαπλασιασμός

### **2.3 Θετικοί και αρνητικοί ακέραιοι και δεκαδικοί αριθμοί: νόημα και πράξεις**

- Έννοια του θετικού και του αρνητικού αριθμού
- \* Διάταξη
- \* Πρόσθεση και αφαίρεση θετικών και αρνητικών αριθμών
- [Θέματα σύγκλισης]

### **2.4 Εισαγωγή στην έννοια της εξίσωσης**

## **3. Γεωμετρία**

### **Στόχοι**

Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους τη γνώση και τη χρήση των ιδιοτήτων που διατηρούνται από τη συμμετρία (ως προς άξονα ή ως προς κέντρο), των ιδιοτήτων που σχετίζονται με τα συνήθη σχήματα (τρίγωνα, παραλληλόγραμμο, κύκλοι), τη συντήρηση της πρακτικής των γεωμετρικών κατασκευών (με όργανα και με τη βοήθεια ενός λογισμικού Γεωμετρίας) και των υπολανθανόντων συλλογισμών που αυτές κινητοποιούν, την πραγματοποίηση χωρίς φορμαλισμό απλών γεωμετρικών συλλογισμών, την εξοικείωση των μαθητών με τις αναπαραστάσεις σχημάτων στο χώρο.

## Γνώσεις

### 3.1 Επίπεδα σχήματα

- Παραλληλόγραμμο
- Απλά σχήματα που έχουν κέντρο ή άξονες συμμετρίας
- Γωνίες [Επάνοδος στο Πρόγραμμα της προηγούμενης τάξης]
- Ιδιότητες των συνήθων τριγώνων [Επάνοδος στο Πρόγραμμα της προηγούμενης τάξης]
- Χαρακτηρισμός της παραλληλίας μέσω γωνιών
- Τρίγωνο, άθροισμα γωνιών τριγώνου
- Κατασκευή τριγώνων και τριγωνική ανισότητα
- Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος [Επάνοδος στο Πρόγραμμα της προηγούμενης τάξης]
- Περιγεγραμμένος κύκλος τριγώνου
- Διάμεσοι και ύψη τριγώνου

### 3.2 Συμμετρίες

- Συμμετρία ως προς άξονα [Επάνοδος στο Πρόγραμμα της προηγούμενης τάξης]
- Συμμετρία ως προς κέντρο

### 3.3 Ορθά πρίσματα, κύλινδροι

## 4. Μεγέθη και μέτρα

Στόχοι
Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους τη συμπλήρωση των γνώσεων των σχετικών με τα μήκη, τις γωνίες, τη μάζα και τη χρονική διάρκεια, τον υπολογισμό των εμβαδών ή των όγκων που σχετίζονται με τα συνήθη επίπεδα ή στερεά σχήματα, τη συνέχιση της μελέτης του συστήματος μονάδων μέτρησης όγκων, η εκμάθηση της επιλογής των καταλλήλων μονάδων και της αλλαγής μονάδων.

## Γνώσεις

### 4.1 Μήκος, μάζα, χρονική διάρκεια

### 4.2 Γωνίες

### 4.3 Εμβαδά

- Παραλληλογράμμου
- Τριγώνου
- Κυκλικού δίσκου

#### 4.4 Όγκοι

- Πρίσματος
- Κυλίνδρου εκ περιστροφής

### Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΓΑΛΛΙΑ) → Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΕΛΛΑΔΑ)

**Παρατήρηση:** τα σημεία του προγράμματος (γνώσεις, ικανότητες και παραδείγματα) που δεν απαιτούνται από το υπόβαθρο είναι γραμμένα με πλάγια γράμματα. Αν η φράση με πλάγια γράμματα έχει μπροστά έναν αστερίσκο, το θέμα στο οποίο αναφέρεται θα απαιτηθεί για το υπόβαθρο σε επόμενη σχολική χρονιά. Το ότι η απαίτηση για το υπόβαθρο έχει μετατεθεί χρονικά, δεν σημαίνει ότι η ικανότητα δεν πρέπει να καλλιεργηθεί - το αντίθετο μάλιστα -, αλλά οι μαθητές θα μπορούν να έχουν περισσότερο χρόνο στη διάθεσή τους για να την αποκτήσουν.

#### 1. Οργάνωση και Διαχείριση Δεδομένων – Συναρτήσεις

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- την εδραίωση και τον εμπλουτισμό των συλλογισμών για τη διαχείριση των καταστάσεων όπου εμπλέκονται οι αναλογίες, για την παραγωγή ή την ερμηνεία στατιστικών συνόψεων (μέσοι όροι, γραφικές παραστάσεις), για την ανάλυση της ορθότητας μιας γραφικής παράστασης σε σχέση με την περίπτωση που μελετάται,</li><li>- την οργάνωση των πράξεων ή τη δημιουργία μιας γραφικής παράστασης με ένα λογισμικό.</li></ul>

#### Γνώσεις

##### 1.1 Χρήση των αναλογιών

- Τετάρτη ανάλογος
- Πράξεις στις οποίες εμπλέκονται ποσοστά
- [Θέματα σύγκλισης]

##### 1.2 Αναλογίες

- \* Γραφικές παραστάσεις
- [Θέματα σύγκλισης]

##### 1.3 Διαχείριση δεδομένων

- Σταθμισμένοι μέσοι όροι
- [Θέματα σύγκλισης]



## 2. Αριθμοί και πράξεις

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- την εδραίωση και την ανάπτυξη της πρακτικής των πράξεων από μνήμης, των πράξεων στο χέρι και η χρήση των μικροϋπολογιστών σε λογικά πλαίσια,</li><li>- την εξασφάλιση του ελέγχου της γνώσης των πράξεων με θετικούς και αρνητικούς αριθμούς και με αλγεβρικές παραστάσεις,</li><li>- την παραγωγή συλλογισμών που επιτρέπουν τη διαχείριση διαφόρων προβλημάτων (προερχομένων από την καθημερινή ζωή, από διαφορετικά πεδία των Μαθηματικών και άλλων μαθημάτων, ιδιαίτερα των θετικών) με τη βοήθεια αριθμητικών πράξεων, εξισώσεων ή αλγεβρικών παραστάσεων,</li><li>- τη γνώση επιλογής της κατάλληλης γραφής ενός αριθμού ή μιας αλγεβρικής παράστασης, ανάλογα με το πρόβλημα.</li></ul>

### Γνώσεις

#### 2.1 Αριθμητικές πράξεις

- Πράξεις (+, -, x, :) με θετικούς και αρνητικούς ακεραίους σε δεκαδική μορφή
- Γινόμενο θετικών σε κλασματική μορφή
- \* Πράξεις (+, -, x, :) με θετικούς και αρνητικούς ρητούς σε κλασματική μορφή (όχι απαραίτητα απλοποιημένα)
- Διαίρεση δύο ρητών αριθμών με πρόσημο, σε κλασματική μορφή
- Σειρά των πράξεων
- Δυνάμεις με εκθέτη θετικό ή αρνητικό ακέραιο
- [Θέματα σύγκλισης]
- Συμβολισμός αριθμών με τη βοήθεια δυνάμεων του 10
- [Θέματα σύγκλισης]

#### 2.2 Αλγεβρικές πράξεις

- Ανάπτυγμα
- Σύγκριση δύο ακεραίων αριθμών με πρόσημο
- Επίλυση προβλημάτων που καταλήγουν σε μία εξίσωση πρώτου βαθμού με έναν άγνωστο

## 3. Γεωμετρία

Στόχοι
<p><i>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>- τη γνώση των συνήθων αντικειμένων του επιπέδου και του χώρου και τη χρήση των γεωμετρικών τους ιδιοτήτων και των σχετιζομένων μετρικών σχέσεων,</li><li>- την ανάπτυξη των ευριστικών ικανοτήτων και την παραγωγή, χωρίς φορμαλισμό, απλών γεωμετρικών συλλογισμών με χρήση των ιδιοτήτων των συνήθων σχημάτων, των συμμετριών, των μετρικών σχέσεων, των γωνιών ή των εμβαδών,</li><li>- τη συντήρηση, εμπλουτίζοντάς την, της πρακτικής των γεωμετρικών κατασκευών (με όργανα και με τη βοήθεια ενός λογισμικού Δυναμικής Γεωμετρίας) και των υπολανθανόντων συλλογισμών,</li><li>- τη μύηση των μαθητών στη διαδικασία της απόδειξης,</li></ul>

- τη συνέχιση της εξοικείωσης με τις αναπαραστάσεις στο επίπεδο των στερεών του χώρου,
- τη μύηση στις ιδιότητες που μένουν αναλλοίωτες σε μία μεγέθυνση ή σμίκρυνση ενός σχήματος.

