

ΕΚΠΑ-ΝΟΠΕ-ΤΟΕ

# ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διδάσκων: Στ. Κώτσιος

## *2<sup>η</sup> ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ*

**Άσκηση 1<sup>η</sup>:** Να υπολογισθεί η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} x & y & y & y \\ y & x & y & y \\ y & y & x & y \\ y & y & y & x \end{vmatrix}$$

**Άσκηση 2<sup>η</sup>:** Να υπολογισθεί η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} a_1 + ib_1 & a_1 i - b_1 & c_1 \\ a_2 + ib_2 & a_2 i - b_2 & c_2 \\ a_3 + ib_3 & a_3 i - b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

**Άσκηση 3<sup>η</sup>:** Ναδειχθεί ότι ο αντίστροφος ενός αντιστρέψιμου αντισυμμετρικού πίνακα είναι αντισυμμετρικός.

**Άσκηση 4<sup>η</sup>:** Αν A και B αντιστρέψιμοι πίνακες ναδειχθεί ότι:

$$AB = BA \Leftrightarrow A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

**Άσκηση 5<sup>η</sup>:** Να βρεθεί ο αντίστροφος του σύνθετου πίνακα:  $\begin{bmatrix} I & U \\ 0 & I \end{bmatrix}$ , όπου I ο μοναδιαίος πίνακας και U ένας άλλος πίνακας.

**Άσκηση 6<sup>η</sup>:** Να διερευνηθεί για τις διάφορες τιμές του λ η τάξη του πίνακα:

$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

**Άσκηση 7<sup>η</sup>:** Εάν  $|A| = -1$ ,  $|B| = 2$ ,  $|C| = 3$ , να υπολογισθούν οι ορίζουσες των πινάκων  $A^3 B C^T B^{-1}$ , και  $B^2 C^{-1} A B^{-1} C^T$

**Άσκηση 8<sup>η</sup>:** Χρησιμοποιώντας την απαλοιφή Gauss υπολογίσατε την ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} 1 & t & t^2 & t^3 \\ t & 1 & t & t^2 \\ t^2 & t & 1 & t \\ t^3 & t^2 & t & 1 \end{vmatrix}$$

**Άσκηση 9<sup>η</sup>:** Εάν ο A είναι ένας  $m \times n$  πίνακας και B ένας  $n \times m$ , δείξατε ότι:

$$\det \begin{pmatrix} 0 & A \\ -B & I \end{pmatrix} = \det(AB)$$

**Άσκηση 10<sup>η</sup>**: Που πρέπει να βάλετε μηδενικά και μονάδες σε έναν πίνακα  $4 \times 4$ , χρησιμοποιώντας τα λιγότερα δυνατά, αλλά αρκετά για να είναι η ορίζουσα ίση με 1;

**Άσκηση 11<sup>η</sup>**: Εάν τα στοιχεία του  $A$  και του  $A^{-1}$  είναι ακέραιοι, δείξτε ότι  $|A| = \pm 1$ .