



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Μικροοικονομική Ανάλυση της Κατανάλωσης και της Παραγωγής

Διάλεξη 7: Εξίσωση Slutsky

Ανδρέας Παπανδρέου
Σχολή Οικονομικών και Πολιτικών Επιστημών
Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Οι επιδράσεις μιας μεταβολής της τιμής



Τι θα συμβεί όταν μειωθεί η τιμή ενός αγαθού;

Αποτέλεσμα υποκατάστασης : το αγαθό γίνεται σχετικά πιο φτηνό και γι' αυτό ο καταναλωτής υποκαθιστά το σχετικά πιο ακριβό με το σχετικά πιο φτηνό αγαθό.

Οι επιδράσεις μιας μεταβολής της τιμής

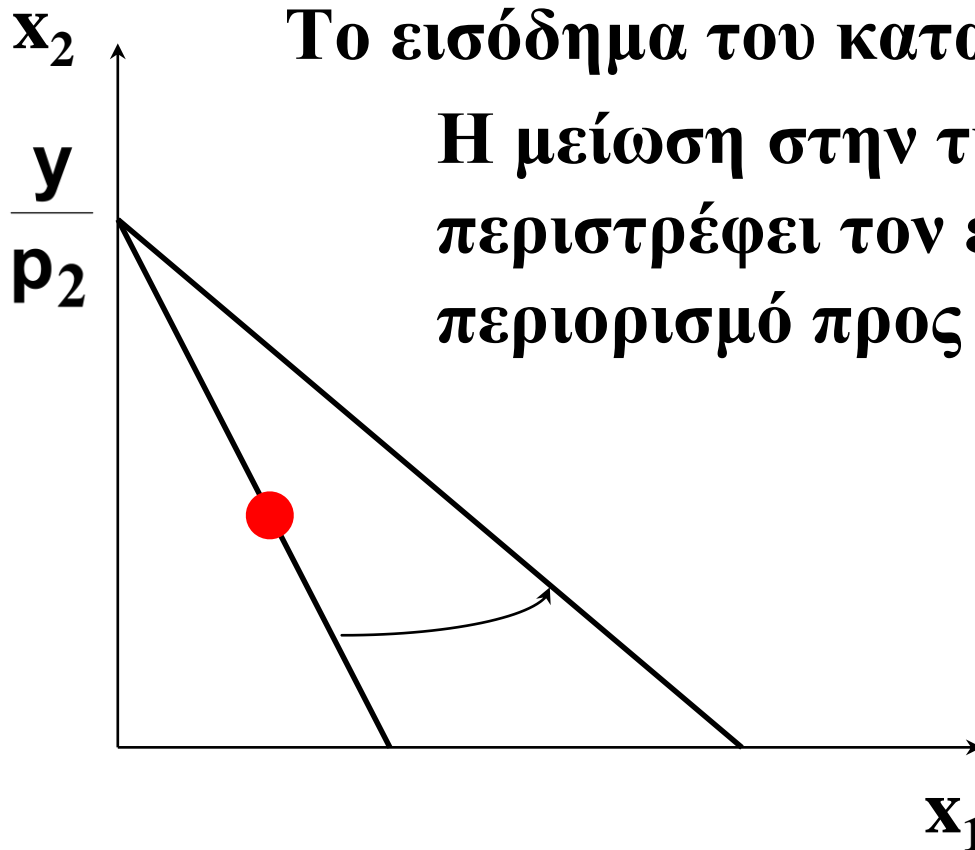


Αποτέλεσμα εισοδήματος: Το εισόδημα του καταναλωτή μπορεί να αγοράσει περισσότερα από πριν, ως εάν το εισόδημα του καταναλωτή αυξήθηκε, με αποτέλεσμα να υπάρχουν επιδράσεις του εισοδήματος στις ζητούμενες ποσότητες.

Οι επιδράσεις μιας μεταβολής της τιμής



Οι επιδράσεις μιας μεταβολής της τιμής



Το εισόδημα του καταναλωτή σε $\text{€}y$.

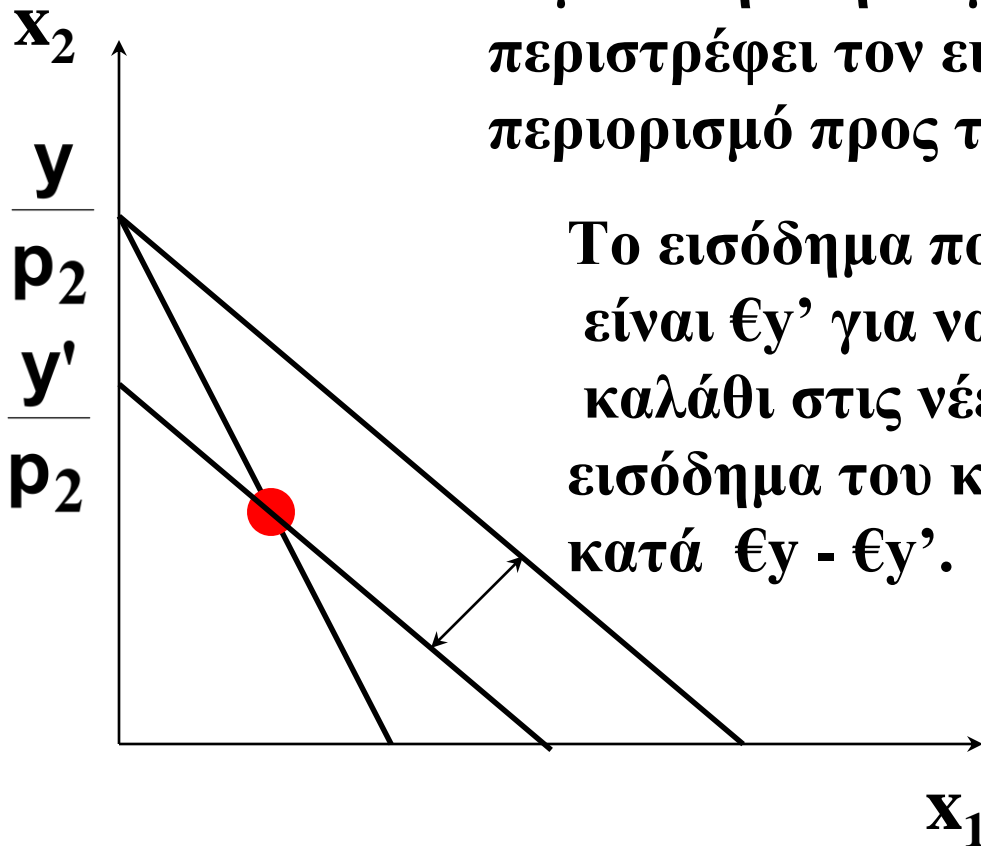
**Η μείωση στην τιμή του αγαθού 1
περιστρέφει τον εισοδηματικό
περιορισμό προς τα έξω.**

Οι επιδράσεις μιας μεταβολής της τιμής

Το εισόδημα του καταναλωτή σε €y.

Η μείωση στην τιμή του αγαθού 1 περιστρέφει τον εισοδηματικό περιορισμό προς τα έξω.

Το εισόδημα που χρειάζεται τώρα είναι €y' για να αγοραστεί το αρχικό καλάθι στις νέες τιμές, ως εάν το εισόδημα του καταναλωτή να αυξήθηκε κατά €y - €y'.



Οι επιδράσεις μιας μεταβολής της τιμής



Οι μεταβολές στις ζητούμενες ποσότητες, που οφείλονται σ' αυτό το «επιπλέον» εισόδημα είναι το *αποτέλεσμα εισοδήματος* λόγω μεταβολής της τιμής.

Οι επιδράσεις μιας μεταβολής της τιμής



Ο Slutsky ανακάλυψε ότι οι μεταβολές στη ζήτηση από μια μεταβολή της τιμής είναι πάντα το άθροισμα ενός αμιγούς αποτελέσματος υποκατάστασης και ενός αποτελέσματος εισοδήματος.

Μεταβολή πραγματικού εισοδήματος



- Ο Slutsky διαπίστωσε ότι αν, στις νέες τιμές,
 - Απαιτείται λιγότερο εισόδημα για να αγοραστεί το αρχικό καλάθι, τότε το «πραγματικό εισόδημα» αυξάνεται.
 - Περισσότερο εισόδημα απαιτείται για να αγοραστεί το αρχικό καλάθι, τότε το «πραγματικό εισόδημα» μειώνεται.

Μεταβολή πραγματικού εισοδήματος

x_2

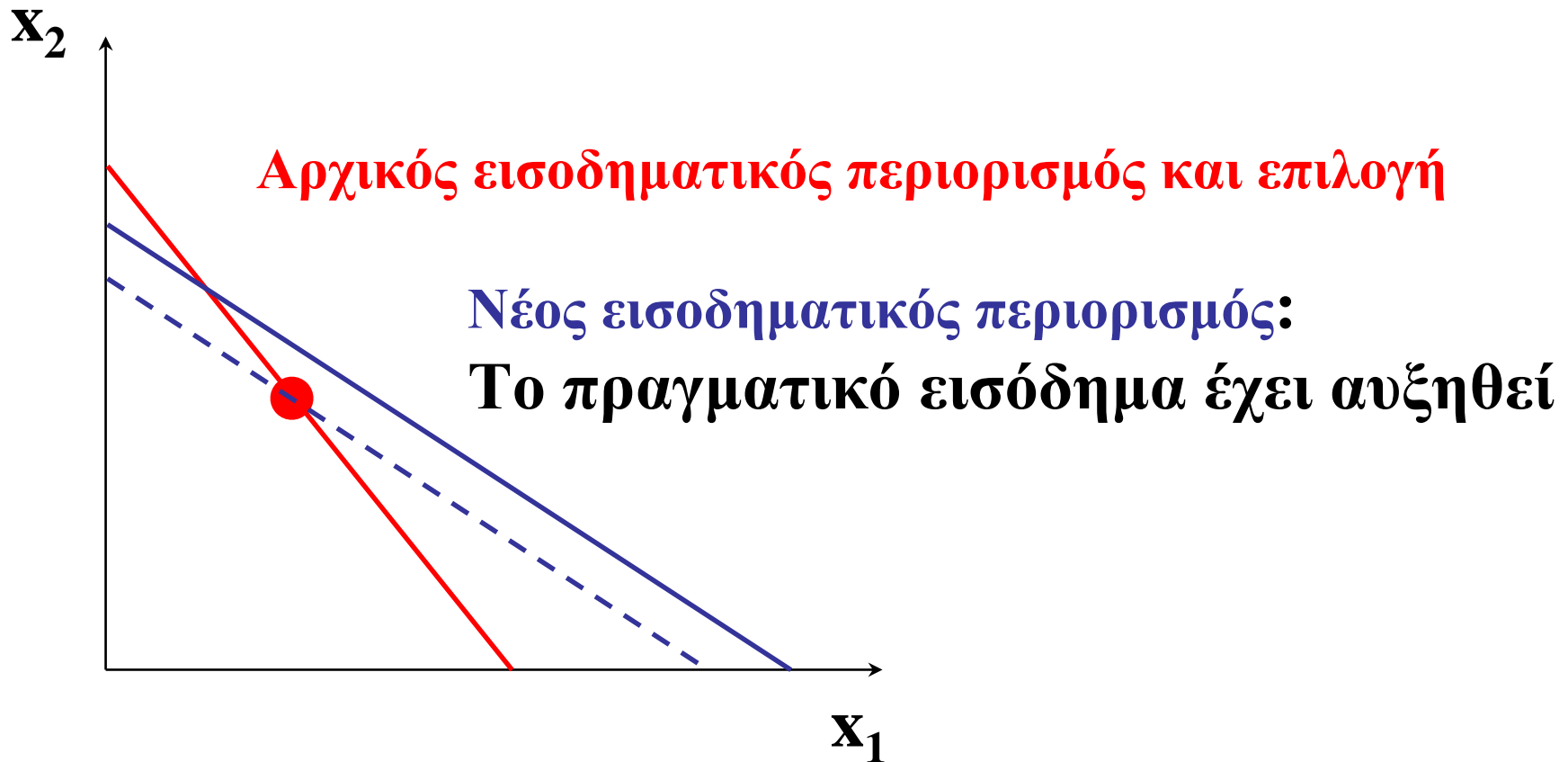
Αρχικός εισοδηματικός περιορισμός και επιλογή



