



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικό και Καποδιστριακό
Πανεπιστήμιο Αθηνών

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ Ι

Ενότητα 11: MATLAB

Μιχάλης Δρακόπουλος

Σχολή Θετικών επιστημών

Τμήμα Μαθηματικών

MATLAB (MATrix LABoratory)

- Σύστημα επεξεργασίας πινάκων και συναρτήσεων τους για εφαρμογές αριθμητικής ανάλυσης και γραφικής παρουσίασης.
- Δημιουργήθηκε από τον C. Moler, αρχικά σαν εργαλείο διαχείρισης των βιβλιοθηκών Fortran: LINPACK (γρ. άλγεβρα) και EISPACK (ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα).

Πληροφορική I

Μ. Δρακόπουλος – 61

Χαρακτηριστικά του MATLAB?

Εξελίχθηκε σε σύνθετο πακέτο (γραμμένο σε C, C++) που αναπτύσσεται συνεχώς, κατάλληλο για:

- αριθμητικούς υπολογισμούς, δίχως προγραμματισμό σε συμβατικές γλώσσες (Fortran, C)
- γρήγορη ανάπτυξη και έλεγχο αλγορίθμων, (πλήθος έτοιμων συναρτήσεων και απλουστευμένη αλγοριθμική γλώσσα)
- ανάλυση δεδομένων και γραφική παρουσίαση τους
- εφαρμογές από διάφορες θεματικές περιοχές μέσω κατάλληλων toolboxes (στατιστική, θ. ελέγχου, επεξεργασία σήματος, βελτιστοποίηση, νευρωνικά δίκτυα, «συμβολικά» μαθηματικά, κ.π.α.)

Πληροφορική I

Μ. Δρακόπουλος – 62

Βοήθεια στο MATLAB

- **help** λίστα με κατηγορίες βοήθειας.
- **help θέμα** βοήθεια σε ένα συγκεκριμένο θέμα ή συνάρτηση.
- **lookfor λέξη-κλειδί** ψάχνει σε όλες τις συναρτήσεις για τη λέξη-κλειδί και εμφανίζει εκείνες που την περιέχουν
- **helpdesk** «φορτώνει» στον Web browser αναλυτική τεκμηρίωση για το MATLAB και τα toolboxes του.
- **demo** επίδειξη δυνατοτήτων του MATLAB.

Πληροφορική I

Μ. Δρακόπουλος – 63

Τα πάντα είναι πίνακες!

- Το MATLAB διαχειρίζεται οι πίνακες (πραγματικούς ή μιγαδικούς).
- Σε μερικές περιπτώσεις το MATLAB ερμηνεύει:
 - πίνακες 1×1 σαν βαθμωτά μεγέθη, και
 - πίνακες με 1 γραμμή ή 1 στήλη σαν διανύσματα.
- Η γλώσσα του MATLAB είναι a-τυπη (δεν χρειάζεται δήλωση μεταβλητών).
- Στο MATLAB οι πράξεις κινητής υποδιαστολής γίνονται σύμφωνα με το standard της IEEE, συνήθως σε διπλή ακρίβεια.

Πληροφορική I

Μ. Δρακόπουλος – 64

Εισαγωγή πινάκων

1. Άμεσα από το χρήστη:

```
A = [ 1 2 3; 4 5 6 ]
```

ή ισοδύναμα

```
A = [ 1 2 3  
      4 5 6 ]
```

2. Από συναρτήσεις του MATLAB:

```
b = rand(1,5)
```

δημιουργεί τυχαίο πίνακα 1×5 (διάνυσμα) με στοιχεία $\in [0, 1]$.

Προσπέλαση Στοιχείων: π.χ. $A(1,2)$, $b(A(2,2))$. Οι δείκτες είναι θετικές ακέραιες σταθερές ή μεταβλητές· ξεκινούν από το 1!

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 65

Πράξεις πινάκων

+	Πρόσθεση	help arith
-	Αφαίρεση	help arith
*	Πολ/σμός	help arith
^	Υψωση σε δύναμη	help arith
'	Ανάστροφος πίνακας	help punct
\	<u>Αριστερή</u> διαίρεση	help slash
/	<u>Δεξιά</u> διαίρεση	help slash

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 66

Πράξεις πινάκων (συνεχ.)