## Γνώσεις

### 3.1 Επίπεδα σχήματα

- Τρίγωνο: μέσα πλευρών και παράλληλες
- \* *Τρίγωνα που ορίζονται από παράλληλες που τέμνουν δύο ημιευθείες με την ίδια αρχή*
- Ορθογώνιο τρίγωνο: Πυθαγόρειο Θεώρημα
- *Ορθογώνιο τρίγωνο: συνημίτονο μιας γωνίας*
- *Ορθογώνιο τρίγωνο : περιγεγραμμένος κύκλος*
- *Απόσταση σημείου από ευθεία*
- Εφαπτομένη κύκλου
- Διχοτόμος γωνίας [**Επάνοδος στο Πρόγραμμα της προηγούμενης τάξης**]
- *Διχοτόμοι και εγγεγραμμένος κύκλος*

### 3.2 Σχήματα στο χώρο

- *Πυραμίδα και κώνος*

### 3.3 Μεγέθυνση και σμίκρυνση

## 4. Μεγέθη και μέτρα

### Στόχοι

*Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:*

- τη μύηση των μαθητών στο πηλίκo μεγεθών,
- τη συμπλήρωση των γνώσεων και την εδραίωση των συλλογισμών που επιτρέπουν τον υπολογισμό των μεγεθών που διδάχθηκαν προηγουμένως (μήκη, γωνίες, εμβαδά, όγκοι,
- τη γνώση επιλογής των καταλλήλων μονάδων και την αλλαγή μονάδων.

## Γνώσεις

### 4.1 Εμβαδά και όγκοι

- Υπολογισμοί εμβαδών και όγκων

### 4.2 Συνηθισμένα πηλίκα μεγεθών

- Μέση ταχύτητα
- [Θέματα σύγκλισης]

## Δ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΓΑΛΛΙΑ) → Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ (ΕΛΛΑΔΑ)

**Παρατήρηση:** τα σημεία του προγράμματος (γνώσεις, ικανότητες και παραδείγματα) που δεν απαιτούνται από το υπόβαθρο είναι γραμμένα με πλάγια γράμματα. Αν η φράση με πλάγια γράμματα έχει μπροστά έναν αστερίσκο, το θέμα στο οποίο αναφέρεται θα απαιτηθεί για το υπόβαθρο σε επόμενη σχολική χρονιά. Το ότι η απαίτηση για το υπόβαθρο έχει μετατεθεί χρονικά, δεν σημαίνει ότι η ικανότητα δεν πρέπει να καλλιεργηθεί - το αντίθετο μάλιστα -, αλλά οι μαθητές θα μπορούν να έχουν περισσότερο χρόνο στη διάθεσή τους για να την αποκτήσουν.

### Στόχοι

Στο τέλος αυτής της τελευταίας τάξης του Γυμνασίου, ο στόχος είναι οι μαθητές να κατέχουν περισσότερους τύπους γνώσεων:

- στο πεδίο των αριθμών και των πράξεων: αριθμητικές πράξεις (ακέραιοι, δεκαδικοί και κλασματικοί αριθμοί, με πρόσημο ή χωρίς, αναλογίες) και πρώτα στοιχεία αλγεβρικών πράξεων,
- στο πεδίο της οργάνωσης και της διαχείρισης δεδομένων: πρώτα βασικά στοιχεία περιγραφικής Στατιστικής και Πιθανοτήτων,
- στο γεωμετρικό πεδίο: βασικά σχήματα και ιδιότητες αναπαραστάσεων του επιπέδου και του χώρου,
- στο πεδίο των μεγεθών και των μετρήσεων: συνήθη μεγέθη, σύνθετα μεγέθη και αλλαγή μονάδων,
- στο πεδίο των Τ.Π.Ε.: χρήση ενός λογισμικού διαχείρισης δεδομένων και κατασκευής γραφικών παραστάσεων κι' ενός λογισμικού γεωμετρικών κατασκευών.

### 1. Οργάνωση και Διαχείριση Δεδομένων – Συναρτήσεις

#### Στόχοι

*Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:*

- τη σύνθεση της εργασία που έγινε στις αναλογίες στις προηγούμενες τάξεις, την προσέγγιση της έννοιας της συνάρτησης και την απόκτηση μιας πρώτης γνώσης των συναρτήσεων της μορφής  $f(x) = ax$  και  $f(x) = ax + b$ ,
- τη συνέχιση της ενασχόλησης με τις παραμέτρους θέσης και διασποράς μιας στατιστικής σειράς,
- τη μύηση στην έννοια της πιθανότητας μέσω της μελέτης απλών παραδειγμάτων.

### Γνώσεις

#### 1.1 Έννοια της συνάρτησης

- Εικόνα, αρχέτυπο, συμβολισμοί  $x \mapsto f(x)$
- [Θέματα σύγκλισης]

## 1.2 Η συνάρτηση $f(x) = ax$ και η συνάρτηση $f(x) = ax + b$

- Αναλογίες
- Η συνάρτηση  $f(x) = ax$
- Συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που παριστάνει μία συνάρτηση της μορφής  $f(x) = ax$
- Η συνάρτηση  $f(x) = ax + b$
- Συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας που παριστάνει μία συνάρτηση της μορφής  $f(x) = ax + b$
- [Θέματα σύγκλισης]

## 1.3 Στατιστική

- Χαρακτηριστικά θέσης
- Προσέγγιση των χαρακτηριστικών διασποράς
- [Θέματα σύγκλισης]

## 1.4 Έννοια της πιθανότητας

- [Θέματα σύγκλισης]

## 2. Αριθμοί και πράξεις

Στόχοι
<p>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- τη συντήρηση των πράξεων από μνήμης, των πράξεων στο χέρι και της χρήσης των μικροϋπολογιστών σε λογικά πλαίσια,</li><li>- την επιβεβαίωση του ελέγχου της γνώσης των πράξεων με ρητούς αριθμούς,</li><li>- την έναρξη των πράξεων με ριζικά και τη συνέχιση των πράξεων με δυνάμεις,</li><li>- την εξοικείωση των μαθητών με τους αριθμητικούς συλλογισμούς,</li><li>- τη συμπλήρωση των βάσεων των αλγεβρικών πράξεων και την ενδυνάμωση του νοήματος, ιδίως με την προσφυγή σε εξισώσεις ή ανισώσεις πρώτου βαθμού για την επίλυση προβλημάτων,</li><li>- τη γνώση της επιλογής της κατάλληλης γραφής ενός αριθμού ή μιας αλγεβρικής παράστασης ανάλογα με την κατάσταση.</li></ul>

### Γνώσεις

#### 2.1 Ακέραιοι και Ρητοί αριθμοί

- Κοινοί διαπρέτες δύο ακεραίων, Μ.Κ.Δ.
- Ανάγωγα κλάσματα
- Πράξεις με θετικούς και αρνητικούς ακεραίους σε κλασματική μορφή
- [Θέματα σύγκλισης]

#### 2.2 Στοιχειώδεις πράξεις με ριζικά

- Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού
- Γινόμενο και πηλίκο δύο ριζικών

### 2.3 Αλγεβρικές παραστάσεις

- Δυνάμεις
- [Θέματα σύγκλισης]
- Παραγοντοποίηση
- Αξιοσημείωτες ταυτότητες

### 2.4 Εξισώσεις και ανισώσεις πρώτου βαθμού

- Προβλήματα πρώτου βαθμού: ανίσωση πρώτου βαθμού με έναν άγνωστο, σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους
- Προβλήματα που ανάγονται σε προβλήματα πρώτου βαθμού: εξισώσεις σε μορφή γινομένου