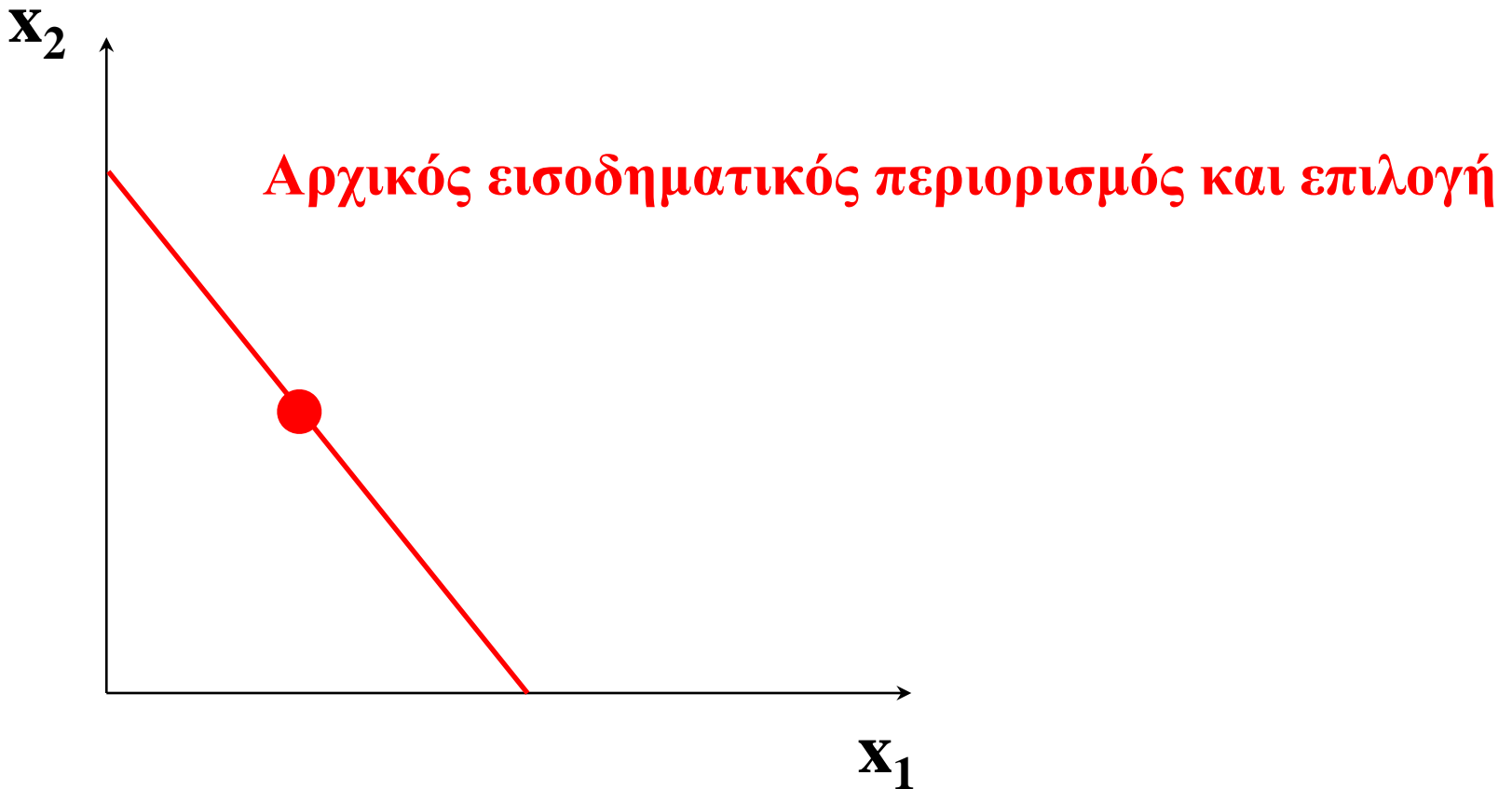
Μεταβολή πραγματικού εισοδήματος



Μεταβολή πραγματικού εισοδήματος



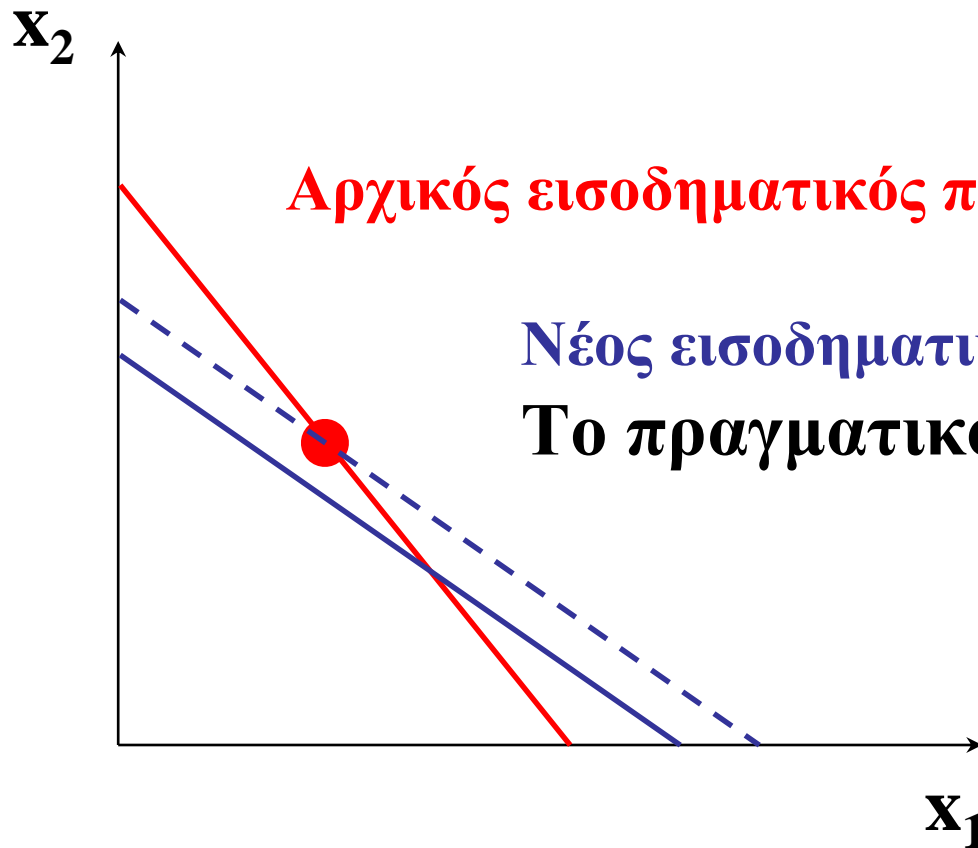
Μεταβολή πραγματικού εισοδήματος



Μεταβολή πραγματικού εισοδήματος



Μεταβολή πραγματικού εισοδήματος



Αρχικός εισοδηματικός περιορισμός και επιλογή

Νέος εισοδηματικός περιορισμός:

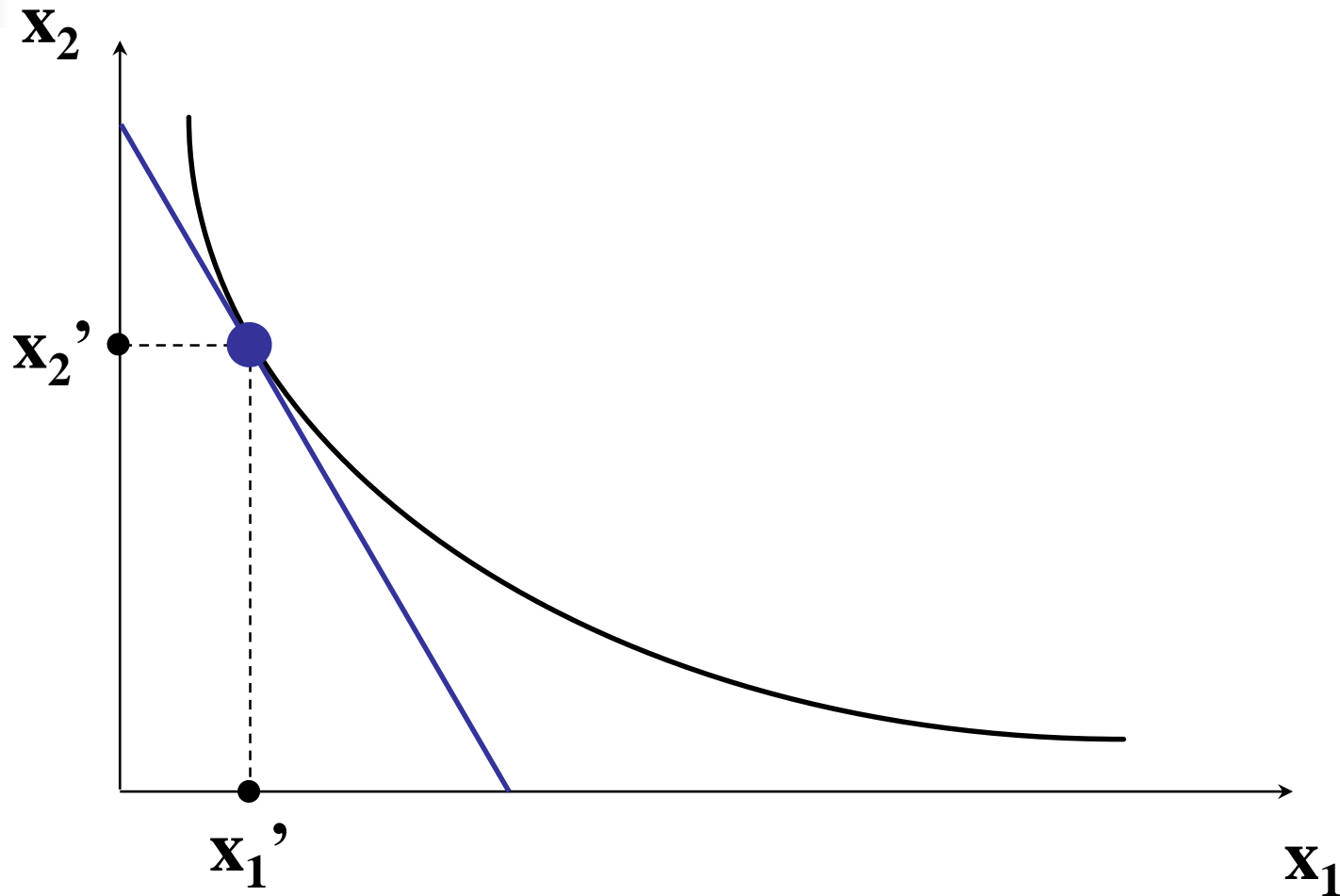
Το πραγματικό εισόδημα έχει μειωθεί



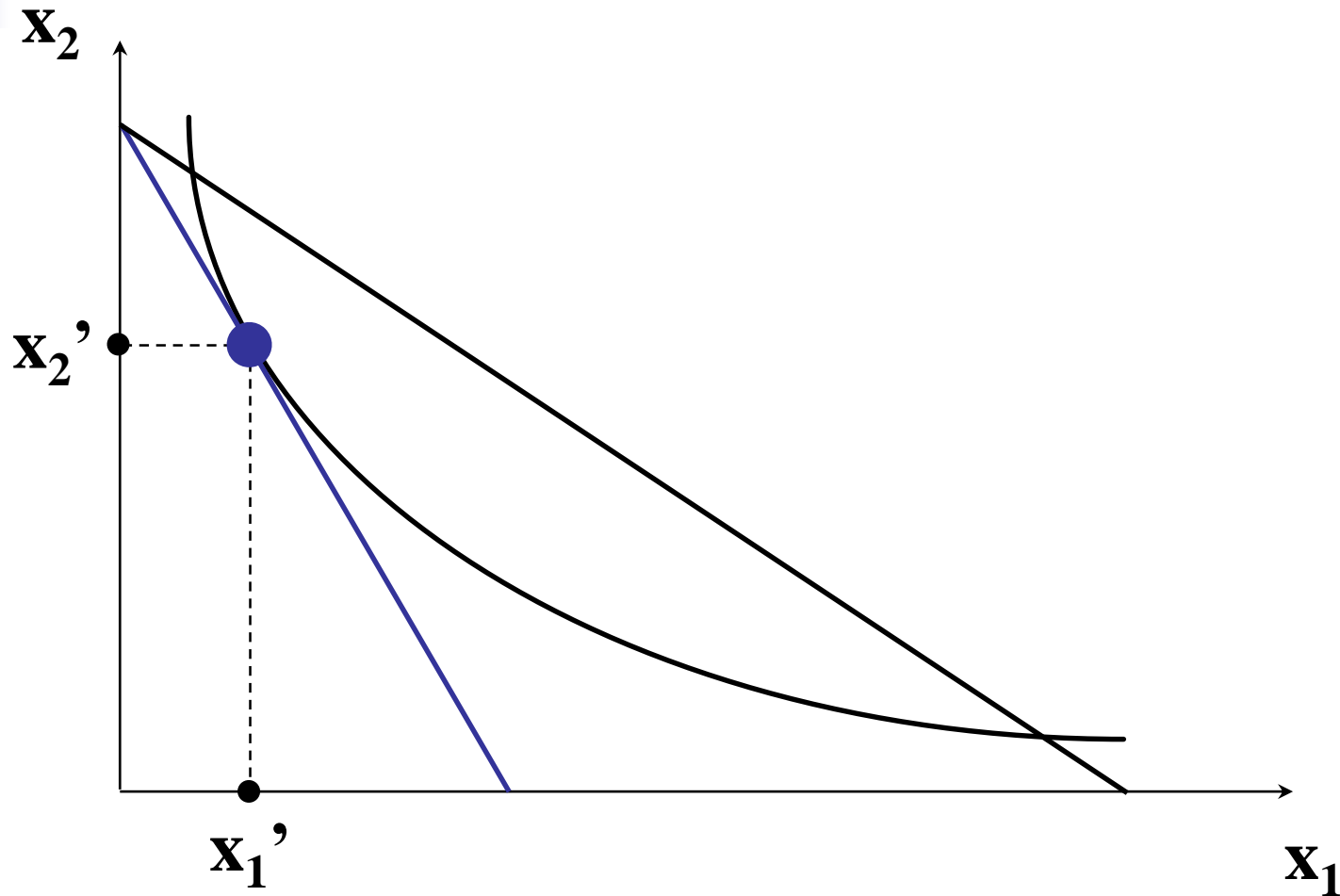
Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης

Ο Slutsky απομόνωσε τη μεταβολή στη ζήτηση που οφείλεται μόνο στη μεταβολή των σχετικών τιμών με το να θέσει το ερώτημα «ποια είναι η μεταβολή στη ζήτηση όταν το εισόδημα του καταναλωτή προσαρμόζεται έτσι ώστε, στις νέες τιμές, να μπορεί να αγοράσει ακριβώς το αρχικό καλάθι;»

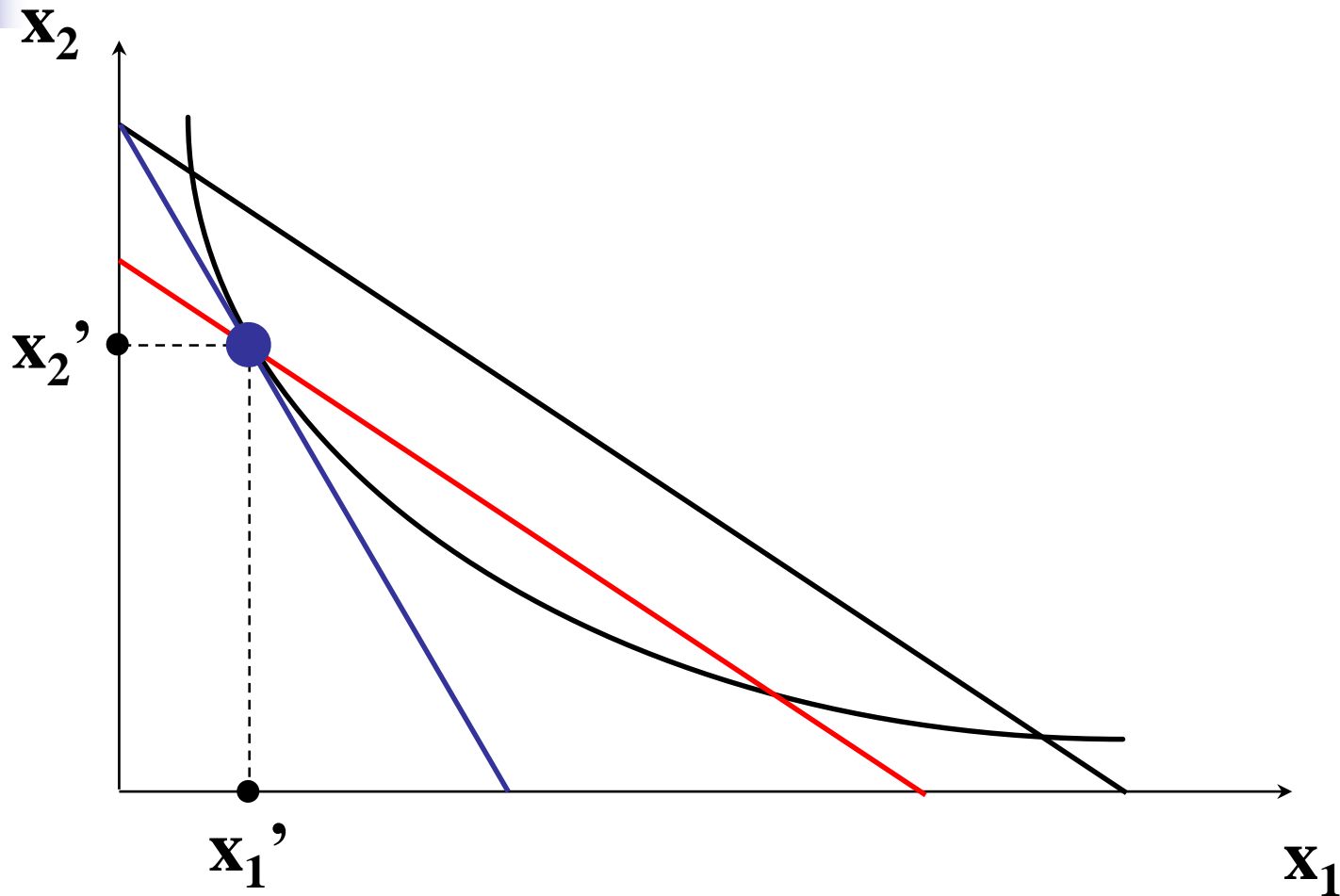
Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης



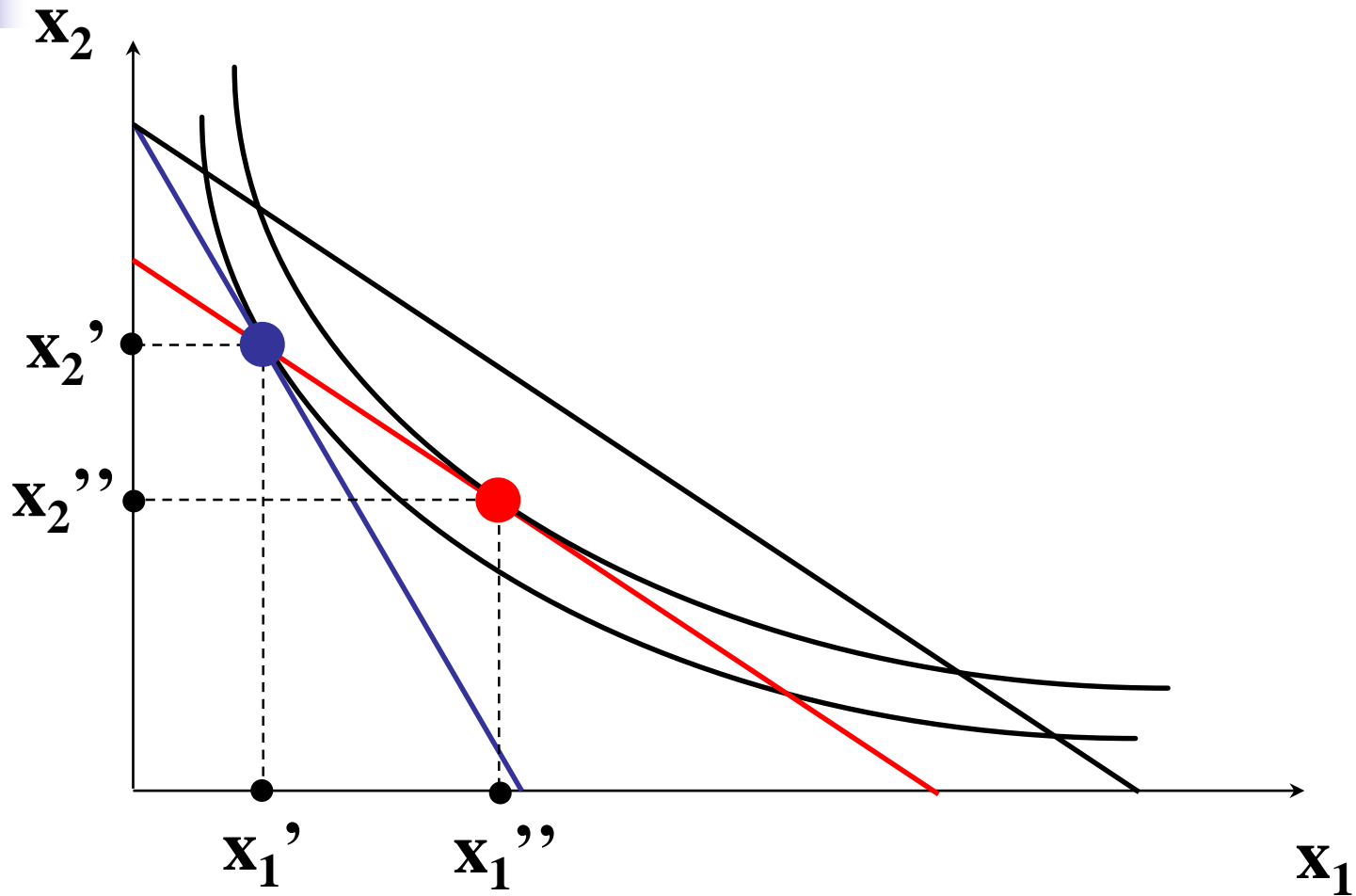
Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης



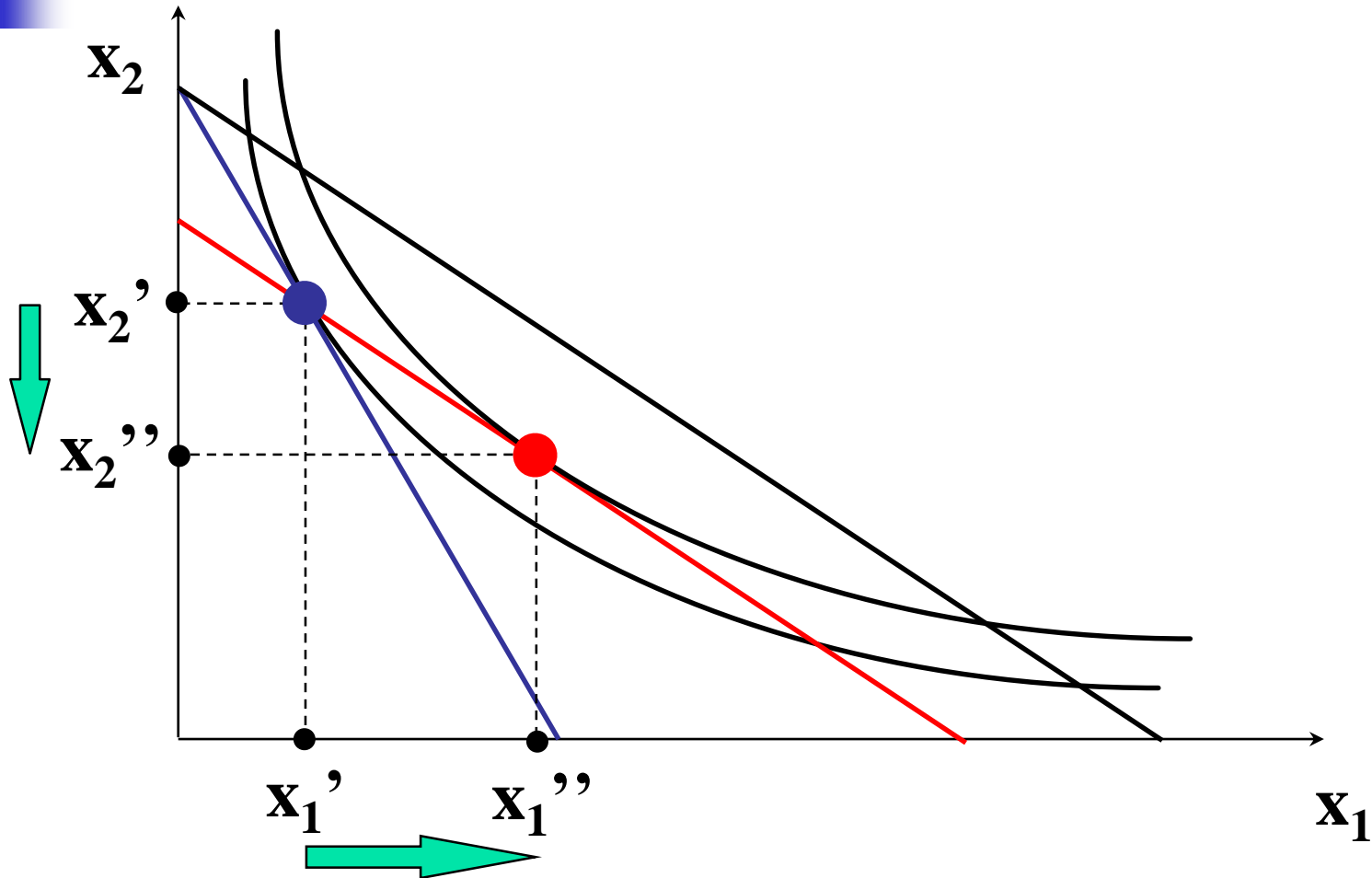
Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης



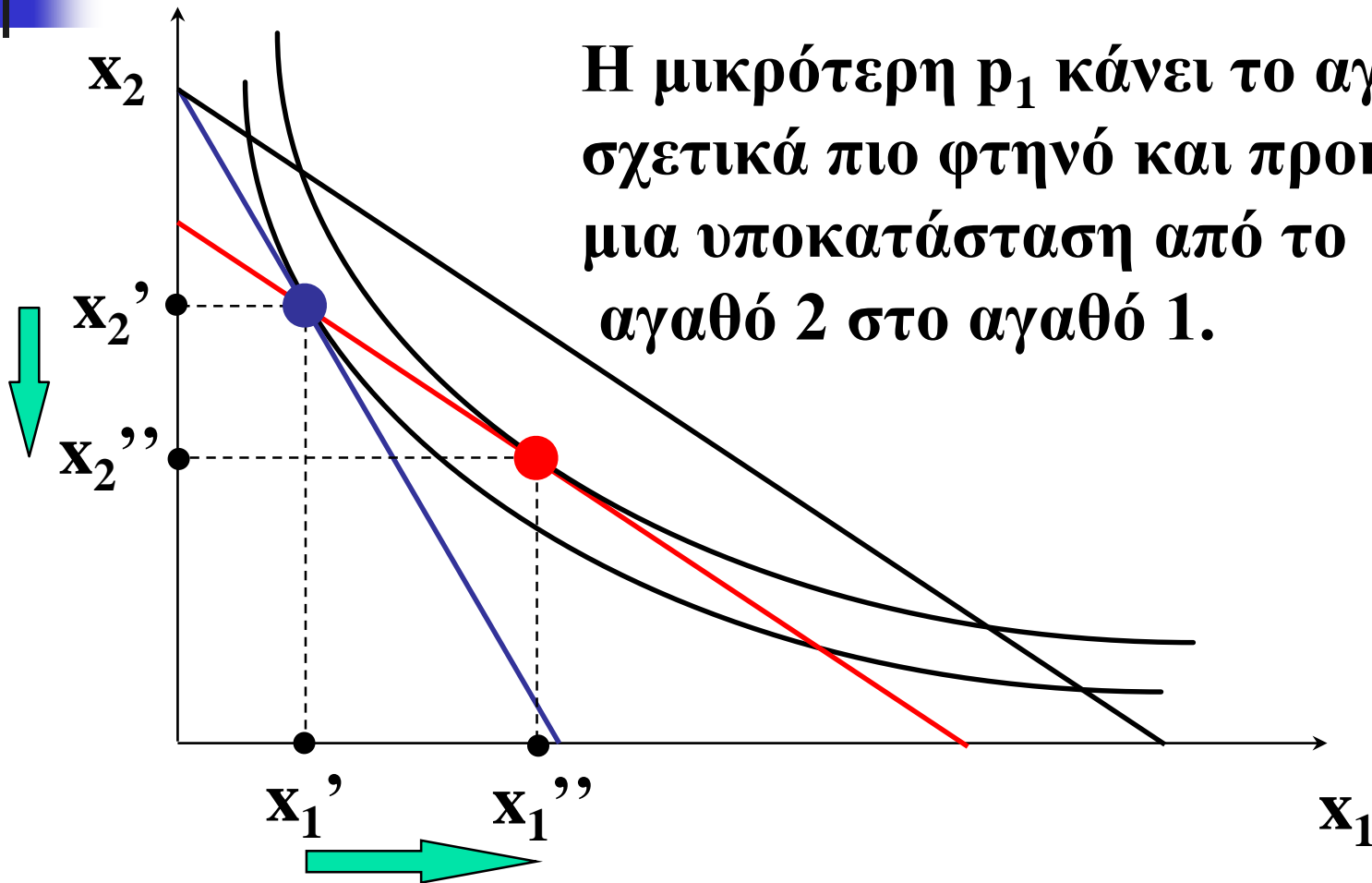
Μόνο Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης



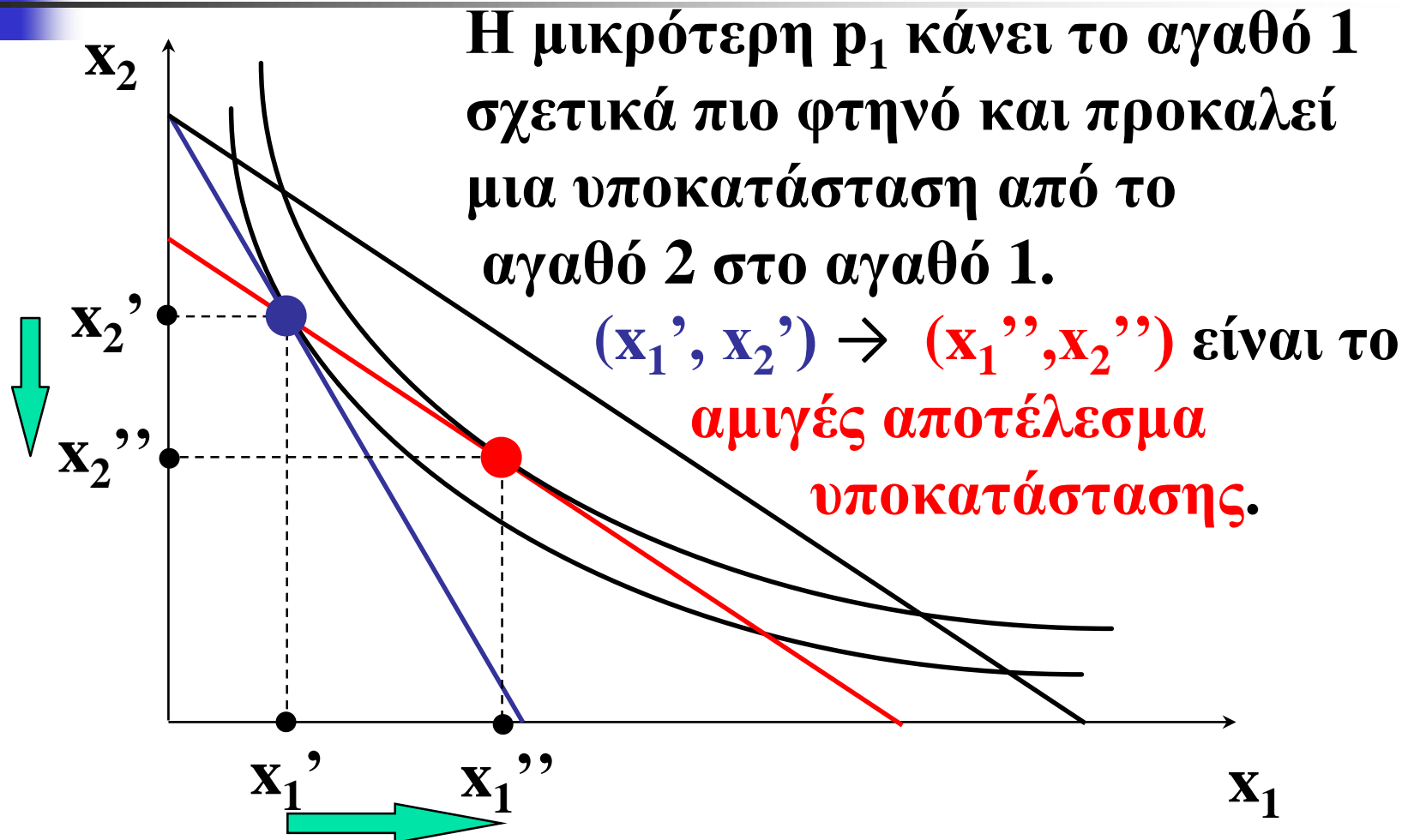
Μόνο Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης



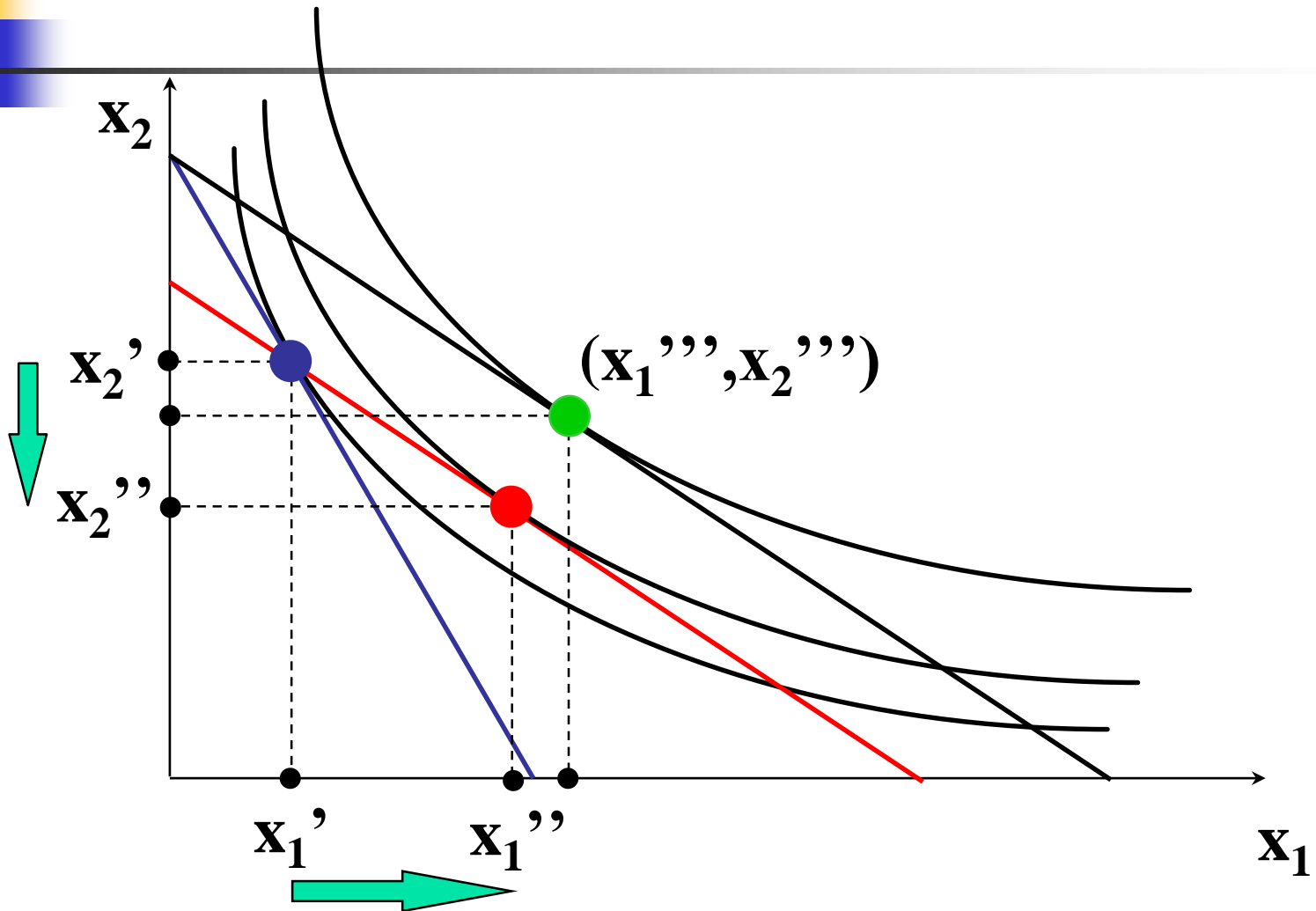
Μόνο Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης



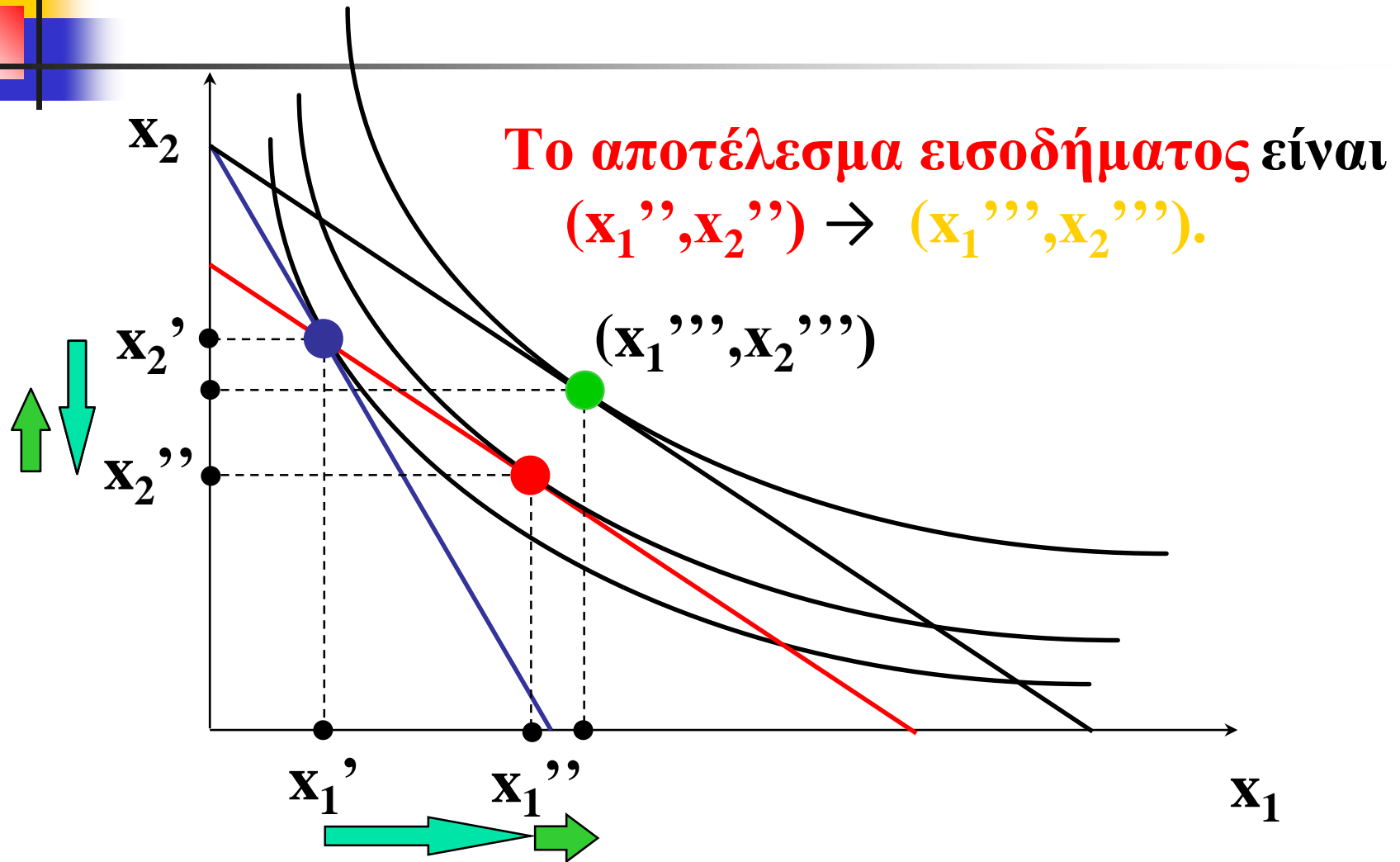
Μόνο Αμιγές αποτέλεσμα υποκατάστασης



Και το αποτέλεσμα εισοδήματος



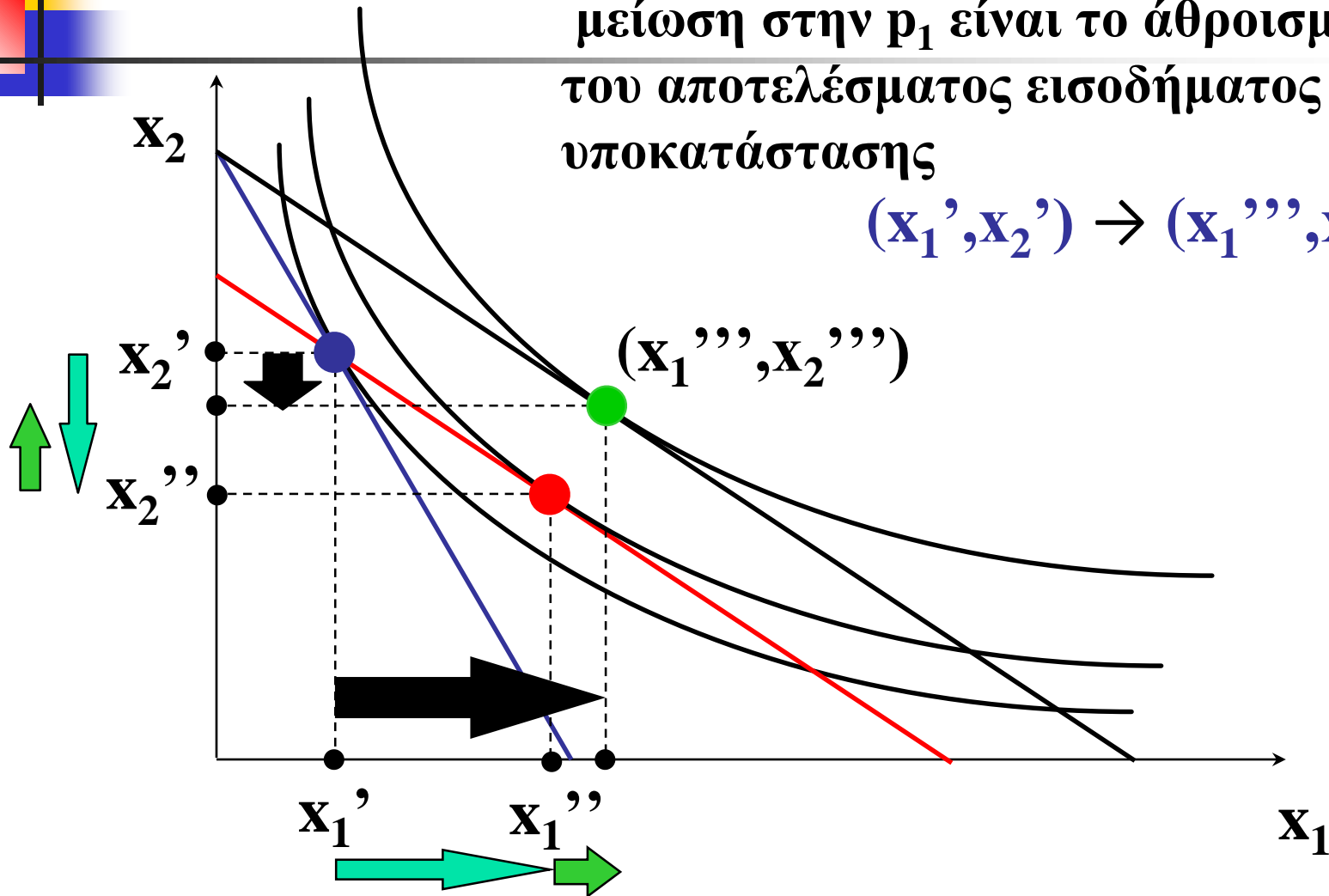
Και το αποτέλεσμα εισοδήματος



Συνολική μεταβολή εισοδήματος

Η μεταβολή στη ζήτηση από μια μείωση στην p_1 είναι το άθροισμα του αποτελέσματος εισοδήματος και υποκατάστασης