Παρατηρήσεις

- Ισχύουν και για βαθμωτά μεγέθη (= πίνακες 1×1)
- Ασυμβατότητα διαστάσεων \implies **ΛΑΘΟΣ**.
ΕΞΑΙΡΕΣΗ: πράξεις μεταξύ πινάκων και αριθμών, οπότε η πράξη εκτελείται μεταξύ του αριθμού και κάθε στοιχείου του πίνακα.
- Για τις διαιρέσεις: Αν ο πίνακας A είναι αντιστρέψιμος τότε:
 - $x = A \setminus b$ είναι η λύση του συστήματος: $A * x = b$.
 - $x = b / A$ είναι η λύση του συστήματος: $x * A = b$.
- Οι πράξεις: `.*` `.^` `./` `.\` εκτελούνται μεταξύ των στοιχείων των πινάκων. Π.χ. `[1 2; 3 4].^2` δίνει `[1 4; 9 16]`.

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 67

Εντολές, Εκφράσεις, Μεταβλητές

- Το MATLAB ερμηνεύει κάθε γραμμή στην είσοδο.
- Οι εντολές του έχουν τη μορφή:

μεταβλητή=έκφραση ή απλά έκφραση

- Οι εκφράσεις είναι σύνθεση τελεστών, μεταβλητών και συναρτήσεων. Ο υπολογισμός τους παράγει πάντα πίνακα (ενδεχομένως 1×1) που μπορεί να εμφανισθεί στην έξοδο ή να αποθηκευτεί σε μεταβλητή.
- Οι εντολές τερματίζονται με το τέλος της γραμμής. Συνέχεια σε περισσότερες από μία γραμμες αν η προηγούμενη γραμμή τελειώνει σε . . .
- Πολλές εντολές σε μία γραμμή γράφονται μεταξύ , ή ;
- Εντολή που τελειώνει σε ; δεν παράγει output στην οθόνη.

Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 68

Κατασκευή πινάκων

Μερικές συναρτήσεις (για σύνταξη: **help** όνομα)

eye	Μοναδιαίος πίνακας
zeros	Μηδενικός πίνακας
ones	Πίνακας με στοιχεία μονάδες
diag	Διαγώνιος πίνακας
triu, tril	Άνω, κάτω τριγωνικός πίνακας
rand	Πίνακας με 'τυχαία' στοιχεία
magic	Μαγικά τετράγωνα.

Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 69

Παρατηρήσεις, παραδείγματα

- **zeros** (m, n), $m \times n$ μηδενικός πίνακας, αλλά **zeros** (n) τετραγωνικός μηδενικός πίνακας.
- Για x διάνυσμα, **diag** (x) πίνακας με x στη διαγώνιο. Για πίνακα A , **diag** (A) διάνυσμα με τα διαγώνια στοιχεία του A .

ΕΡΩΤΗΣΗ: Τι υπολογίζει η **diag** (**diag** (A)) ?

- Παραγωγή πινάκων από πίνακες: αν A είναι 3×3 τότε:

$$B = [A, \mathbf{zeros}(3,2); \mathbf{ones}(2,3), \mathbf{eye}(2,2)]$$

δίνει πίνακα 5×5 .

Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 70

Υποπίνακες

- Εκφράσεις όπως οι:

$1:5$ και $0.2:0.2:1.2$

είναι στην ουσία τα διανύσματα:

$[1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$ και $[0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.8 \ 1.0 \ 1.2]$

αντίστοιχα.

- $A(1:4, 3)$ διάνυσμα με τα στοιχεία 1-4 της 3ης στήλης του A.
- $A(:, 3)$ είναι ή 3η στήλη του A.
- $A(:, [2, 4])$ Οι στήλες 2 και 4 του A.
- $A(:, [2 \ 4 \ 5]) = B(:, 1:3)$
Αντικαθιστά τις στήλες 2, 4 και 5 του A με τις στήλες 1, 2, 3 του B.