## 3. Γεωμετρία

Στόχοι
<p>Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- τη γνώση των συνήθων αντικειμένων του επιπέδου και του χώρου, τον υπολογισμό των μεγεθών που σχετίζονται με τ' αντικείμενα αυτά,</li><li>- την ανάπτυξη των ευριστικών ικανοτήτων, των συλλογιστικών ικανοτήτων και των ικανοτήτων που σχετίζονται με τον τυπικό τρόπο γραφής μιας απόδειξης,</li><li>- τη συντήρηση της πρακτικής των γεωμετρικών κατασκευών (με όργανα και με τη βοήθεια ενός λογισμικού Δυναμικής Γεωμετρίας) και των υπολανθανόντων συλλογισμών που αυτές κινητοποιούν,</li><li>- ν' αναζητηθούν στους συλλογισμούς οι γεωμετρικές ιδιότητες και οι σχετιζόμενες μετρικές σχέσεις που διδάχθηκαν στις προηγούμενες τάξεις,</li><li>- την εξοικείωση των μαθητών με τις τομές των στερεών του χώρου.</li></ul>

### Γνώσεις

#### 3.1 Επίπεδα σχήματα

- Ορθογώνιο τρίγωνο, τριγωνομετρικές σχέσεις
- Θεώρημα του Θαλή
- Μεγέθυνση και σμίκρυνση [Επάνοδος στο Πρόγραμμα της προηγούμενης τάξης]
- Εγγεγραμμένη, επίκεντρη γωνία
- Κανονικά πολύγωνα

#### 3.2 Σχήματα στο χώρο. Προβλήματα επιπέδων τομών στερεών

- Σφαίρα, κέντρο, ακτίνα
- Επίπεδες τομές μιας σφαίρας
- [Θέματα σύγκλισης]

#### 4. Μεγέθη και μέτρα

##### Στόχοι

Η επίλυση προβλημάτων έχει ως στόχους:

- τη συντήρηση και τη συμπλήρωση των γνώσεων και των συλλογισμών που σχετίζονται με τους υπολογισμούς εμβαδών και όγκων,
- τη μελέτη των προβλημάτων στα οποία εμπλέκονται σύνθετα μεγέθη (γινόμενο ή πηλίκο), ιδίως από την πλευρά της αλλαγής μονάδων.

#### Γνώσεις

##### 4.1 Εμβαδά και όγκοι

- Υπολογισμοί εμβαδών και όγκοι
- Αποτέλεσμα μιας σμίκρυνσης ή μιας μεγέθυνσης

##### 4.2 Σύνθετα μεγέθη, μετατροπή μονάδων

- Μέση ταχύτητα
- [Θέματα σύγκλισης]

### ΑΝΩΤΕΡΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ ΚΑΙ ΜΕΤΑΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ (ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2005)

#### α) Τύποι Εκπαίδευσης

Μετά το τέλος του Γυμνασίου, υπάρχουν τρεις δυνατότητες για τους μαθητές:

- Να ακολουθήσουν τη Γενική Κατεύθυνση, η οποία μετά από 3 χρόνια (1η, 2α και 3η Τάξη) οδηγεί στο Baccalaureat General (Γενικό Baccalaureat).
- Να ακολουθήσουν την Τεχνολογική Κατεύθυνση, η οποία μετά από 3 χρόνια επίσης οδηγεί στο Baccalaureat Technologique (Τεχνολογικό Baccalaureat).
- Να ακολουθήσουν την Επαγγελματική Κατεύθυνση, η οποία μετά από 2 χρόνια οδηγεί στο Πιστοποιητικό Επαγγελματικής Ικανότητας (C.A.P.) ή στο Πτυχίο Επαγγελματικών Σπουδών (B.E.P.), έπειτα, μετά από 2 συμπληρωματικά χρόνια, στο Baccalaureat Professionnel (Επαγγελματικό Baccalaureat).

Στο Λύκειο Γενικής και Επαγγελματικής Εκπαίδευσης, το οποίο δέχεται τους μαθητές που έχουν επιλέξει τις δύο πρώτες από τις Κατευθύνσεις αυτές, η φοίτηση διαρκεί τρία χρόνια: 1η, 2α και 3η Τάξη, και οδηγεί στις εξετάσεις του *Baccalaureat*.

Δεν είναι παρά στο τέλος της 1ης Τάξης, της αποκαλούμενης Τάξης Επιλογής (Προσανατολισμού) και η οποία είναι κοινή για όλους τους μαθητές, που αυτοί αποφασίζουν ποια Κατεύθυνση του Baccalaureat θ' ακολουθήσουν: μία από τις τρεις Γενικές Κατευθύνσεις (Οικονομικών και Κοινωνικών, Φιλολογικών ή Θετικών Σπουδών) ή μία από τις επτά Τεχνολογικές Κατευθύνσεις.

Το Επαγγελματικό Λύκειο προετοιμάζει σε 2 χρόνια για το πρώτο επίπεδο επαγγελματικής εξειδίκευσης: Πιστοποιητικό Επαγγελματικής Ικανότητας (C.A.P.) ή

*Πτυχίο Επαγγελματικών Σπουδών (B.E.P.). Αυτά τα διπλώματα έχουν συσταθεί για να επιτρέπουν μία άμεση πρόσβαση στην εργασία. Εντούτοις, οι μαθητές που το επιθυμούν μπορούν στη συνέχεια να προετοιμασθούν σε 2 χρόνια (2α και 3η Επαγγελματική Τάξη) για ένα *Επαγγελματικό Baccalaureat*, σε μία από τις 48 προτεινόμενες ειδικότητες.*

## **β) Κριτήρια εγγραφής**

Η εγγραφή των μαθητών στη Δημόσια Εκπαίδευση στηρίζεται στην αρχή του διαχωρισμού σε τομείς: οι μαθητές κανονικά εγγράφονται στο *Δημοτικό Σχολείο*, το *Γυμνάσιο* ή το *Λύκειο* της γεωγραφικής ζώνης όπου κατοικούν οι γονείς τους: "τομέας" για το Γυμνάσιο, "περιφέρεια" για το Λύκειο. Η Δημόσια Εκπαίδευση είναι δωρεάν. Οι γονείς που το επιθυμούν, μπορούν να εγγράψουν το παιδί τους στην Ιδιωτική Εκπαίδευση: επιλέγουν ελεύθερα το σχολείο, σε συνάρτηση με τις διαθέσιμες θέσεις. Στα σχολεία υπό συμβόλαιο, δεδομένης της σημαντικής χρηματοδότησης από το Κράτος, τα δίδακτρα γενικά παραμένουν χαμηλά.

## **γ) Έλεγχος και Περιεχόμενο του Προγράμματος**

Ξεκινώντας από την Ανώτερη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, η ύπαρξη Γενικών και Επιμέρους Κατευθύνσεων σαφώς διαφοροποιημένων συνεπάγεται μian ορισμένη διαφοροποίηση των περιεχομένων, και κυρίως μεγάλες διαφορές στην αντίστοιχη σπουδαιότητα των μαθημάτων, ανάλογα με την επιλογή του μαθητή. Αλλά το περιεχόμενο των Προγραμμάτων παραμένει εξ ολοκλήρου καθορισμένο από το Κράτος.

Τα βασικά μαθήματα κατά τη διάρκεια της πρώτης χρονιάς στα Γενικά και τα Τεχνολογικά Λύκεια (1η Τάξη) είναι: Γαλλικά, Μαθηματικά, Φυσική - Χημεία, Επιστήμες της Ζωής και της Γης, Ξένη Γλώσσα 1, Ιστορία - Γεωγραφία, Φυσική Αγωγή, στα οποία προστίθενται υποχρεωτικά μαθήματα επιλογής και ένα προαιρετικό μάθημα επιλογής. Στην 2α και την 3η Τάξη, ο κατάλογος και η σπουδαιότητα των υποχρεωτικών μαθημάτων ποικίλουν ανάλογα με τις Επιμέρους Κατευθύνσεις (3 Γενικές, 7 Τεχνολογικές).

Τα Επαγγελματικά Λύκεια παρέχουν, και μία γενική εκπαίδευση και μία επαγγελματική εκπαίδευση, θεωρητική και πρακτική, που περιλαμβάνει περιόδους πρακτικής εξάσκησης σε επιχείρηση. Ο άξονας αναφοράς των επαγγελματικών διπλωμάτων που απονέμονται από την Εθνική Παιδεία [βλέπε παρακάτω δ)] διαμορφώνεται πάντοτε σε συνεργασία με τον οικονομικό φορέα που αφορά, στο πλαίσιο συμβουλευτικών επαγγελματικών επιτροπών (C.P.C.).