$$(x_1', x_2') \rightarrow (x_1'', x_2'')$$

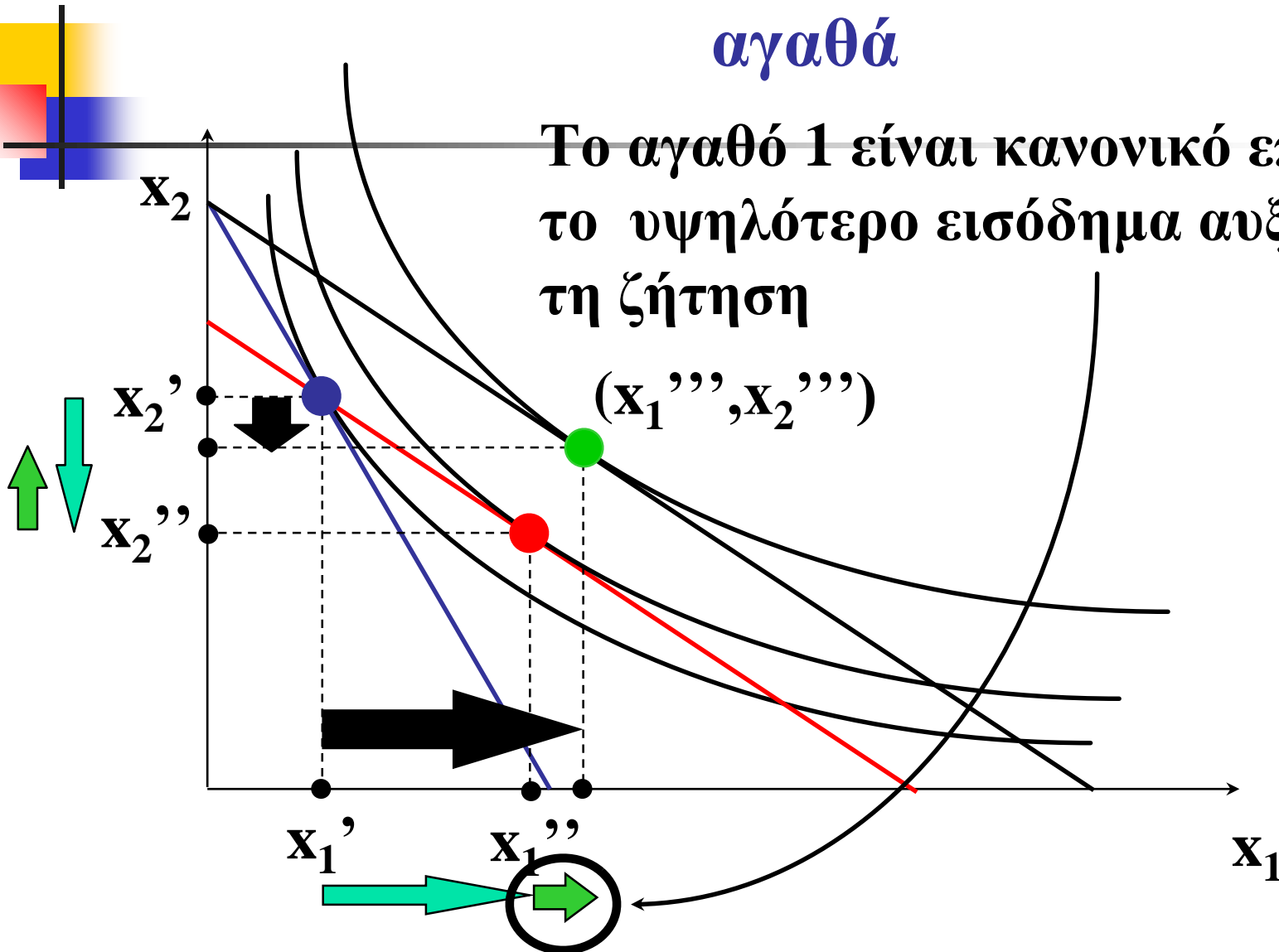


Τα αποτελέσματα Slutsky για κανονικά αγαθά

- Τα περισσότερα αγαθά είναι κανονικά (δηλαδή η ζήτηση αυξάνει με το εισόδημα).
- Το αποτέλεσμα υποκατάστασης και εισοδήματος ενδυναμώνουν το ένα το άλλο, όταν η τιμή ενός κανονικού αγαθού αλλάζει.

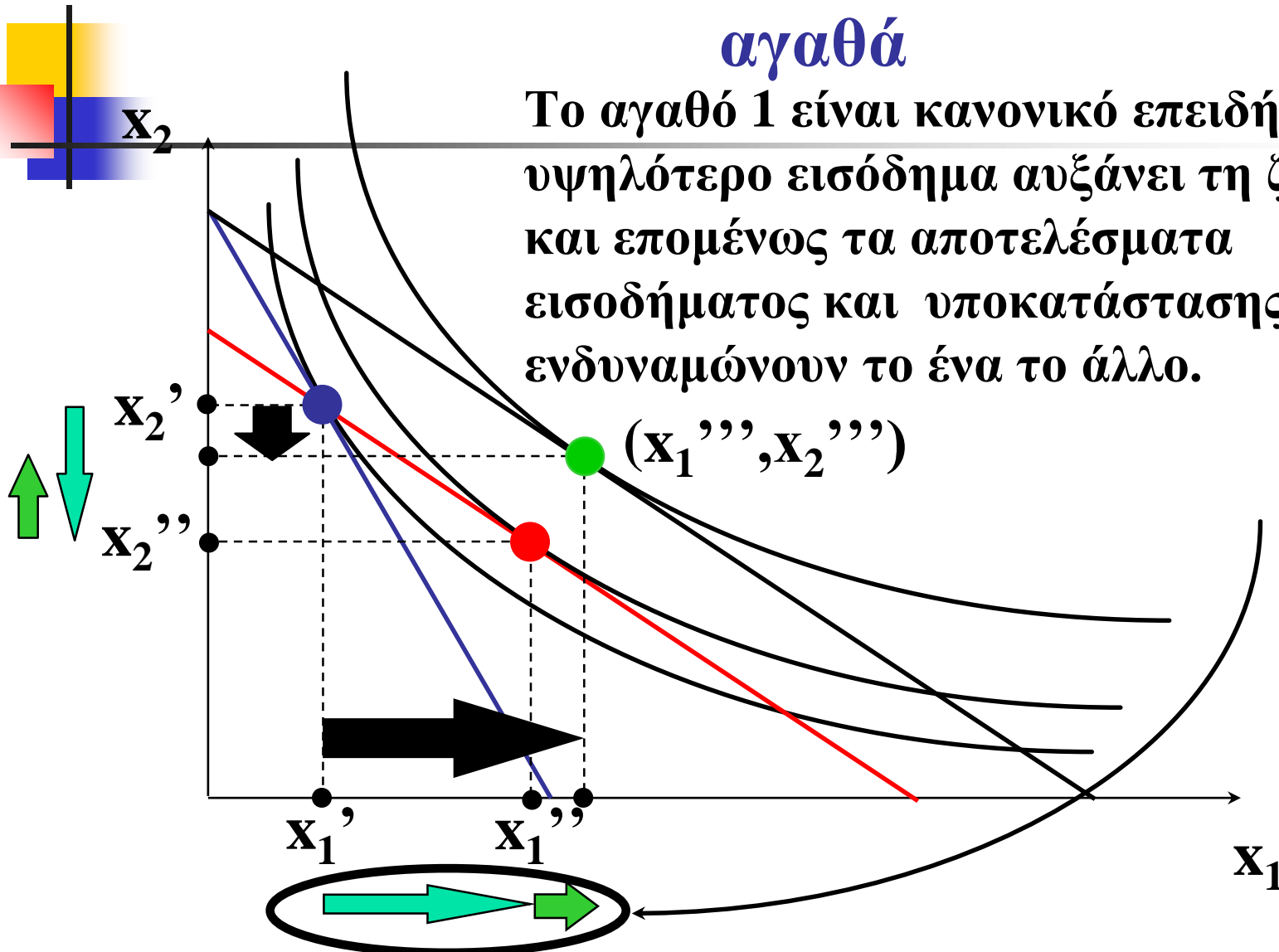
Τα αποτελέσματα Slutsky για κανονικά αγαθά

Το αγαθό 1 είναι κανονικό επειδή το υψηλότερο εισόδημα αυξάνει τη ζήτηση



Τα αποτελέσματα Slutsky για κανονικά αγαθά

Το αγαθό 1 είναι κανονικό επειδή το υψηλότερο εισόδημα αυξάνει τη ζήτηση, και επομένως τα αποτελέσματα εισοδήματος και υποκατάστασης ενδυναμώνουν το ένα το άλλο.



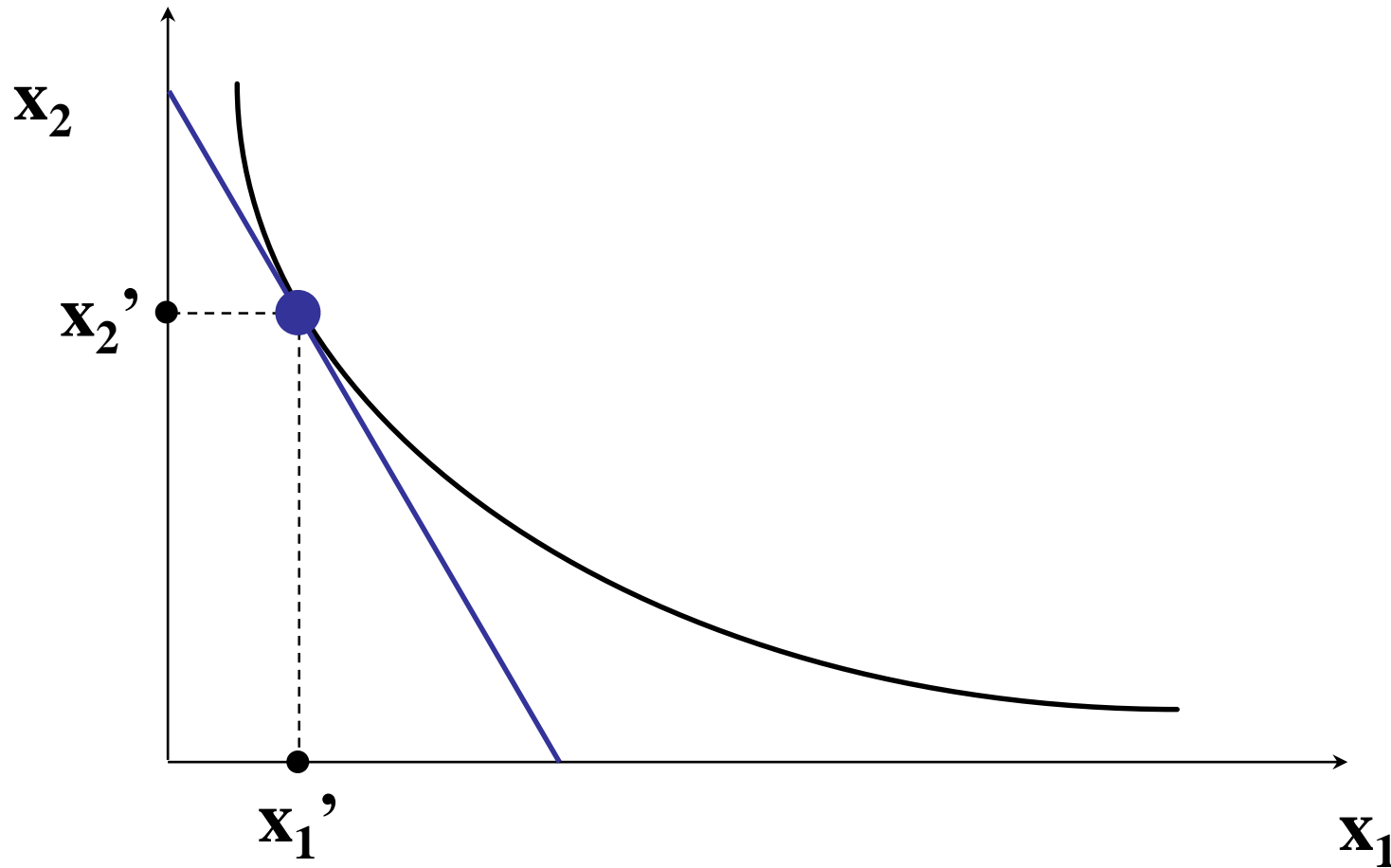
Τα αποτελέσματα Slutsky για κανονικά αγαθά

Αφού τόσο το αποτέλεσμα εισοδήματος και το αποτέλεσμα υποκατάστασης δρουν στην ίδια κατεύθυνση, όταν μειώνεται η τιμή ενός αγαθού, η κλίση της κανονικής καμπύλης ενός κοινού (κανονικού) αγαθού είναι αρνητική.

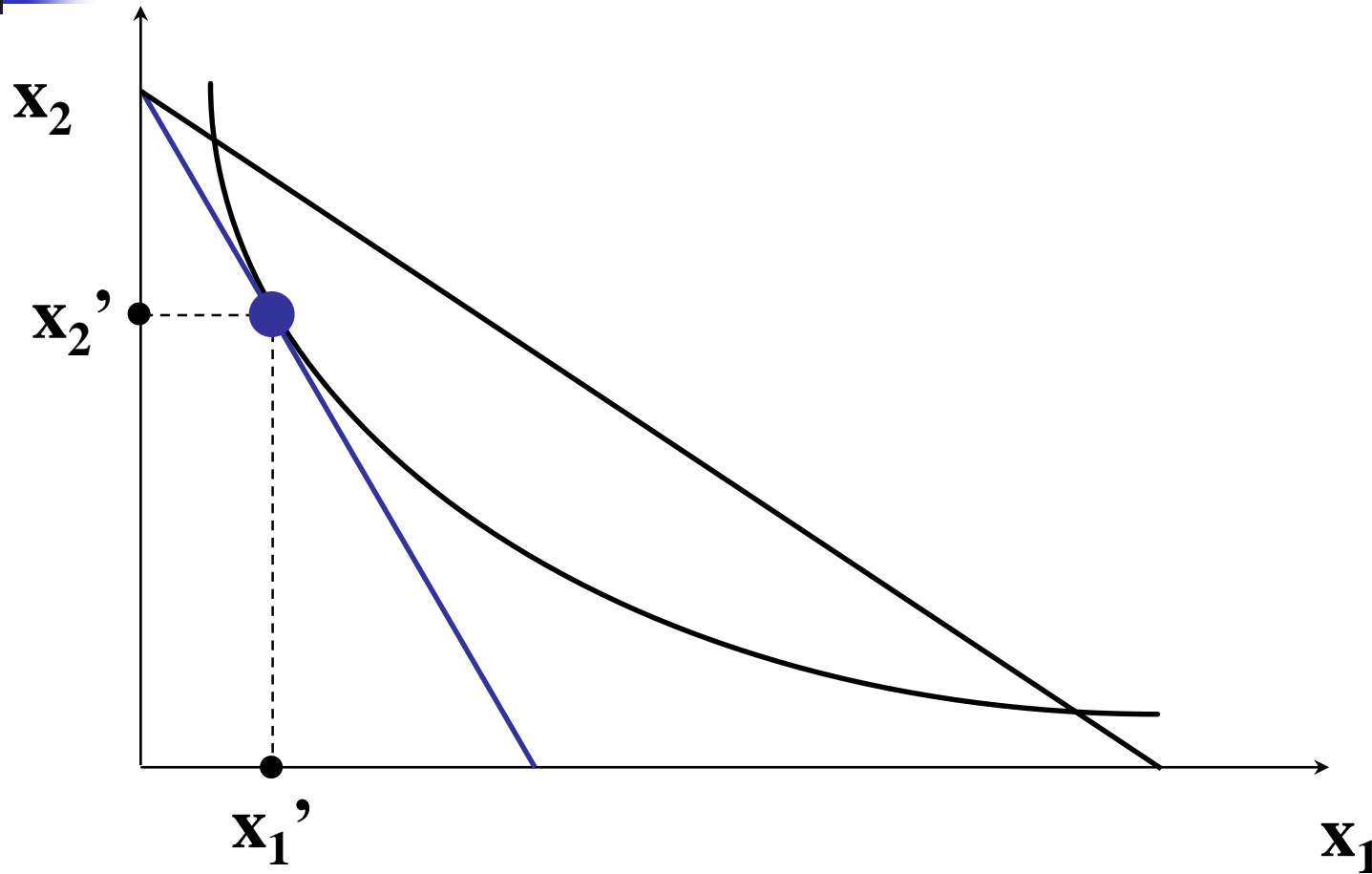
Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά

- Μερικά αγαθά είναι κατώτερα (δηλαδή όταν αυξάνεται το εισόδημα η ζήτηση μειώνεται).
- Το αποτέλεσμα εισοδήματος και υποκατάστασης δρουν σε αντίθετη κατεύθυνση, όταν η τιμή ενός αγαθού μειώνεται.