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 71

Η εντολή for

```
x = []; for i = 1:n, x=[x,i^2], end
```

ή

```
x = [];  
for i = 1:n  
    x=[x,i^2]  
end
```

Στην πιο γενική της μορφή:

```
s = 0; % Για 2D pinaka A:  
for c = A % Diatrexei tis sthles tou A  
    s = s + sum(c)  
end
```

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 72

Η εντολή while

```
while λογική σχέση  
    εντολές  
end
```

Παράδειγμα: υπολογισμός του $\lfloor \log_2 a \rfloor$

```
a = 256;  
n = 0;  
while 2^n < a  
    n = n + 1;  
end  
n
```

και με χρήση συναρτήσεων: $n = \text{floor}(\log_2(a))$

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 73

Η εντολή if

```
if λογική σχέση  
  εντολές  
end
```

Παράδειγμα:

```
if n < 0  
  parity = 0;  
elseif rem(n,2) == 0  
  parity = 2;  
else  
  parity = 1;  
end
```

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 74

Λογικές σχέσεις και τελεστές

```
help relop
```

Σχέσεις: < > <= >= == ~=

Τελεστές: & (σύζευξη), | (διάζευξη), ~ (άρνηση) ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

- Τιμές: Αληθής → 1, Ψευδής → 0.
- Οι λογικές σχέσεις μεταξύ πινάκων, εκτελούνται μεταξύ των στοιχείων τους και δίνουν πίνακα με 1 ή 0 στις αντίστοιχες θέσεις. Π.χ. $L = [1 \ 2; 3 \ 4] > [1 \ 0; 10 \ 0]$ δίνει την τιμή $[0 \ 1; 0 \ 1]$ στον L
- Οι **while** και **if** ερμηνεύουν μια σχέση μεταξύ πινάκων σαν αληθή όταν ο παραγόμενος πίνακας έχει όλα τα στοιχεία του = 1. Π.χ. για το προηγούμενο L, η **if** L, **disp('MATLAB');** **end** ΔΕΝ ΕΚΤΕΛΕΙΤΑΙ

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 75

Βαθμωτές Συναρτήσεις

Ενεργούν σε βαθμωτά μεγέθη (δηλ. για πίνακα: σε κάθε στοιχείο του και παράγουν πίνακα με τα αποτελέσματα, ίδιας διαστάσης με τον αρχικό)

```
sin  asin  exp  abs  round  
cos  acos  log  sqrt  floor  
tan  atan  rem  sign  ceil
```

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

```
sin([pi pi/2; 0 pi/4]) → [0.0 1.0; 0.0 0.707]
```

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 76

Διανυσματικές συναρτήσεις

Ενεργούν σε διανύσματα (δηλ. για πίνακα: σε κάθε στήλη του και παράγουν πίνακα γραμμή με τα αποτελέσματα κάθε στήλης).

max	sum	median	any
min	prod	mean	all
sort		std	

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

max([1 2 3]) → 3

max([1; 2; 3]) → 3

max([1 2 3; 3 2 1]) → [3 2 3]

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 77

Συναρτήσεις πινάκων

eig	Ιδιοδιανύσματα, ιδιοτιμές
chol	Παραγοντοποίηση Choleski
lu	Παραγοντοποίηση Gauss
expm	e^A (συγκρ. exp)
sqrtn	Τετραγωνική ρίζα πίνακα (συγκρ. sqrt)
det	Ορίζουσα
size	Διαστάσεις
norm	Νόρμες
rank	Βαθμός.

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 78

m-αρχεία

Έχουν κατάληξη .m

1. **Scripts** Αρχεία που περιέχουν αλληλουχία εντολών του MATLAB. Π.χ. εντολές στο αρχείο `myscommand.m` εκτελείται με `myscommand`.
2. **Συναρτήσεις** Δυνατότητα δημιουργίας νέων συναρτήσεων. Π.χ. η νέα εντολή `randint` ορίζεται στο αρχείο `randint.m`:

```
%RANDINT Randomly generated integral matrix.  
% RANDINT(M,N) M-by-N matrix.  
% Elements between 0 and 9  
a = floor(10*rand(m,n));
```

Τι εμφανίζει η: **help randint**?