## **δ) Αξιολόγηση, Πρόοδος και Πιστοποίηση**

Οι μαθητές που έχουν γίνει δεκτοί σ' ένα *Λύκειο Γενικής και Τεχνολογικής Εκπαίδευσης* αξιολογούνται καθ' όλη τη διάρκεια της 1ης Τάξης - της αποκαλούμενης Τάξης Επιλογής (Προσανατολισμού) - κατά τη διάρκεια της οποίας επιλέγουν την Κατεύθυνση του *Baccalaureat* που φαίνεται να αντιστοιχεί καλύτερα στις ικανότητες και στις επιθυμίες τους. Στο τέλος της χρονιάς, το συμβούλιο των καθηγητών, λαμβάνοντας υπόψη των αποτελεσμάτων αυτών των αξιολογήσεων, επικυρώνει ή ακυρώνει την επιλογή τους. Σ' αυτή την τελευταία περίπτωση, η οικογένεια μπορεί να ζητήσει επανεξέταση της απόφασης.

Το Baccalaureat έρχεται στο τέλος της 3ης Τάξης, αλλά σε ορισμένα μαθήματα, οι μαθητές δίνουν εξετάσεις από το τέλος της 2ας.

Τα *Επαγγελματικά Λύκεια* προετοιμάζουν για δύο επίπεδα εξειδίκευσης: το πρώτο (επίπεδο V) που κατοχυρώνεται από δύο τύπους εθνικών διπλωμάτων: το *Πιστοποιητικό Επαγγελματικής Ικανότητας* και το *Πτυχίο Επαγγελματικών Σπουδών*. Το δεύτερο (επίπεδο IV) που κατοχυρώνεται από το *Επαγγελματικό Baccalaureat*. Η προετοιμασία για τα διπλώματα αυτά περιλαμβάνει πάντοτε μία περίοδο πρακτικής εξάσκησης σε επιχείρηση. Μία διαδικασία επικύρωσης των επαγγελματικών ικανοτήτων που αποκτήθηκαν επιτρέπει, σε περίπτωση που χρειασθεί, στους υποψηφίους να απαλλαγούν από ένα μέρος των εξετάσεων.

Το δίπλωμα του Baccalaureat, είτε είναι Γενικό, είτε Τεχνολογικό, είτε Επαγγελματικό, δίνει πρόσβαση στην Ανώτερη Εκπαίδευση. Εντούτοις, αν τα Γενικά και Τεχνολογικά Baccalaureats έχουν όντως φτιαχτεί για μία συνέχιση των σπουδών, από την άλλη το Επαγγελματικό Baccalaureat είναι για να επιτρέπει μία άμεση πρόσβαση στην εργασία.

## ΛΥΚΕΙΟ - ΓΕΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ (ΩΡΑΡΙΑ)

### Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διδασκαλία από κοινού	Ωράριο
Μαθηματικά	3+(1)

( ) : Το ωράριο εντός παρενθέσεων αφορά τάξη χωρισμένη σε δύο τμήματα ανά επίπεδο.

### Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

#### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Υποχρεωτική διδασκαλία	Ωράριο
Μαθηματικά	2,5+(0,5)
Υποχρεωτική διδασκαλία*	Ωράριο
Μαθηματικά	2

( ) : Το ωράριο εντός παρενθέσεων αφορά τάξη χωρισμένη σε δύο τμήματα.

\* : Κατ' επιλογήν μεταξύ άλλων μαθημάτων.

#### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Υποχρεωτική διδασκαλία	Ωράριο
Μαθηματικά-Πληροφορική	1+(1)
Προαιρετική επιλογή*	Ωράριο
Μαθηματικά (α)	3

( ) : Το ωράριο εντός παρενθέσεων αφορά τάξη χωρισμένη σε δύο τμήματα.

\* : Το πολύ δύο (2) κατ' επιλογήν μεταξύ άλλων μαθημάτων.

(α) : Πρόκειται για μιαν ειδική επιλογή για μαθητές που πρόκειται να ακολουθήσουν σπουδές που χρειάζονται μαθηματικά.



### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

<b>Υποχρεωτική διδασκαλία</b>	<b>Ωράριο</b>
Μαθηματικά	4+(1)

( ) : Το ωράριο εντός παρενθέσεων αφορά τάξη χωρισμένη σε δύο τμήματα.

### Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

#### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

<b>Υποχρεωτική διδασκαλία</b>	<b>Ωράριο</b>
Μαθηματικά	4
<b>Διδασκαλία ειδικότητας κατ' επιλογήν (α)</b>	<b>Ωράριο</b>
Μαθηματικά	2

(α) : Κατ' επιλογήν μεταξύ άλλων μαθημάτων ειδικότητας.

#### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

<b>Προαιρετική επιλογή (α) (β)</b>	<b>Ωράριο</b>
Μαθηματικά	3

(α) : Το πολύ δύο (2) κατ' επιλογήν μεταξύ άλλων επιλογών.

(β) : Πρόκειται για μια ειδική επιλογή για μαθητές που πρόκειται να ακολουθήσουν σπουδές που χρειάζονται μαθηματικά.

### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

<b>Υποχρεωτική διδασκαλία</b>	<b>Ωράριο</b>
Μαθηματικά	4,5+(1)
<b>Διδασκαλία ειδικότητας κατ' επιλογήν (α)</b>	<b>Ωράριο</b>
Μαθηματικά	2

( ) : Το ωράριο εντός παρενθέσεων αφορά τάξη χωρισμένη σε δύο τμήματα.

(α) : Κατ' επιλογήν μεταξύ άλλων μαθημάτων ειδικότητας.

## Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΓΕΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

#### ΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

##### 1 - ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

###### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Αριθμητική σύνοψη από ένα ή περισσότερα μέτρα κεντρικής τάσης (μέσος όρος, διάμεσος, τροποποιημένη κλάση, απλοποιημένη διάμεσος) και ένα μέτρο διασποράς (στην 1<sup>η</sup> Λυκείου θα περιορισθούμε στην επέκταση)
- Ορισμός της κατανομής συχνοτήτων μιας σειράς που παίρνει ένα μικρό αριθμό τιμών και της συχνότητας ενός γεγονότος
- Προσομοίωση και μεταβλητότητα των τιμών δείγματος

##### 2 - ΠΡΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

###### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Φύση και γραφή των αριθμών
- Συμβολισμοί  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$  και του συνόλου των δεκαδικών αριθμών
- Αναπαράσταση των αριθμών σε υπολογιστή τσέπης
- Πρώτοι αριθμοί
- Διάταξη αριθμών
- Απόλυτη τιμή
- Συναρτήσεις
- Ποιοτική μελέτη συναρτήσεων
- Φθίνουσα - αύξουσα συνάρτηση
- Μέγιστο - ελάχιστο συνάρτησης σε ένα διάστημα
- Πρώτες βασικές συναρτήσεις
- Γραμμικές συναρτήσεις και συναρτήσεις της μορφής  $ax + b$
- Συναρτήσεις και αλγεβρικοί τύποι
- Δημιουργία εξίσωσης
- Αλγεβρική επίλυση εξίσωσης
- Γραφική επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων

##### 3 - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

###### ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Γεωμετρία στο χώρο
- Σχετικές θέσεις ευθειών και επιπέδων: κανόνες σύμπτωσης

- Καθετότητα ευθείας και επιπέδου
- Επίπεδα σχήματα
- Ίσα, όμοια τρίγωνα
- Προσανατολισμός στο επίπεδο
- Πολλαπλασιασμός διανύσματος με πραγματικό αριθμό
- Εξισώσεις ευθειών
- Σύστημα γραμμικών εξισώσεων

## **Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

### **ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

#### **ΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**

##### **1 - ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

###### **Επίπεδες Τομές**

- Επίπεδες τομές ενός κύβου, ενός τετραέδρου

###### **Σύστημα Αναφοράς**

- Πολικό σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και τριγωνομετρία
- Μέτρα κατευθυνόμενων γωνιών, κύριο μέτρο, σχέση του Chasles, τριγωνομετρικές γραμμές των συσχετισμένων γωνιών
- Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων στο χώρο
- Απόσταση δύο σημείων σε ορθοκανονικό σύστημα