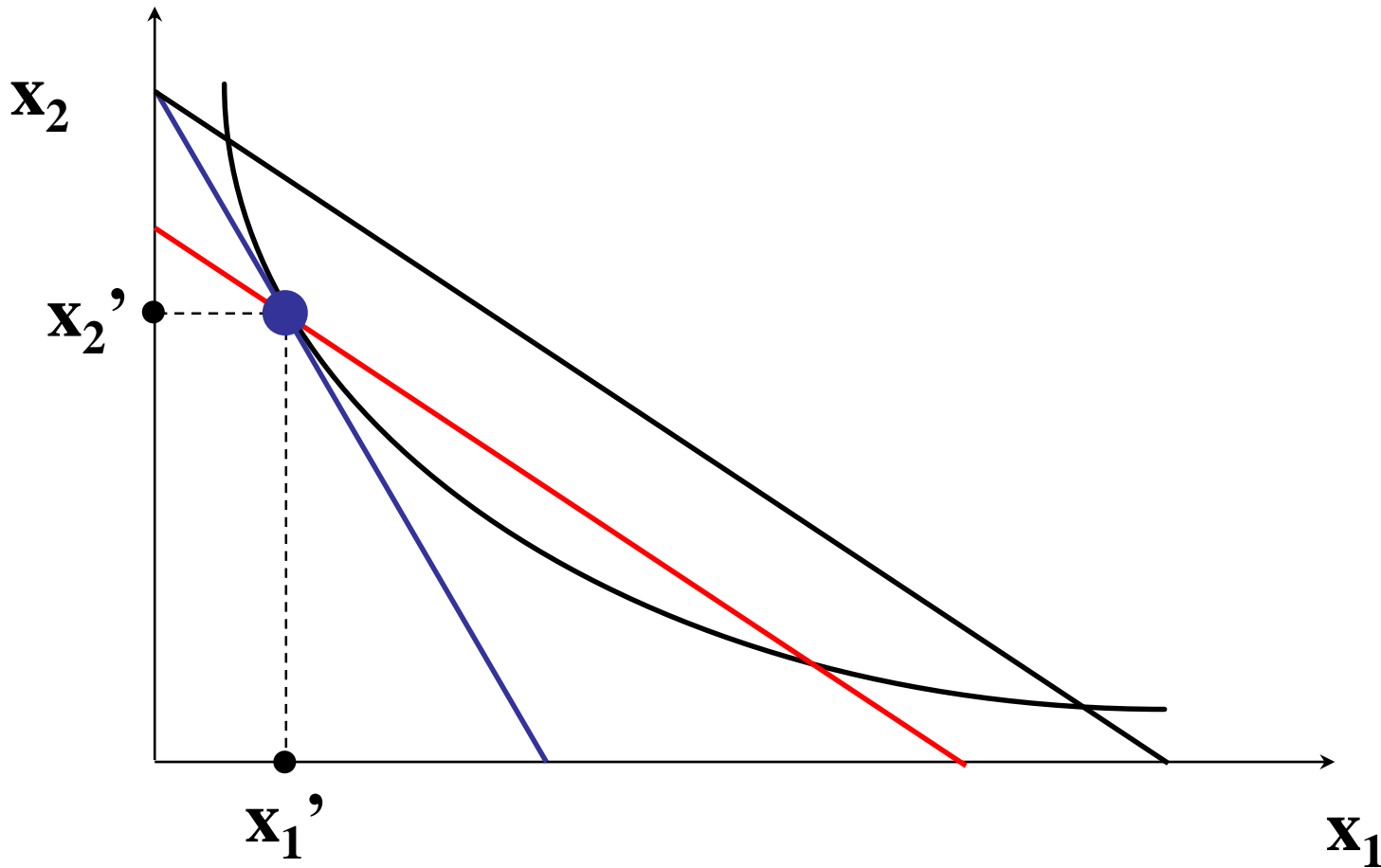
Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά



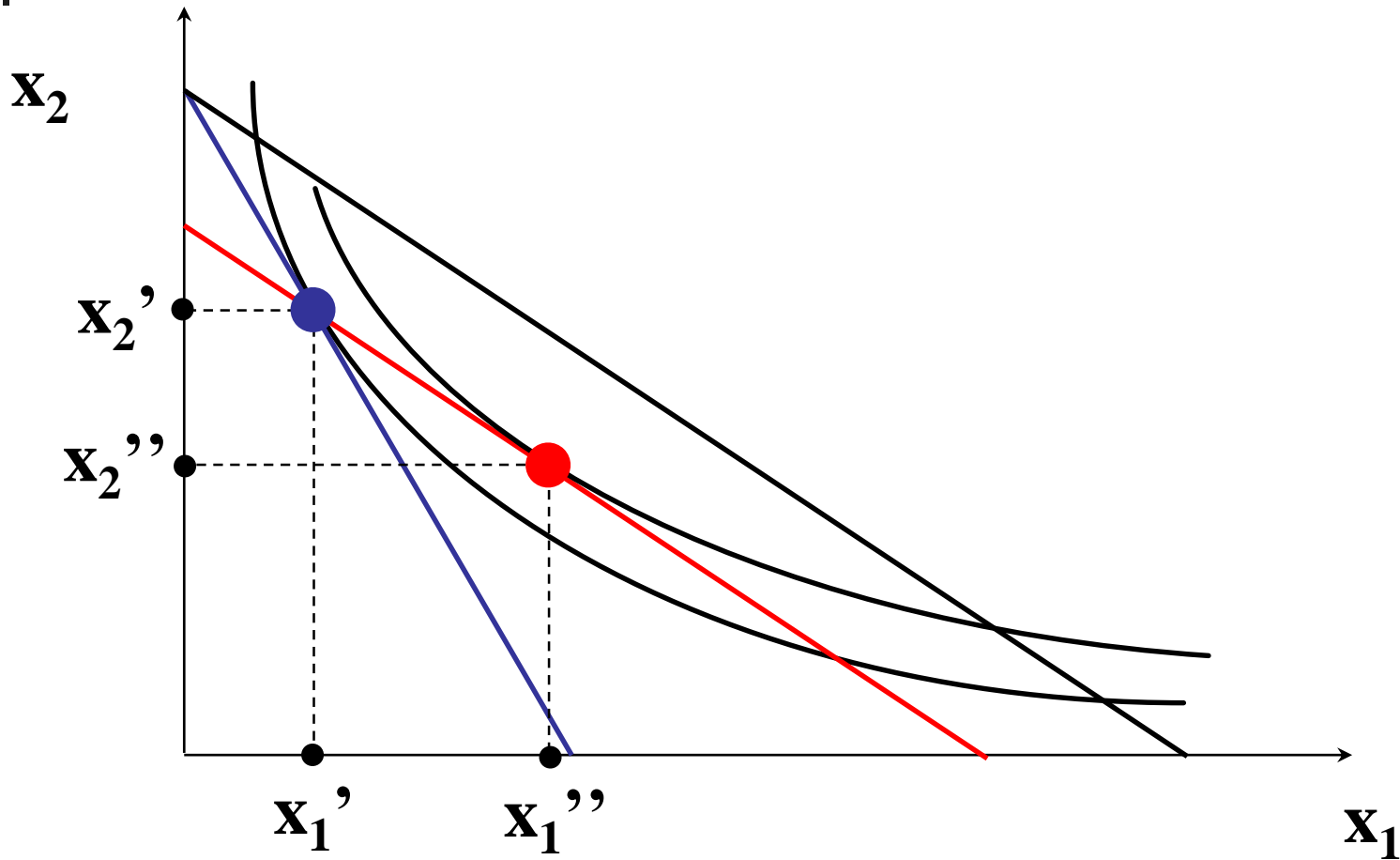
Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά



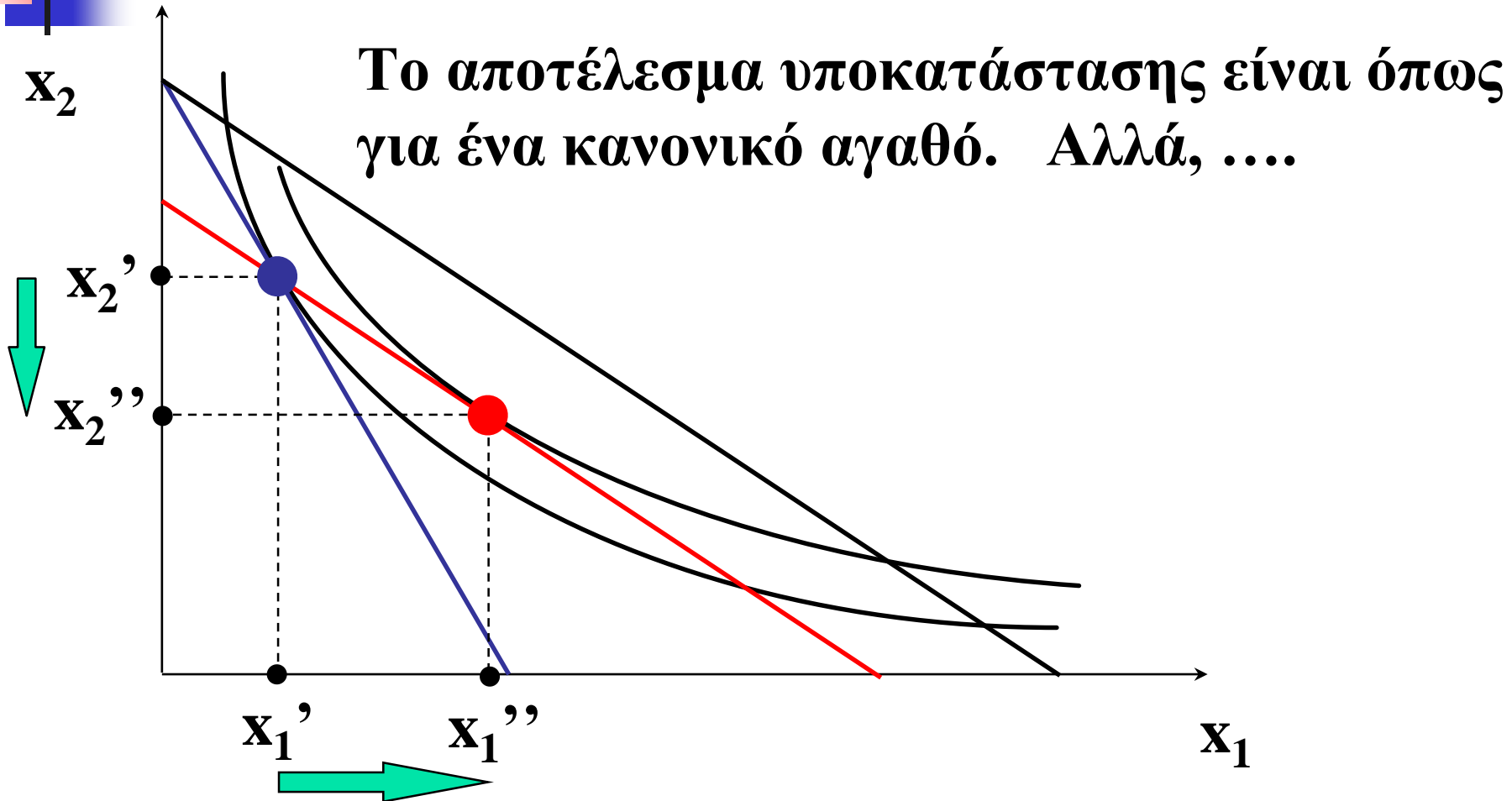
Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά



Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά



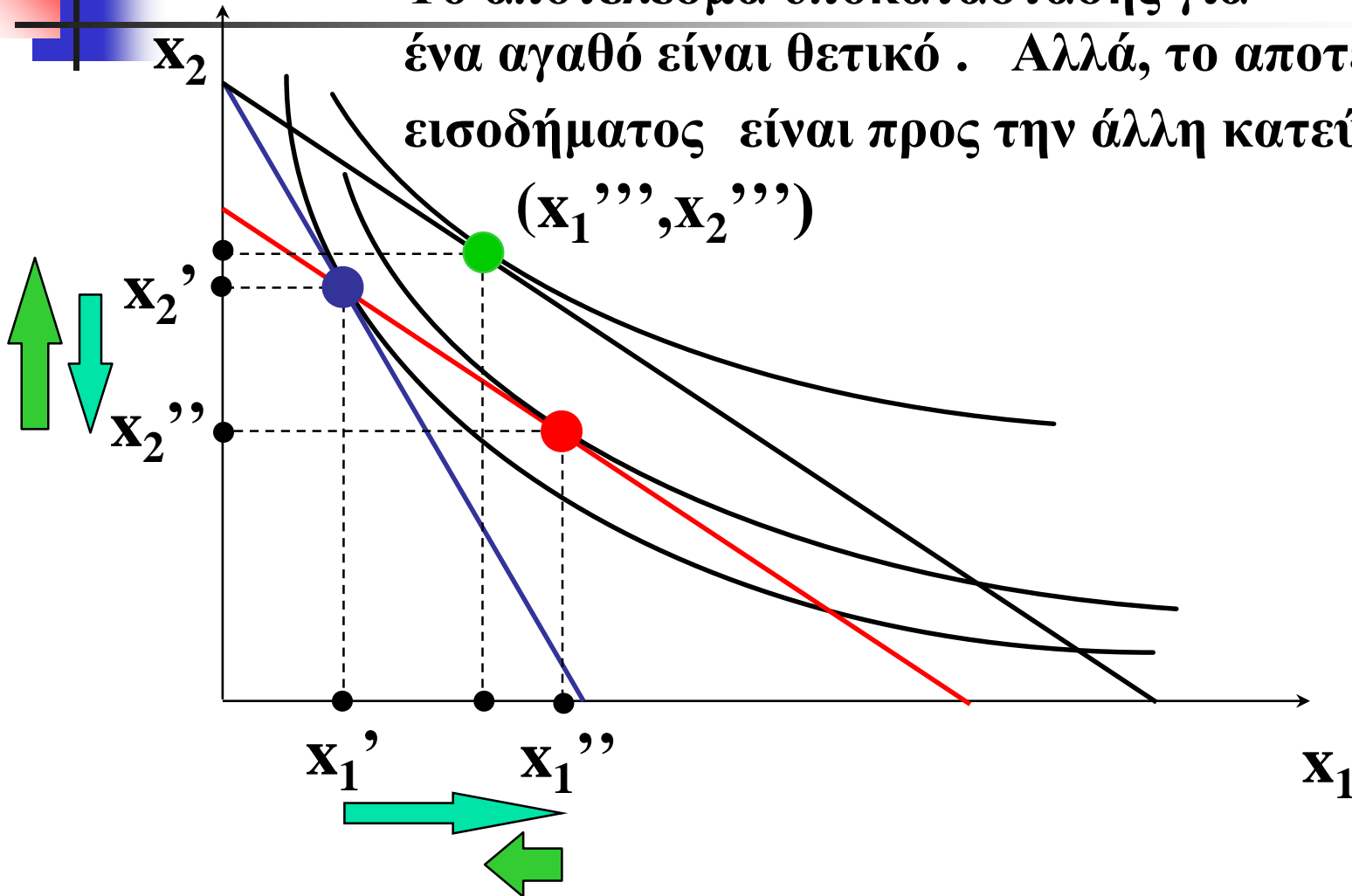
Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά



Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά

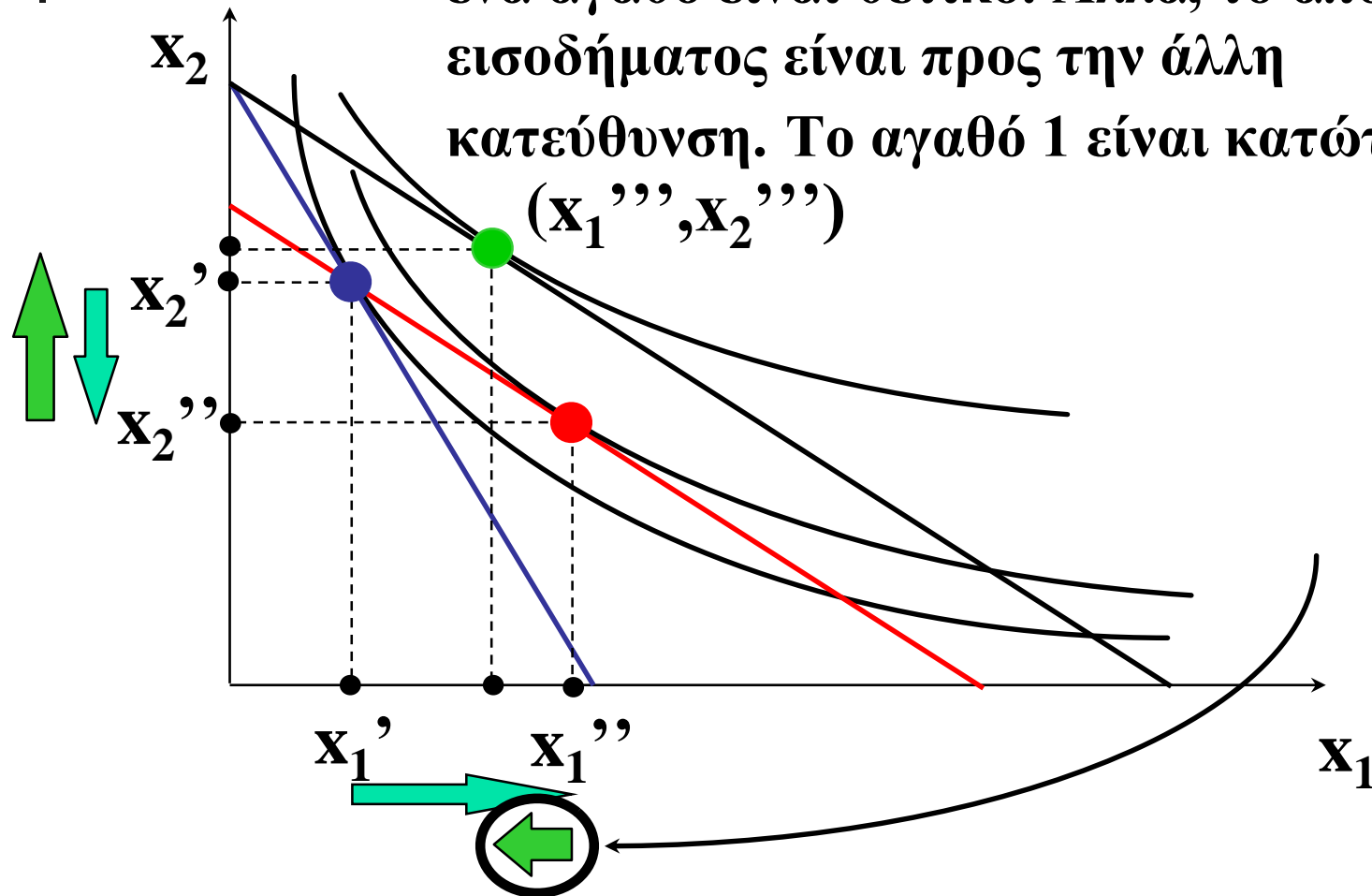
Το αποτέλεσμα υποκατάστασης για ένα αγαθό είναι θετικό. Αλλά, το αποτέλεσμα εισοδήματος είναι προς την άλλη κατεύθυνση.

(x_1''', x_2''')



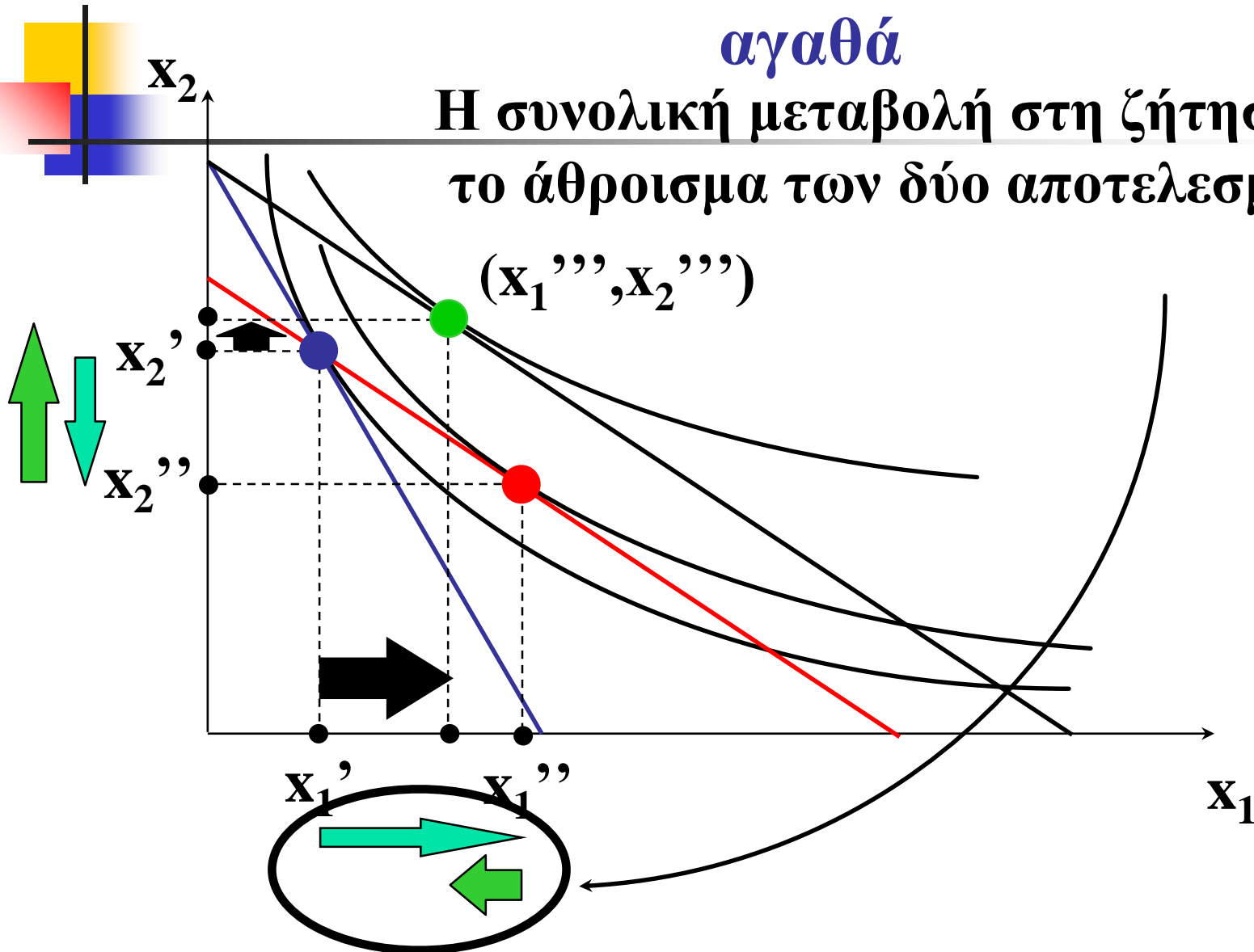
Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά

Το αποτέλεσμα υποκατάστασης για ένα αγαθό είναι θετικό. Αλλά, το αποτέλεσμα εισοδήματος είναι προς την άλλη κατεύθυνση. Το αγαθό 1 είναι κατώτερο (x_1''', x_2''')



Τα αποτελέσματα Slutsky για κατώτερα αγαθά

Η συνολική μεταβολή στη ζήτηση είναι το άθροισμα των δύο αποτελεσμάτων.

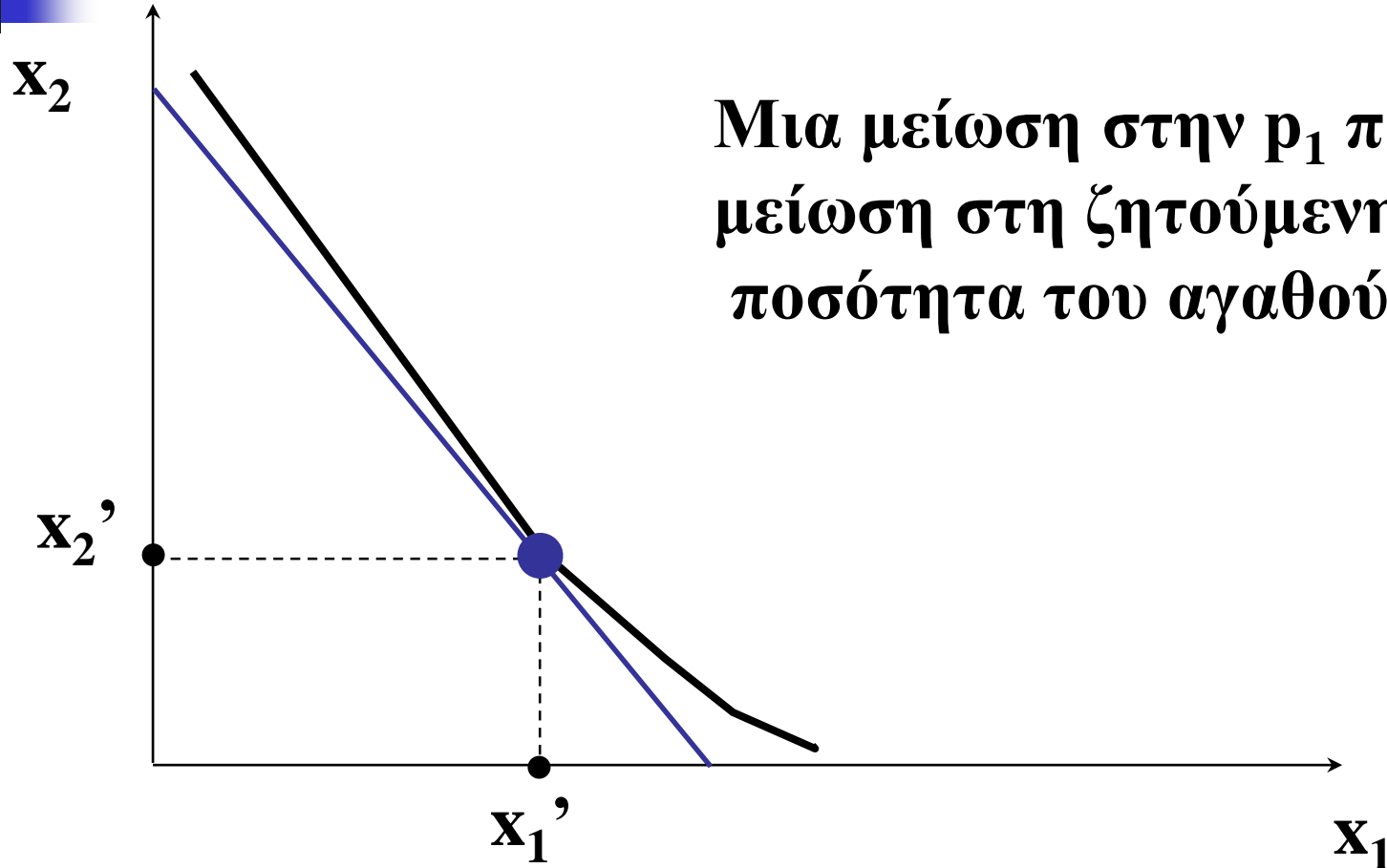




Αγαθά Giffen

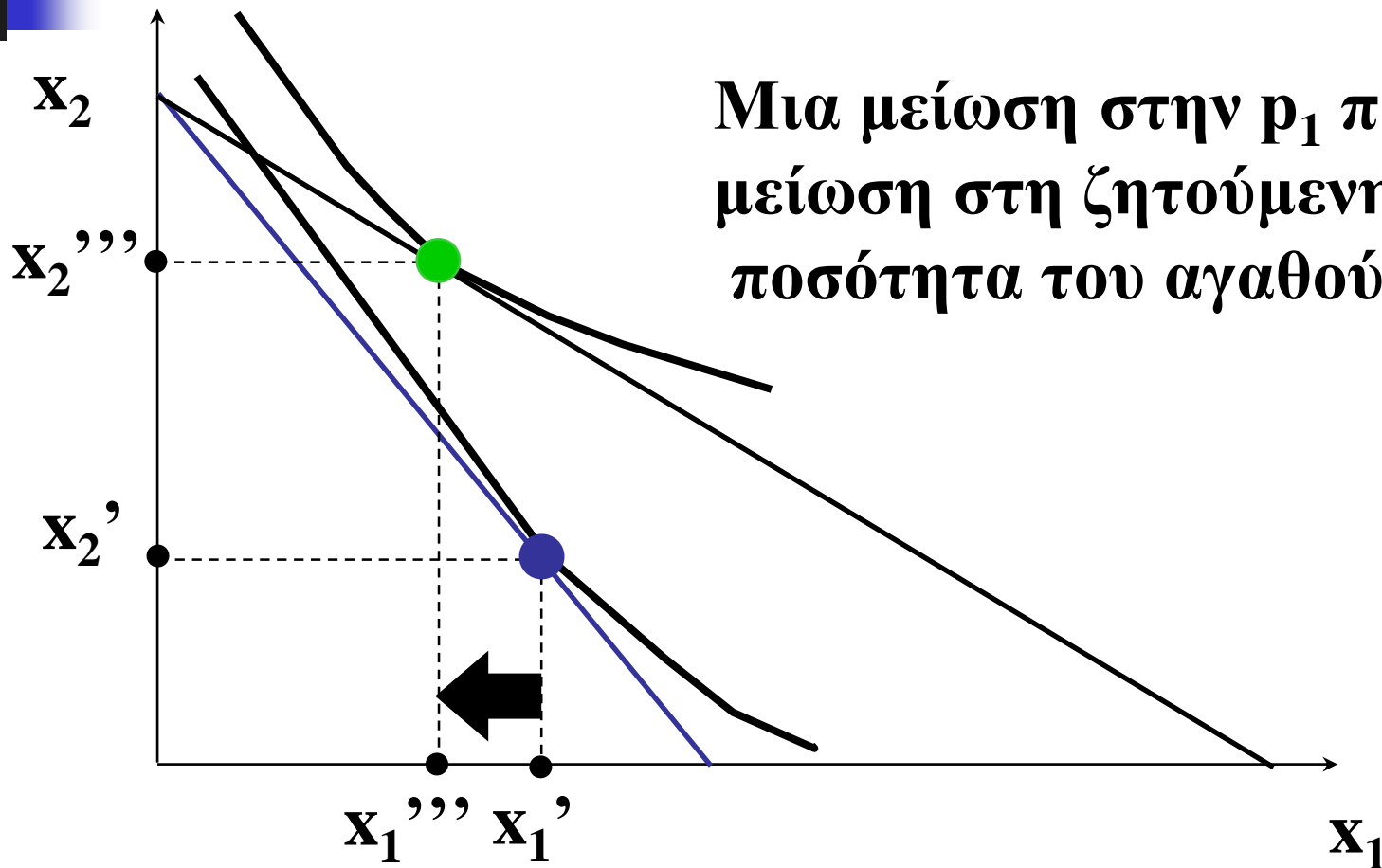
Στην ακραία περίπτωση του κατώτερου αγαθού που το εισόδημα εισοδήματος είναι μεγαλύτερο από το αποτέλεσμα υποκατάστασης, η ζητούμενη ποσότητα μειώνεται όταν μειώνεται η τιμή του. Τέτοια αγαθά λέγονται αγαθά Giffen.