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος – 79

Γραφικά - οι συνάρτησεις `plot` και `semilogy`

Η συνάρτηση `plot(x,y)` σχεδιάζει 2-διάστατες γραφικές παραστάσεις του διανύσματος y ως προς x .
Παράδειγμα:

```
x = -4:.01:4;  
y = sin(x);  
plot(x,y);  
title('MATLAB plot');  
xlabel('x'); ylabel('y')
```

Για λογαριθμική κλίμακα στον άξονα των y : `semilogy`

Παράδειγμα:

```
semilogy(x,y);
```

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 80

Παραδείγματα

Έστω $A = \text{rand}(3,5)$, $x = \text{rand}(5,1)$, B οποιοσδήποτε 3×5 πίνακας, y ένα διάνυσμα 5×1 και $C = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9]$:

- Πραξεις: $A+B$, $A+2$, C^2 , $C.^2$, $C.^C$
- Δημιουργία πινάκων: `triu(C)`, `eye(3)-2`, `-eye(3)`
- Σύνθετοι πίνακες: $D = [A; \text{zeros}(2,3) \ \text{ones}(2)]$
- For: $s=0$; `for i=1:5, s=s+x(i); end; s`, `sum(x)`
- Λογικές σχέσεις: $D = \text{triu}(C)$, $C == D$
- Συναρτήσεις: `sin(B)`, `max(y)`, `rank(B)`, `det(C)`, `size(x)`
`help eig`, `eig(C)`, `[V,L]=eig(C)`
- Υποπίνακες: $B(2:3, [1,5])$, $B(:,2)$, $B(2,:)$, $B(:,1:3) = \text{eye}(3)$

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 81

Χρήσιμες συναρτήσεις

`rand(m,n)` Τυχαίος πίνακας $m \times n$.

`rand(n)` Τυχαίος πίνακας $n \times n$.

`ones(m,n)` Πίνακας $m \times n$ με στοιχεία 1.

`zeros(m,n)` Πίνακας $m \times n$ με στοιχεία 0.

`diag(v)` Διαγώνιος πίνακας με το διάνυσμα v στην κύρια διαγώνιο.

`diag(v,k)` Πίνακας με το διάνυσμα v στην k διαγώνιο ($k = 0$ κύρια διαγώνιος, $k > 0/k < 0$ πάνω/κάτω από κύρια διαγώνιο).

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 82

Παράδειγμα: δημιουργία τριδιαγώνιου πίνακα

Η εντολή:

```
10*eye(3)+diag(ones(2,1),1)+diag(ones(2,1),-1)
```

δίνει τον τριδιαγώνιο πίνακα:

$$\begin{pmatrix} 10 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & 1 \\ 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

ο οποίος είναι όμως και πίνακας Toeplitz και μπορεί να δημιουργηθεί απλούστερα και με τη συνάρτηση **toeplitz** που περιλαμβάνει φυσικά το MATLAB:

```
toeplitz([10 1 0])
```

Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 83

Αποτελεσματικότητα συναρτήσεων

Πίνακας A , $n \times n$ με στοιχεία: $a_{ij} = 1/(i+j)$. 1ος τρόπος:

```
function A = slower(n)
%SLOWER(N) pinakas A, NxN με A(I,J) = 1/(I+J)
for i=1:n
    for j=1:n
        A(i,j) = 1 / (i+j);
    end
end
```

Χρόνος εκτέλεσης για $n = 500$ σε Pentium Ι 146.53s

Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 84

Αποτελεσματικότητα συναρτήσεων (συνεχ.)

Πίνακας A , $n \times n$ με στοιχεία: $a_{ij} = 1/(i+j)$. 2ος τρόπος:

```
function A = slow(n)
%SLOW(N) pinakas A, NxN με A(I,J) = 1/(I+J)
A = zeros(n);
for i=1:n
    for j=1:n
        A(i,j) = 1 / (i+j);
    end
end
```

Χρόνος εκτέλεσης για $n = 500$ σε Pentium Ι 120.01s

Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 85

Αποτελεσματικότητα συναρτήσεων (συνεχ.)