###### **Διανυσματική Γεωμετρία**

- Διανυσματικός λογισμός στο χώρο
- Βαρύκεντρο μερικών καθορισμένων σημείων στο επίπεδο και στο χώρο
- Προσεταιριστικότητα του βαρυκέντρου
- Βαθμωτό γινόμενο στο επίπεδο: ορισμός, ιδιότητες
- Εφαρμογές του βαθμωτού γινομένου: ορθογώνια προβολή ενός διανύσματος σε έναν άξονα, πράξεις με μήκη

###### **Μετασχηματισμοί**

- Μεταφορές και ομοθεσίες στο επίπεδο και στο χώρο: ορισμοί
- Εικόνα ενός ζεύγους σημείων
- Συνέπειες τους στην ευθυγράμμιση, το βαρύκεντρο, τις κατευθυνόμενες γωνίες, τα μήκη, τα εμβαδά και τους όγκους
- Εικόνα ενός σχήματος (ευθύγραμμο τμήμα, ευθεία, κύκλος)

###### **Γεωμετρικοί Τόποι στο Επίπεδο**

## 2 - ΑΝΑΛΥΣΗ

### Γενικά περί Συναρτήσεων

- Πράξεις επί των συναρτήσεων:  $u+v$ ,  $\lambda u$ ,  $uv$ ,  $\frac{u}{v}$ ,  $u \circ v$
- Ορισμός μιας πολυωνυμικής συνάρτησης και του βαθμού της
- Έννοια της μεταβολής και γραφική παράσταση μιας συνάρτησης της μορφής:  $u+\lambda$ ,  $\lambda u$ , με  $u$  γνωστή συνάρτηση
- Έννοια της μεταβολής της  $u \circ v$ , με τις  $u$  και  $v$  μονότονες
- Επίλυση της εξίσωσης  $2^{\text{ου}}$  βαθμού
- Μελέτη του προσήμου τριωνύμου

### Παραγωγή

- Κινηματική ή μέσω γραφικής παράστασης προσέγγιση της έννοιας του παράγωγου αριθμού μιας συνάρτησης σε ένα σημείο
- Παράγωγος αριθμός μιας συνάρτησης σε ένα σημείο: ορισμός ως όριο του  $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$  όταν το  $h$  τείνει στο  $0$ .
- Παράγωγος συνάρτηση
- Εφαπτομένη στην αντιπροσωπευτική καμπύλη μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης  $f$ . Συσχετισμένη προσέγγιση της μορφής  $\alpha x + \beta$  της συνάρτησης.
- Παράγωγος των συνήθων συναρτήσεων:  $x \rightarrow x^n$ ,  $x \rightarrow \sqrt{x}$ ,  $x \rightarrow \cos x$  και  $x \rightarrow \sin x$
- Παράγωγος αθροίσματος, γινομένου, πηλίκου συναρτήσεων και της  $x \rightarrow f(\alpha x + \beta)$
- Σχέση μεταξύ προσήμου της παραγώγου και μεταβολών

### Ασυμπτωτική Συμπεριφορά Ορισμένων Συναρτήσεων

- Οριζόντια, κατακόρυφη ή πλάγια ασύμπτωτη

### Ακολουθίες

- Τρόποι γένεσης μιας αριθμητικής ακολουθίας
- Αύξουσα και φθίνουσα ακολουθία
- Αριθμητικές και γεωμετρικές πρόοδοι
- Διαισθητική έννοια του απείρου ορίου, όπως αυτή γίνεται αντιληπτή με παραδείγματα
- Ορισμός της σύγκλισης μιας ακολουθίας, χρήση αυτού του ορισμού
- Όριο γεωμετρικής προόδου

### **3 - ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ**

#### **Στατιστική**

- Διακύμανση και τυπική απόκλιση
- Κιβωτισμένο διάγραμμα, διάστημα διαιρούμενο σε κλάσεις ίσου πλάτους
- Επίδραση ενός μετασχηματισμού των δεδομένων, της μορφής  $\psi = \alpha x + \beta$ , επί της τυπικής απόκλισης και του διαστήματος διαιρούμενου σε κλάσεις ίσου πλάτους

#### **Πιθανότητες**

- Ορισμός ενός νόμου πιθανοτήτων επί ενός πεπερασμένου συνόλου
- Προσδοκώμενο, διακύμανση, τυπική απόκλιση ενός νόμου πιθανοτήτων
- Πιθανότητα ενός γεγονότος, της ένωσης και της τομής γεγονότων
- Περίπτωση ισοπιθανότητας
- Τυχαία μεταβλητή, νόμος τυχαίας μεταβλητής, προσδοκώμενο, διακύμανση, τυπική απόκλιση
- Μοντελοποίηση τυχαίων πειραμάτων αναφοράς (ρίψεις ενός ή περισσοτέρων ζαριών ή νομισμάτων, διακριτών ή μη, τυχαία επιλογή από μια κάλπη, τυχαία επιλογή αριθμών, κλπ.)

### **Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

#### **ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

#### **ΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**

#### **ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ**

#### **1 - ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ**

#### **Ποσοστά**

- Έκφραση σε ποσοστό μιας αύξησης ή μιας μείωσης
- Διαδοχικές αυξήσεις και μειώσεις
- Διακυμάνσεις ενός ποσοστού
- Ποσοστά ποσοστών
- Πρόσθεση και σύγκριση ποσοστών

#### **Στατιστική**

- Μελέτη σειρών δεδομένων:
  1. φύση των δεδομένων (αριθμητικά δεδομένα, δεδομένοι μέσοι όροι, δείκτες, ποσοστά, κλπ.)
  2. «λείανση» με μεταβαλλόμενους μέσους όρους
  3. ιστογράμματα με μη σταθερά βήματα
  4. κιβωτισμένα διαγράμματα
- Φαινόμενο δομής κατά τον υπολογισμό μέσων όρων

- Μέτρα διασποράς: διάστημα διαιρούμενο σε κλάσεις ίσου πλάτους, τυπική απόκλιση
- Πίνακας διπλής εισόδου: μελέτη συχνοτήτων, σχέση μεταξύ δένδρου και πίνακα διπλής εισόδου, έννοια της συχνότητας του A γνωρίζοντας το B

### Πιθανότητες

- Ορισμός ενός νόμου πιθανοτήτων επί ενός πεπερασμένου συνόλου
- Πιθανότητα ενός γεγονότος, της ένωσης και της τομής γεγονότων
- Μοντελοποίηση πειραμάτων αναφοράς που οδηγούν στην ισοπιθανότητα  
Χρήση μοντέλων ορισμένων ξεκινώντας από παρατηρηθείσες συχνότητες

## 2 - ΑΛΓΕΒΡΑ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ

### Άλγεβρα

- Παραδείγματα συστημάτων γραμμικών εξισώσεων με δύο ή τρεις αγνώστους
- Παραδείγματα συστημάτων γραμμικών ανισώσεων με δύο αγνώστους
- Επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων δευτέρου βαθμού

### Ακολουθίες

- Τρόποι γένεσης αριθμητικών ακολουθιών
- Αύξουσες και φθίνουσες ακολουθίες
- Αριθμητικές πρόοδοι
- Γεωμετρικές πρόοδοι με θετικό λόγο
- Άθροισμα των  $n$  πρώτων όρων

### Γενικά Περί Συναρτήσεων

- Γραφική παράσταση της συνάρτησης:  $x \rightarrow u(x+k)$  και των συναρτήσεων  $u+k$ ,  $u+v$ ,  $u-v$ ,  $ku$ ,  $|u|$ , όπου  $u$  και  $v$  είναι γνωστές συναρτήσεις και  $k$  μια σταθερά
- Έννοια της μεταβολής σε απλές περιπτώσεις
- Να γίνει προφανής η «σύνθεση» συναρτήσεων σε απλές περιπτώσεις

### Παράγωγος

- Κινηματική ή μέσω γραφικής παράστασης προσέγγιση της έννοιας του παράγωγου αριθμού μιας συνάρτησης σε ένα σημείο
- Παράγωγος αριθμός μιας συνάρτησης σε ένα σημείο: ορισμός ως όριο του  $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  όταν το  $h$  τείνει στο 0.
- Παράγωγος συνάρτηση
- Εφαπτομένη στην αντιπροσωπευτική καμπύλη μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης  $f$
- Παράγωγος συνάρτηση του αθροίσματος, του γινομένου, του πηλίκου συναρτήσεων, της  $x \rightarrow x^n$ , της  $x \rightarrow \sqrt{x}$
- Σχέση μεταξύ παραγώγου και έννοιας της μεταβολής