Τα αποτελέσματα Slutsky για αγαθά Giffen



Μια μείωση στην p_1 προκαλεί μείωση στη ζητούμενη ποσότητα του αγαθού 1.

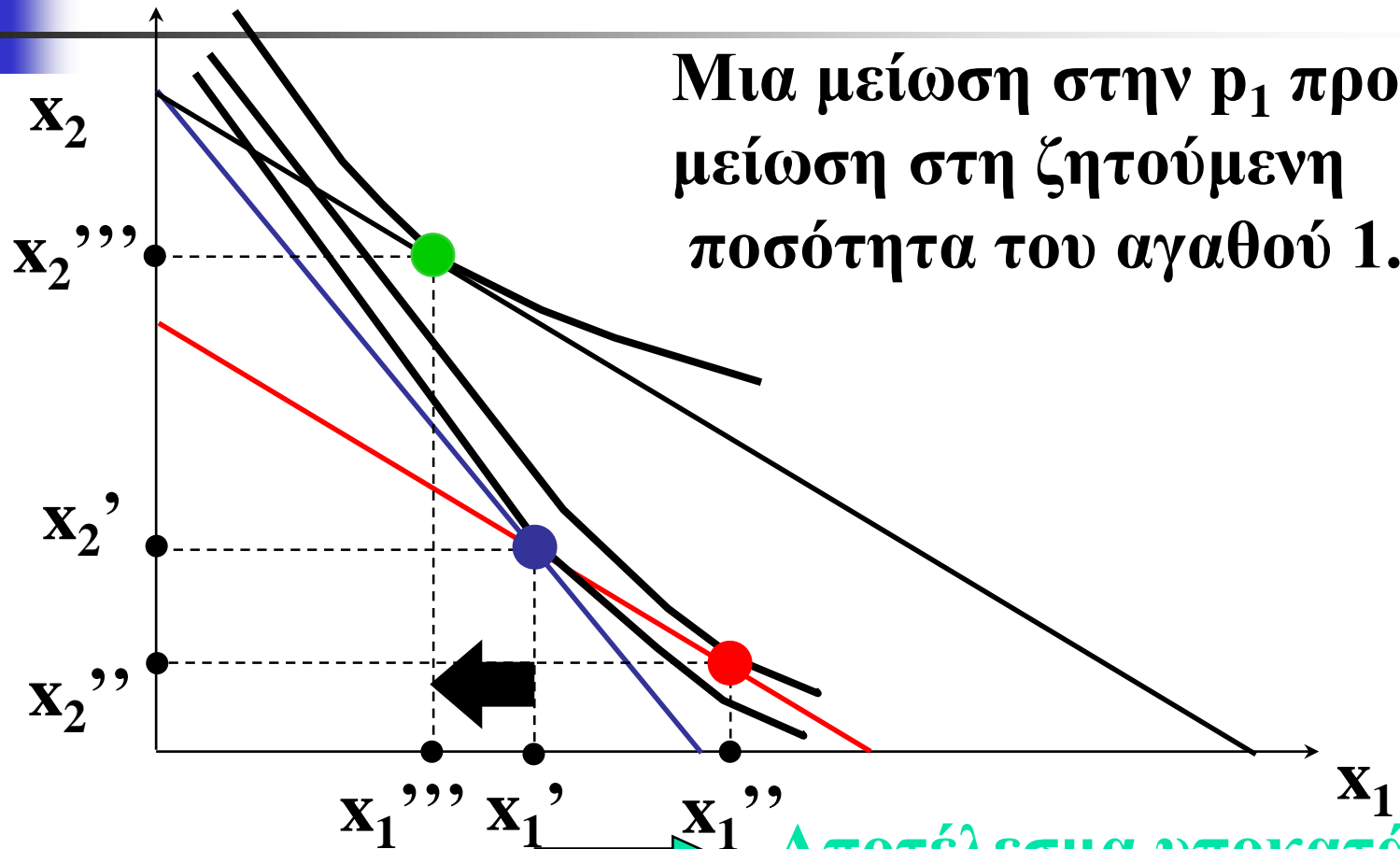
Τα αποτελέσματα Slutsky για αγαθά Giffen



Μια μείωση στην p_1 προκαλεί μείωση στη ζητούμενη ποσότητα του αγαθού 1.

Τα αποτελέσματα Slutsky για αγαθά Giffen

Μια μείωση στην p_1 προκαλεί μείωση στη ζητούμενη ποσότητα του αγαθού 1.



Αποτέλεσμα υποκατάστασης
Αποτέλεσμα εισοδήματος

Τα αποτελέσματα Slutsky



Ο διαχωρισμός του Slutsky της μεταβολής μιας τιμής σε αποτέλεσμα υποκατάστασης και εισοδήματος εξηγεί γιατί ο νόμος της κατερχόμενης καμπύλης ζήτησης παραβιάζεται σε περίπτωση πολύ κατώτερων αγαθών.



Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

Θέλουμε να εξετάσουμε πώς η ζητούμενη ποσότητα του αγαθού x αλλάζει όταν αλλάζει το p_x

$$\frac{\partial x}{\partial p_x}$$

Η διαφοροποίηση των συνθηκών πρώτης τάξης του προβλήματος μεγιστοποίησης της χρησιμότητας θα μας δώσει αυτήν την παράγωγο

Όμως αυτή η διαδικασία είναι περίπλοκη και δεν μας βοηθάει να κατανοήσουμε το τι συμβαίνει



Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

Θα προτιμήσουμε μια έμμεση προσέγγιση

Θυμηθείτε την συνάρτηση δαπανών

$$\text{Ελάχιστες δαπάνες} = E(p_x, p_y, U)$$

Εξ' ορισμού

$$x^c(p_x, p_y, U) = x[p_x, p_y, E(p_x, p_y, U)]$$

Η ζητούμενη ποσότητα είναι ίδια και για τις δύο συναρτήσεις όταν το εισόδημα είναι ακριβώς αυτό που χρειάζεται για να πετύχουμε την συγκεκριμένη χρησιμότητα



Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

$$x^c(p_x, p_y, U) = x[p_x, p_y, E(p_x, p_y, U)]$$

Διαφορίζοντας τις αντισταθμιστικές συναρτήσεις ζήτησης έχουμε

$$\frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} + \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}$$

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}$$



Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}$$

Ο πρώτος όρος είναι η κλίση της αντισταθμιστικής καμπύλης ζήτησης

Η μαθηματική μορφή του αποτελέσματος υποκατάστασης



Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} - \frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}$$

Ο δεύτερος όρος δείχνει το τρόπο που μια αλλαγή στο p_x επηρεάζει την ζήτηση του x μέσω της επίδρασης που έχει στο εισόδημα

Η μαθηματική μορφή του αποτελέσματος εισοδήματος



Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

Το αποτέλεσμα υποκατάστασης μπορεί να γραφεί ως

$$\text{αποτέλεσμα υποκατάστασης} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \Big|_{U=\text{σταθερή}}$$

Το αποτέλεσμα εισοδήματος μπορεί να γραφεί ως

$$\text{αποτέλεσμα εισοδήματος} = -\frac{\partial x}{\partial E} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x} = -\frac{\partial x}{\partial m} \cdot \frac{\partial E}{\partial p_x}$$



Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

Προσέξτε πως το $\partial E / \partial p_x = x$

μια αύξηση της τιμής p_x κατά €1 αυξάνει τις απαραίτητες δαπάνες κατά x ευρώ

Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

Η υπόθεση της μεγιστοποίησης της χρησιμότητας δείχνει πως τα αποτελέσματα υποκατάστασης και εισοδήματος που απορρέουν από την μεταβολή της τιμής μπορεί να γραφούν με αυτό τον τρόπο

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \text{αποτέλεσμα υποκατάστασης} + \text{αποτέλεσμα εισοδήματος}$$

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \left. \frac{\partial x}{\partial p_x} \right|_{U=\text{σταθερή}} - x \frac{\partial x}{\partial I}$$

Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \Big|_{U=\text{σταθερή}} - x \frac{\partial x}{\partial I}$$

- Ο πρώτος όρος είναι το αποτέλεσμα υποκατάστασης
 - Πάντα αρνητικός εφόσον ο MRS φθίνει
 - Η κλίση της αντισταθμιστικής συνάρτησης ζήτησης είναι αρνητική

Τα αποτελέσματα Slutsky: Μια μαθηματική ανάπτυξη

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{\partial x}{\partial p_x} \Big|_{U=\text{σταθερή}} - x \frac{\partial x}{\partial I}$$

- Ο δεύτερος όρος είναι το αποτέλεσμα εισοδήματος
 - Αν το x είναι κανονικό αγαθό, τότε $\partial x / \partial I > 0$
 - Το συνολικό αποτέλεσμα εισοδήματος είναι αρνητικό
 - Αν το x είναι κατώτερο, τότε $\partial x / \partial I < 0$
 - Το συνολικό αποτέλεσμα εισοδήματος είναι θετικό



Παράδειγμα: Εξίσωση Slutsky

Μπορούμε να δούμε τα αποτελέσματα υποκατάστασης και εισοδήματος μελετώντας την επίδραση μιας μεταβολής της τιμής με την συνάρτηση Cobb-Douglas

$$U(x,y) = x^{0.5}y^{0.5}$$

Η Μαρσαλιανή συνάρτηση ζήτησης για το x που είχαμε βρει είναι

$$x(p_x, p_y, m) = \frac{0,5m}{p_x}$$



Παράδειγμα: Εξίσωση Slutsky

Η Χικσιανή (αντισταθμιστική) συνάρτηση ζήτησης για x ήταν

$$x^c(p_x, p_y, V) = \frac{Vp_y^{0.5}}{p_x^{0.5}}$$

Η συνολική επίδραση της μεταβολής της τιμής στην ζητούμενη ποσότητα x

$$\frac{\partial x}{\partial p_x} = \frac{-0.5m}{p_x^2}$$



Παράδειγμα: Εξίσωση Slutsky

Το συνολικό αποτέλεσμα είναι η άθροιση των δύο αποτελεσμάτων Slutsky

Το αποτέλεσμα υποκατάστασης το βρίσκουμε διαφορίζοντας την αντισταθμιστική συνάρτηση ζήτησης ως προς την τιμή

$$\text{αποτ. υποκατάστασης} = \frac{\partial x^c}{\partial p_x} = \frac{-0.5Vp_y^{0.5}}{p_x^{1.5}}$$



Παράδειγμα: Εξίσωση Slutsky

Μπορούμε να αντικαταστήσουμε την έμμεση συνάρτηση χρησιμότητας (V) (

$$V = \frac{m}{2p_x^{0.5} p_y^{0.5}}$$

αποτ. υποκατάστασης = $\frac{-0,5(0,5mp_x^{-0,5} p_y^{-0,5})p_y^{0,5}}{p_x^{1,5}} = \frac{-0,25m}{p_x^2}$



Παράδειγμα: Εξίσωση Slutsky

Το αποτέλεσμα εισοδήματος

$$\text{αποτ. εισοδήματος} = -x \frac{\partial x}{\partial m} = -\left[\frac{0,5m}{p_x}\right] \cdot \frac{0,5}{p_x} = -\frac{0,25m}{p_x^2}$$

Παρατηρούμε πως με αυτήν την συνάρτηση τα δύο αποτελέσματα είναι ίδια



Πρόσθετη Άσκηση (Ιούνιος 2010)

Δύο άτομα A και B έχουν συναρτήσεις ωφέλειας $u_A(x,y)=x^{1/3}y^{1/3}$ και $u_B(x,y)=xy$ αντίστοιχα. Αν τα δύο αυτά άτομα έχουν το ίδιο εισόδημα και αγοράζουν τα προϊόντα στις ίδιες τιμές, τότε ισχύει ότι θα έχουν την ίδια ζήτηση και για τα δύο αγαθά; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



Πρόσθετη Άσκηση (Ιούνιος 2010)

Απάντηση

Τα δύο άτομα θα έχουν την ίδια ζήτηση, αφού η συνάρτηση ωφέλειας του ενός είναι γνησίως αύξων μετασχηματισμός της συνάρτησης ωφέλειας του άλλου, και συνεπώς, οι δύο συναρτήσεις ωφέλειας περιγράφουν ακριβώς τις ίδιες προτιμήσεις. Πράγματι, τα δύο άτομα έχουν ίδιους οριακούς λόγους υποκατάστασης (y/x), και, αφού έχουν ίδιο εισόδημα, θα έχουν και ίδιους εισοδηματικούς περιορισμούς, κάτι που σημαίνει ότι η ζήτησή τους και για τα δύο αγαθά θα είναι η ίδια.



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.





Σημειώματα



Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση 1.0.



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Εθνικών και Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών,
Ανδρέας Παπανδρέου 2015. Ανδρέας Παπανδρέου.
«Μικροοικονομική Ανάλυση της Κατανάλωσης και της Παραγωγής.
Εξίσωση Slutsky». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2015. Διαθέσιμο από τη
δικτυακή διεύθυνση: <http://opencourses.uoa.gr/courses/ECON5/>.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.