Πίνακας A , $n \times n$ με στοιχεία: $a_{ij} = 1/(i + j)$. 3ος τρόπος:

```
function A = fast(n)
%FAST(N) πίνακας A, NxN με A(I,J) = 1/(I+J)
Y = zeros(n);
for i=1:n
    Y(i,:) = 1:n;
end
A = 1./(Y + Y');
```

Χρόνος εκτέλεσης για $n = 500$ σε Pentium 1 1.38s

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 86

Αποτελεσματικότητα συναρτήσεων (συνεχ.)

Πίνακας A , $n \times n$ με στοιχεία: $a_{ij} = 1/(i + j)$. 4ος τρόπος:

```
function A = faster(n)
%FASTER(N) πίνακας A, NxN με A(I,J) = 1/(I+J)
A = zeros(n);
tmp = 1:n;
for i=1:n
    A(i,:) = 1./(tmp + i);
end
```

Χρόνος εκτέλεσης για $n = 500$ σε Pentium 1 0.94s

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 87

Αποτελεσματικότητα συναρτήσεων (συνεχ.)

Πίνακας A , $n \times n$ με στοιχεία: $a_{ij} = 1/(i + j)$. 5ος τρόπος:

```
function A = fastest(n)
%FASTEST(N) πίνακας A, NxN με A(I,J) = 1/(I+J)
A = zeros(n);
tmp = (1:n)';
for i=1:n
    A(:,i) = 1./(tmp + i);
end
```

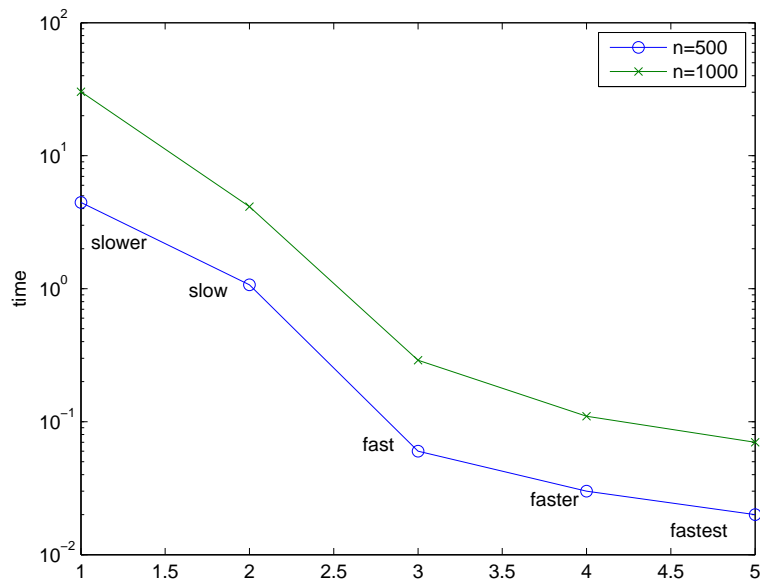
Χρόνος εκτέλεσης για $n = 500$ σε Pentium 1 0.69s

Πληροφορική I

M. Δρακόπουλος - 88

Χρόνοι εκτέλεσης σε Pentium 4

n	slower	slow	fast	faster	fastest
500	4.45	1.07	0.06	0.03	0.02
1000	30.26	4.14	0.29	0.11	0.07



Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 89

Οδηγίες για γρηγορότερα προγράμματα MATLAB

- Δέσμευσε εκ των προτέρων χώρο για πίνακες (π.χ. με την **zeros** (m, n))
- Χρησιμοποίησε πράξεις σε ολόκληρα διανύσματα ή πίνακες αντί για βρόγχους επανάληψης με βαθμωτά μεγέθη.
- Χρησιμοποίησε εσωτερικές συναρτήσεις του MATLAB όπου είναι δυνατόν.
- Δούλεψε με στήλες αντί γραμμές.

Πληροφορική Ι

Μ. Δρακόπουλος – 90

Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, Μιχάλης Δρακόπουλος, 2014.
Μιχάλης Δρακόπουλος. «Πληροφορική Ι. Ενότητα 11: MATLAB». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014.
Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:
<http://opencourses.uoa.gr/modules/document/?course=MATH105>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