- Εφαρμογή στην προσέγγιση ποσοστών

### Ασυμπτωτικές Συμπεριφορές

- Συμπεριφορά στο άπειρο των βασικών συναρτήσεων:  $x \rightarrow x^2$ ,  $x \rightarrow x^3$ ,  $x \rightarrow \sqrt{x}$ ,  $x \rightarrow 1/x$ ,  $x \rightarrow 1/x^2$
- Συμπεριφορά στο μηδέν των βασικών συναρτήσεων:  $x \rightarrow 1/x$ ,  $x \rightarrow 1/x^2$
- Οριζόντια, κάθετη ή πλάγια ασύμπτωτη

## ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΚΑΤ' ΕΠΙΛΟΓΗΝ

### Συμπλήρωμα επί των Συναρτήσεων

- Συναρτήσεις της μορφής:  $\psi = ax + b$  κατά τμήματα

### Γεωμετρία στο Χώρο

- Διανυσματικός λογισμός
- Συγγραμμικά και συνεπίπεδα διανύσματα
- Σύστημα αναφοράς: συντεταγμένες σημείου, συντεταγμένες διανύσματος
- Απόσταση δύο σημείων
- Αναλυτική συνθήκη ώστε δύο διανύσματα να είναι ορθογώνια
- Καρτεσιανή εξίσωση επιπέδου
- Καρτεσιανή εξίσωση ευθείας
- Αναπαράσταση και «ανάγνωση» καμπυλών επιπέδου σε απλά παραδείγματα συναρτήσεων δύο μεταβλητών

### Λογισμός Πινάκων

- Διάνυσμα – γραμμή ή διάνυσμα – στήλη
- Πίνακες: ορισμός, διαστάσεις, πράξεις
- Πολλαπλασιασμός πίνακα με διάνυσμα
- Πολλαπλασιασμός δύο πινάκων
- Εφαρμογή στην επίλυση προβλημάτων όπου εμφανίζεται ένα γραμμικό σύστημα εξισώσεων

## Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

### ΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

#### ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

#### 1 - ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑ

##### Ποσοστά

- Πολλαπλασιαστικός συντελεστής συσχετισμένος με ένα ποσοστό
- Επαναληπτική διαδικασία των ποσοστών
- Ανάλυση των διακυμάνσεων ενός ποσοστού
- Σύγκριση ποσοστών
- Γραμμική προσέγγιση στην περίπτωση αδύναμων ποσοστών

##### Αυτοματοποιημένα Φύλλα Πράξεων

- Δυναμική εξερεύνηση ενός αυτοματοποιημένου φύλλου πράξεων και επεξήγηση των σχέσεων μεταξύ διαφόρων κελιών αυτού του φύλλου
- Υλοποίηση ενός αυτοματοποιημένου φύλλου πράξεων ξεκινώντας από ένα κείμενο, γραμμένο σε φυσική γλώσσα και που περιέχει μερικούς κανόνες και περιορισμούς αρκετά απλούς

##### Γραφικές Παραστάσεις

- Ερμηνεία μιας πληροφορίας αναγνώσιμης σε μια γραφική παράσταση: ακριβής ή προσεγγιστική τιμή, επίδραση της αλλαγής ενός τμήματος της γραφικής παράστασης στη εμφάνιση της καμπύλης
- Γραμμική παρεμβολή
- Γραφική επίλυση εξισώσεων, ανισώσεων και αναζήτηση ακραίων τιμών χρησιμοποιώντας τις τμηματικές αλλαγές στη γραφική παράσταση
- Ανάγνωση επιπέδων καμπυλών και προσδιορισμός ενός σημείου από τρεις συντεταγμένες

##### Γραφικά Εργαλεία Απαριθμησης

- Διαγράμματα
- Δένδρα



## 2 - ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

### Κιβωτισμένα Διαγράμματα – Διαστήμα Διαιρούμενο σε Κλάσεις Ίσου Πλάτους

- Ορισμός του διαστήματος που διαιρείται σε κλάσεις ίσου πλάτους
- Κατασκευή κιβωτισμένων διαγραμμάτων

### Διακύμανση – Τυπική Απόκλιση

- Εισαγωγή της τυπικής απόκλισης για δεδομένα Gauss
- Ορισμός της κανονικότητας για ένα επίπεδο δεδομένης εμπιστοσύνης

### Διασταυρούμενοι Πίνακες

- Ανάλυση ενός πίνακα μεγάλου αριθμού δεδομένων
- Κατασκευή και ερμηνεία:
  - περιθωρίων
  - του πίνακα των ποσοστών διαιρώντας κάθε κελί με το άθροισμα όλων των κελιών
  - του πίνακα των ποσοστών ανά γραμμή διαιρώντας κάθε κελί με το άθροισμα των κελιών της ίδιας γραμμής
  - του πίνακα των ποσοστών ανά στήλη διαιρώντας κάθε κελί με το άθροισμα των κελιών της ίδιας στήλης

## 3 - ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΥΠΩΝ ΑΥΞΗΣΗΣ

### Αριθμητικές Πρόοδοι – Γραμμική Αύξηση

- Παραδείγματα ακολουθιών με σταθερή αύξηση, υπολογισμός του νιοστού όρου
- Υπολογισμός με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού των  $n$  πρώτων όρων μιας τέτοιας ακολουθίας και αντίστοιχη γραφική παράσταση
- Για μια πεπερασμένη ακολουθία αριθμών, αναγνώριση της ιδιότητάς της ως προόδου με τη βοήθεια της γραφικής της παράστασης

### Γεωμετρικές Πρόοδοι – Εκθετική Αύξηση

- Παραδείγματα ακολουθιών με σχετικά σταθερή αύξηση, υπολογισμός του νιοστού όρου
- Υπολογισμός με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού των  $n$  πρώτων όρων μιας τέτοιας ακολουθίας, αντίστοιχη γραφική παράσταση, σύγκριση με την περίπτωση μιας γραμμικής αύξησης

### Άλλα Παραδείγματα Αύξησης

#### **4 - ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΟΙΓΜΑΤΟΣ**

- Γεωμετρική μορφή που προκύπτει από επαναληπτική διαδικασία
- Ανάλυση και παραγωγή πλακόστρωσης του επιπέδου

#### **ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗ ΕΠΙΛΟΓΗ**

#### **ΕΠΙΠΕΔΟΜΕΤΡΙΑ**

- Κατασκευές και σχέδια («με κανόνα και διαβήτη»)
- Κατασκευές κανονικών πολυγώνων (με  $n$  πλευρές, για  $n=3, 4, 6, 8, 12$ )
- Προβλήματα κατασκευών
- Κατασκευάσιμοι αριθμοί
- Συμμετρότητα και αλγόριθμος του Ευκλείδη

#### **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΣΤΟ ΧΩΡΟ**

- Προοπτική

#### **ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ**

- Εισαγωγή των συνδυασμών με το τρίγωνο του Πασκάλ
- Συμβολισμός  $\binom{n}{p}$
- Τύπος διωνύμου

#### **ΑΝΑΛΥΣΗ**

- Παραδείγματα προβλημάτων που εμπλέκουν απλές συναρτήσεις.
- Παράγωγος αριθμός συνάρτησης σε σημείο
- Παράγωγος συνάρτηση
- Εφαπτομένη σε σημείο καμπύλης η οποία παριστάνει παραγωγίσιμη συνάρτηση.
- Σχέση μεταξύ του προσήμου της παραγώγου και της έννοιας της μεταβολής μιας συνάρτησης σε ένα διάστημα
- Περίπτωση τριωνύμου 2<sup>ου</sup> βαθμού
- Εφαρμογή στην προσέγγιση ποσοστών
- Μοντελοποίηση μερικών καταστάσεων που εμπλέκουν τα ακρότατα απλών συναρτήσεων.

## Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

### ΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

#### ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

Ενδεικτική κατανομή ωραρίου: 45% για την Ανάλυση (περίπου 14 εβδομάδες), 35% για την Γεωμετρία (περίπου 11 εβδομάδες), 20% για Πιθανότητες και Στατιστική (περίπου 6 εβδομάδες)

#### 1 – ΑΝΑΛΥΣΗ

##### Όρια ακολουθιών και συναρτήσεων

- Υπενθύμιση του ορισμού του ορίου μιας ακολουθίας. Επέκτασή του για το πεπερασμένο ή άπειρο όριο μιας συνάρτησης στο  $+\infty$  ή στο  $-\infty$ .
- Έννοια του πεπερασμένου ή απείρου ορίου μιας συνάρτησης σε ένα πραγματικό αριθμό  $a$
- Κριτήριο παρεμβολής (Θεώρημα «των χωροφυλάκων») για τις συναρτήσεις.
- Όρια του αθροίσματος, του γινομένου, του πηλίκου δύο ακολουθιών ή δύο συναρτήσεων
- Όριο της σύνθεσης δύο συναρτήσεων, της σύνθεσης μιας ακολουθίας και μιας συνάρτησης

##### Γλώσσα της συνέχειας και πίνακας μεταβολών

- Συνέχεια σε ένα σημείο  $a$
- Συνέχεια μιας συνάρτησης σε ένα διάστημα
- Θεώρημα (το λεγόμενο των ενδιάμεσων τιμών): «έστω  $f$  μια συνάρτηση ορισμένη και συνεχής σε ένα διάστημα  $I$  και  $\alpha, \beta$  δύο πραγματικοί στο  $I$ . Για κάθε πραγματικό  $\kappa$  ανάμεσα στο  $f(\alpha)$  και στο  $f(\beta)$ , υπάρχει ένας πραγματικός  $\gamma$  ανάμεσα στο  $\alpha$  και στο  $\beta$  τέτοιος ώστε  $f(\gamma) = \kappa$ ».

##### Παραγωγή

- Υπενθυμίσεις επί των κανόνων παραγωγίσης και της σχέσης μεταξύ του προσήμου της παραγώγου και των μεταβολών της συνάρτησης
- Εφαρμογή στην συνάρτηση εφαπτομένη
- Παραγωγή σύνθετης συνάρτησης

##### Εισαγωγή της εκθετικής συνάρτησης

- Μελέτη της εξίσωσης:  $f' = kf$
- Θεώρημα: «Υπάρχει μια μοναδική συνάρτηση  $f$  παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  τέτοια ώστε  $f(0) = 1$ ».
- Χαρακτηριστική συναρτησιακή σχέση
- Εισαγωγή του αριθμού  $e$

- Συμβολισμός  $e^x$
- Επέκταση του θεωρήματος για την εξίσωση:  $f' = kf$

### Μελέτη των λογαριθμικών και εκθετικών συναρτήσεων

- Νεπέρεια λογαριθμική συνάρτηση: συμβολισμός  $\ln$
- Χαρακτηριστική συναρτησιακή εξίσωση
- Παράγωγος: ασυμπτωτική συμπεριφορά
- Συναρτήσεις  $x \mapsto a^x$ , για  $a > 0$
- Ασυμπτωτική συμπεριφορά, μορφή των αντιπροσωπευτικών καμπυλών
- Συγκριτική αύξηση των εκθετικών συναρτήσεων, των ακεραίων δυνάμεων και των λογαρίθμων
- Συνάρτηση νιοστή ρίζα

### Ακολουθίες και Επαγωγή

- Μέθοδος της επαγωγής
- Ακολουθία μονότονη, άνω φραγμένη, κάτω φραγμένη, φραγμένη
- Προσκείμενες ακολουθίες και θεώρημα των προσκειμένων ακολουθιών
- Θεώρημα σύγκλισης των αυξουσών άνω φραγμένων ακολουθιών

### Ολοκλήρωση

- Για μια συνάρτηση  $f$  συνεχή, θετική στο  $[\alpha, \beta]$ , εισαγωγή του συμβολισμού:  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$  ως εμβαδού κάτω από την καμπύλη. Μέση τιμή μιας τέτοιας συνάρτησης.
- Επέκταση στο ολοκλήρωμα και στη μέση τιμή μιας συνάρτησης οποιουδήποτε προσήμου
- Γραμμικότητα, θετικότητα, διάταξη, σχέση του Chasles
- Ανισότητα του μέσου όρου

### Ολοκλήρωση και Παραγωγή

- Έννοια της παράγουσας
- Θεώρημα: «Αν η  $f$  είναι συνεχής σε ένα διάστημα  $I$ , και αν  $a$  είναι ένα σημείο του  $I$ , η συνάρτηση  $F$  τέτοια ώστε  $F(x) = \int_a^x f(t)dt$  είναι η μοναδική παράγουσα της  $f$  στο  $I$  που μηδενίζεται στο  $a$ ».
- Υπολογισμός του  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$  με τη βοήθεια μιας παράγουσας της  $f$
- Ολοκλήρωση κατά μέρη

### Διαφορικές εξισώσεις της μορφής $\psi' = a\psi + b$

## 2 – ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

### Επιπεδομετρία: μιγαδικοί αριθμοί

- Το μιγαδικό επίπεδο: συντεταγμένες ενός σημείου
- Πραγματικό και φανταστικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού
- Συζυγής ενός μιγαδικού αριθμού
- Άθροισμα, γινόμενο, πηλίκο μιγαδικών αριθμών
- Μέτρο και όρισμα μιγαδικού αριθμού
- Μέτρο και όρισμα γινομένου, πηλίκου μιγαδικών αριθμών
- Γραφή:  $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$
- Επίλυση στο  $\mathbb{C}$  των εξισώσεων  $2^{\text{ου}}$  βαθμού με πραγματικούς συντελεστές
- Γεωμετρική αναπαράσταση της  $z \mapsto z'$  με  $z' = z + b$  ή  $z' - w = k(z - w)$  με  $k$  μη μηδενικό πραγματικό, ή  $z' - w = e^{i\alpha}(z - w)$

### Βαθμωτό γινόμενο στο χώρο

- Υπενθυμίσεις επί του βαθμωτού γινομένου στο επίπεδο
- Ορισμός του βαθμωτού γινομένου δύο διανυσμάτων στο χώρο. Ιδιότητες, έκφραση σε ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων.

### Ευθείες και Επίπεδα στο χώρο

- Βαρυκεντρικός χαρακτηρισμός μιας ευθείας, ενός επιπέδου, ενός ευθυγράμμου τμήματος, ενός τριγώνου
- Παραμετρική αναπαράσταση μιας ευθείας στο χώρο
- Τομή δύο επιπέδων, μιας ευθείας και ενός επιπέδου, τριών επιπέδων. Γεωμετρική συζήτηση, αλγεβρική συζήτηση.

## ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

### Δέσμευση και Ανεξαρτησία

- Δέσμευση από ένα γεγονός μη μηδενικής πιθανότητας, κατόπιν ανεξαρτησία δύο γεγονότων.
- Ανεξαρτησία δύο τυχαίων μεταβλητών
- Τύπος των ολικών πιθανοτήτων
- Στατιστική και μοντελοποίηση
- Ανεξάρτητα πειράματα
- Περίπτωση της επανάληψης ταυτόσημων και ανεξαρτήτων πειραμάτων

### Νόμοι Πιθανοτήτων

*Παραδείγματα διακριτών νόμων.*

- Εισαγωγή των συνδυασμών, που συμβολίζονται:  $\binom{n}{p}$
- Τύπος του διωνύμου

- Νόμος του Bernoulli, διωνυμικός νόμος. Προσδοκία και διακύμανση αυτών των νόμων

*Παραδείγματα γνωστών νόμων*

- Συνεχείς νόμοι με πυκνότητα: - ομοιόμορφος νόμος στο  $[0,1]$   
- νόμος διάρκειας της ζωής χωρίς γήρανση
- Στατιστική και προσομοίωση

## ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

### Θεωρία αριθμών

- Διαιρετότητα στο  $\mathbb{Z}$
- Ευκλείδεια διαίρεση
- Αλγόριθμος του Ευκλείδη για τον υπολογισμό του Μ.Κ.Δ.
- Κλάσεις ισοδυναμίας στο  $\mathbb{Z}$
- Ακέρατοι πρώτοι μεταξύ τους
- Πρώτοι αριθμοί
- Ύπαρξη και μοναδικότητα της ανάλυσης σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.
- Ε.Κ.Π.
- Θεώρημα του Bezout
- Θεώρημα του Gauss

### Ομοιότητες στο επίπεδο

- Γεωμετρικός ορισμός
- Περίπτωση των ισομετριών.
- Μιγαδικός χαρακτηρισμός: κάθε ομοιότητα έχει μια μιγαδική γραφή της μορφής  $z \mapsto az+b$  ή  $z \mapsto \alpha \bar{z} + b$  ( $\alpha$  μη μηδενικό)
- Μελέτη των άμεσων ομοιοτήτων

### Επίπεδες τομές επιφανειών

## Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

#### ΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

#### ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ

Ενδεικτική κατανομή ωραρίου: 60% για την Ανάλυση (18 εβδομάδες) και 40% για την Στατιστική και τις Πιθανότητες (12 εβδομάδες)

## 1 - ΑΝΑΛΥΣΗ

### Αριθμητικές Συναρτήσεις

- Γλώσσα της συνέχειας
- Όρια: πράξεις, σύνθεση, σύγκριση
- Παράγουσες συνάρτησης σε ένα διάστημα. Ορισμός.
- Θεώρημα: «Δύο παράγουσες μιας συνάρτησης σε ένα διάστημα διαφέρουν κατά μια σταθερά».
- Συναρτήσεις νεπέρειος λογάριθμος και εκθετική
- Χαρακτηριστικές ιδιότητες. Παράγωγος.
- Ασυμπτωτική συμπεριφορά
- Γραφική παράσταση
- Ορισμός του  $a^b$  ( $a > 0$  και  $b$  πραγματικός)
- Συναρτήσεις:  $x \mapsto a^x$
- Συγκρινόμενες αυξήσεις
- Σύνθεση συναρτήσεων
- Παραγωγή της σύνθεσης δύο συναρτήσεων
- Τύπος:  $(\varphi(u))' = \varphi'(u) \cdot u'$

### Ολοκληρωτικός Λογισμός

- Εμβαδόν κάτω από την αντιπροσωπευτική καμπύλη μιας θετικής συνάρτησης
- Ορισμός του ολοκληρώματος με αφετηρία μια παράγουσα της συνάρτησης
- Μέση τιμή συνάρτησης σε ένα διάστημα
- Ιδιότητες του ολοκληρώματος: γραμμικότητα, θετικότητα, διάταξη, σχέση του Chasles

## 2 – ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

- Νέφος σημείων συσχετισμένο με μια στατιστική σειρά με δύο αριθμητικές μεταβλητές
- Μέσο σημείο
- Διόρθωση της μορφής  $\psi = \alpha x + \beta$  με ελάχιστα τετράγωνα
- Προσομοίωση
- Δέσμευση και ανεξαρτησία
- Δέσμευση από ένα γεγονός μη μηδενικής πιθανότητας, κατόπιν ανεξαρτησία δύο γεγονότων
- Τύπος ολικών πιθανοτήτων
- Μοντελοποίηση ανεξάρτητων πειραμάτων. Περιπτώσεις επανάληψης ταυτόσημων και ανεξάρτητων πειραμάτων.
- Νόμος διακριτών πιθανοτήτων
- Προσδοκία και διακύμανση ενός αριθμητικού νόμου
- Πείραμα και νόμοι του Bernoulli
- Διωνυμικοί νόμοι

## ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ

### Επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια Γραφημάτων

- Επίλυση προβλημάτων που οδηγούν στη μοντελοποίηση μιας κατάστασης από ένα γράφημα κατευθυνόμενο ή όχι, ενδεχομένως με «ετικέτα» ή σταθμισμένο, και του οποίου η λύση συσχετίζεται με:
  - τον χρωματισμό ενός γραφήματος.
  - την αναζήτηση του χρωματικού αριθμού.
  - την ύπαρξη μιας αλυσίδας ή ενός κύκλου του Euler.
  - την αναζήτηση μιας πιο σύντομης αλυσίδας ενός γραφήματος σταθμισμένου ή όχι.
  - τον χαρακτηρισμό των λέξεων που αναγνωρίζονται από ένα γράφημα με «ετικέτα» και αντίστροφα, με την κατασκευή ενός γραφήματος με «ετικέτα» που αναγνωρίζει μια οικογένεια λέξεων.
  - την αναζήτηση μιας σταθερής κατάστασης ενός γραφήματος πιθανοτήτων με 2 ή 3 κορυφές.
- Στοιχειώδες λεξιλόγιο των γραφημάτων:
  - Κορυφές
  - Προσκείμενες κορυφές
  - Ακμές
  - Βαθμός κορυφής
  - Τάξη γραφήματος
  - Αλυσίδα
  - Μήκος αλυσίδας
  - Πλήρες γράφημα
  - Απόσταση μεταξύ δύο κορυφών
  - Διάμετρος
  - Σταθερό υπογράφημα
  - Συνεκτικό (συναφές) γράφημα
  - Χρωματικός αριθμός
  - Αλυσίδα του Euler
  - Πίνακας συσχετισμένος με γράφημα
  - Μεταβατικός πίνακας για ένα γράφημα σταθμισμένο από πιθανότητες
- Στοιχειώδη αποτελέσματα επί των γραφημάτων:
  - Σχέση μεταξύ του αθροίσματος των βαθμών των κορυφών και του αριθμού των ακμών ενός γραφήματος
  - Συνθήκες ύπαρξης αλυσίδων και κύκλων του Euler
  - Παράδειγμα σύγκλισης για γραφήματα πιθανοτήτων με δύο κορυφές, σταθμισμένων από πιθανότητες

### Συμπληρώματα επί των ακολουθιών

- Ακολουθίες μονότονες, με άνω φράγμα, με κάτω φράγμα, φραγμένες
- Συγκλίνουσες ακολουθίες
- Παραδείγματα ακολουθιών που επαληθεύουν μια αναδρομική σχέση του τύπου:  $u_{n+1}=au_n+b$ .



- Παραδείγματα ακολουθιών που επαληθεύουν μια αναδρομική σχέση του τύπου:  $u_{n+2}=au_{n+1}+bu_n$ .

### **Γεωμετρία στο Χώρο**

- Παραδείγματα προβλημάτων που εμπλέκουν εξισώσεις επιπέδων ή ευθειών του χώρου.
- Αναπαράσταση και ανάγνωση καμπυλών επιπέδου
- Παραδείγματα βελτιστοποίησης συναρτήσεων δύο μεταβλητών υπό γραμμική δέσμευση

## **Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

### **ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ**

### **ΤΑ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ**

#### **Γεωμετρία**

- Χρυσός αριθμός και κανονικό πεντάγωνο
- Προοπτική με σημείο διαφυγής
- Επίλυση προβλημάτων που οδηγούν σε ένα γραμμικό σύστημα το πολύ τριών αγνώστων.

#### **Θεωρία αριθμών**

- Διαιρετότητα στο  $\mathbb{Z}$
- Κλάσεις ισοδυναμίας: ορισμός και συμβατότητα με την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό

#### **Ανάλυση**

- Ακολουθίες
- Άθροισμα των όρων μιας αριθμητικής ή γεωμετρικής προόδου
- Παραδείγματα ακολουθιών που ορίζονται αναδρομικά.
- Έννοιες του πεπερασμένου ορίου και ακολουθίας που τείνει στο άπειρο.
- Συνήθεις συναρτήσεις
- Εκθετική και λογάριθμος
- Συνάρτηση νεπέρειος λογάριθμος, εκθετική συνάρτηση: συμβολισμοί  $\ln$ ,  $\exp$
- Συναρτησιακές σχέσεις
- Παράγωγοι
- Γραφικές παραστάσεις
- Ασυμπτωτικές συμπεριφορές
- Συγκριτικές αυξήσεις στο  $+\infty$  των συναρτήσεων  $\ln$ ,  $\exp$  και  $x^y$

## Πιθανότητες και Στατιστική

- Ορισμός ενός νόμου των πιθανοτήτων σε ένα πεπερασμένο σύνολο
- Πιθανότητα ενός γεγονότος, της ένωσης και της τομής γεγονότων
- Μοντελοποίηση πειραμάτων αναφοράς με τη βοήθεια μιας ισοπιθανότητας
- Νόμοι του Bernoulli
- Δέσμευση σε σχέση με ένα γεγονός
- Ανεξαρτησία
- Ανεξάρτητα πειράματα
- Διωνυμικοί νόμοι